

# 温度分布に基づくコンクリート構造物の欠陥形状同定手法

## Defect Shape Identification Method for Concrete Structures

勢登遙<sup>1)</sup>蔭山志穂<sup>2)</sup>山下民岐子<sup>3)</sup>川西弘一<sup>4)</sup>竹内謙善<sup>5)</sup>

Haruka Seto, Shiho Kageyama, Mikiko Yamashita, Koichi Kawanishi and Kenzen Takeuchi

<sup>1)</sup>香川大学創造工学部 (〒 760-8521 香川県高松市幸町 1-1, E-mail: s22t021@kagawa-u.ac.jp)

<sup>2)</sup>香川大学創造工学部 (〒 760-8521 香川県高松市幸町 1-1, E-mail: s22t011@kagawa-u.ac.jp)

<sup>3)</sup>西日本高速道路エンジニアリング四国 (〒 760-0072 香川県高松市花園町三丁目 1 番 1 号,  
E-mail: mikiko.yamashita@w-e-shikoku.co.jp)

<sup>4)</sup>西日本高速道路エンジニアリング四国 (〒 760-0072 香川県高松市花園町三丁目 1 番 1 号,  
E-mail: koichi.kawanishi@w-e-shikoku.co.jp)

<sup>5)</sup>香川大学創造工学部 (〒 760-8521 香川県高松市幸町 1-1, E-mail: takeuchi.kenzen.u8@kagawa-u.ac.jp)

Defects in concrete structures cause slight differences in surface temperatures due to differences in thermal conductivity. In this study, a method to identify the location and shape of defects based on their temperature distribution was investigated. The parameters representing the physical properties of the concrete and the air in the defect area were used as design variables. Sensitivities were computed using the adjoint variable method. The design variables were updated using the results.

**Key Words :** Identification Problem, Finite Element Method, Transient Heat Conduction,

### 1. はじめに

日本国内における多くの高速道路は建設から長い年月が経っており、定期的なメンテナンスを要している。メンテナンスの目的は、コンクリート内部の欠陥を特定して予め修復することである。欠陥を特定するための方法として、赤外線カメラを用いてコンクリート表面の温度を測定し、その温度分布から内部の欠陥箇所を推定する方法がある。これは欠陥部分の空気層が、断熱効果をもつことでコンクリート表面の温度分布に影響を与える現象が利用されている。太田ら [1] は、上面から日射によって加熱されたコンクリートの下面の温度を測定し、その内部に存在する欠陥部の形状や深さを検出する手法を提案している。本研究では、気温の日較差によってコンクリート構造物の表面が加熱、冷却された結果として生じる表面の温度分布からコンクリート内部の欠陥形状を同定する手法を提案する。本手法ではコンクリートと欠陥部分の空気の物性値を表すパラメータを設計変数として、随伴変数法を用いて感度を計算し、設計変数を更新する。倉橋ら [2] は鉄筋の腐食形状推定に随伴変数法を利用している。片峯ら [3] は部分境界における温度分布を規定する形状最適化問題に対して随伴変数法を適用している。さらに、本研究では単純な欠陥問題を設定して、その問題に対して本手法を適用し有効性を検討した。

### 2. 温度分布に基づく欠陥形状同定問題

#### (1) 非定常熱伝導問題

領域  $\Omega \in \mathbb{R}^3$ 、時間  $[0, T]$  における非定常熱伝導を考える。領域内の座標を  $x \in \Omega$ 、時間を  $t \in [0, T]$  とする。

領域  $\Omega$  の境界  $\Gamma$  は、断熱境界  $\Gamma_0$ 、熱伝達境界  $\Gamma_h$  から構成されている。熱伝達境界  $\Gamma_h$  における熱伝達率を  $h$ 、雰囲気温度を  $\bar{\phi}(t)$  とする。領域  $\Gamma_h$  における熱伝導率を  $k(x)$ 、比熱と密度の積を  $C_p(x)$  とする。これらの値は健全部分ではコンクリートの物性値と一致し、欠陥部分では空気の物性値となる。これらを図 1 で示す。

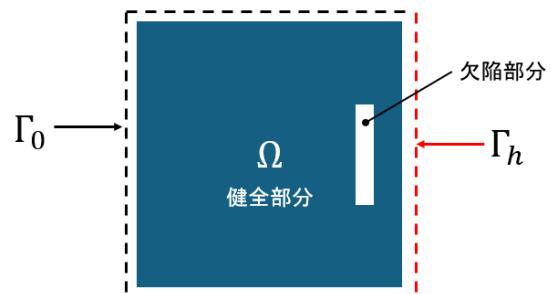


図-1 コンクリート概略図

#### (2) 密度 $m$ の導入

密度  $m(x) \in [0, 1]$  を導入する。

- $m = 1$  の場合：健全部分を表し、 $k, C_p$  はコンクリートの物性値に一致する。
- $m = 0$  の場合：欠陥部分を表し、 $k, C_p$  は空気の物性値に一致する。
- $0 < m < 1$  の場合：熱伝導率、比熱、密度を線形補間して、 $k, C_p$  を決定する。

$$k = k_1 m + k_0(1 - m) \quad (1)$$

$$C_\rho = (C_1 m + C_0(1 - m))(\rho_1 m + \rho_0(1 - m)) \quad (2)$$

ただし、コンクリートの熱伝導率を  $k_1$ 、比熱を  $C_1$ 、質量密度を  $\rho_1$  とし、空気の熱伝導率を  $k_0$ 、比熱を  $C_0$ 、質量密度を  $\rho_0$  とする。

### (3) 設計変数 $\theta$ の導入

設計変数  $\theta(x) \in \mathbb{R}$  を導入する。設計変数  $\theta$  と密度  $m$  はシグモイド関数を介して関連付ける。

$$m = \frac{\tanh(2\theta(x)) + 1}{2} \quad (3)$$

整理すると、物性値  $k, C_\rho$  は以下のように決定される。

$$k = k(m(\theta(x))) \quad C_\rho = C_\rho(m(\theta(x)))$$

### (4) 非定常熱伝導方程式

領域  $\Omega$  における温度を  $\phi(x, t)$  として、非定常熱伝導方程式と境界条件は以下のように記述する。

$$k \Delta \phi = C_\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad \text{in } \Omega \quad (4)$$

$$k \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{on } \Gamma_0 \quad (5)$$

$$k \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = h(\bar{\phi} - \phi) \quad \text{on } \Gamma_h \quad (6)$$

### (5) 弱形式

テスト関数を  $w(x, t)$  として、非定常熱伝導方程式と境界条件は次式のような弱形式に書き換えられる。

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_{\Omega} k \nabla \phi \cdot \nabla w d\Omega dt + \int_0^T \int_{\Omega} C_\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} w d\Omega dt \\ & + \int_0^T \int_{\Gamma_h} h \phi w d\Gamma dt - \int_0^T \int_{\Gamma_h} h \bar{\phi} w d\Gamma dt = 0, \forall w \end{aligned} \quad (7)$$

この弱形式に基づいて、有限要素法による離散化が行われる。

### (6) 目的関数の定義

時間  $t \in [T_1, T_2], 0 \leq T_1 \leq T_2 \leq T$  において、熱伝導境界  $\Gamma_h$  において所望の温度分布を  $\hat{\phi}$  とする。そして、目的関数  $J$  を次式のように定義する。

$$J(\phi) \equiv \int_{T_1}^{T_2} \int_{\Gamma_h} (\phi(t) - \hat{\phi})^2 d\Gamma dt \quad (8)$$

### (7) ラグランジュ乗数法

ラグランジュ乗数法を適用する。テスト関数をラグランジュ乗数とすると、ラグランジュ関数は次式のようになる。

$$\begin{aligned} L(\phi, w, k, C_\rho) \equiv & \int_{T_1}^{T_2} \int_{\Gamma_h} (\phi(t) - \hat{\phi})^2 d\Gamma dt \\ & + \int_0^T \int_{\Omega} k \nabla \phi \cdot \nabla w d\Omega dt + \int_0^T \int_{\Omega} C_\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} w d\Omega dt \\ & + \int_0^T \int_{\Gamma_h} h \phi w d\Gamma dt - \int_0^T \int_{\Gamma_h} h \bar{\phi} w d\Gamma dt = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

### (8) 最適性条件

目的関数が最小となる条件は、ラグランジュ関数の各変数  $(\phi, w, k, C_\rho)$  に対する微分が 0 となる条件として求められる。各変数の微小変動量を  $\dot{\phi}, \dot{w}, \dot{k}, \dot{C}_\rho$  として、微分を表記する。任意の  $\dot{\phi}, \dot{w}, \dot{k}, \dot{C}_\rho$  に対して、微分が 0 となる条件を求める。

$\phi$  に対する微分：

$$\begin{aligned} L_\phi(\phi, w, k, C_\rho) \equiv & \int_{T_1}^{T_2} \int_{\Gamma_h} 2(\phi(t) - \hat{\phi}) \dot{\phi} d\Gamma dt \\ & + \int_0^T \int_{\Omega} k \nabla \phi \cdot \nabla \dot{w} d\Omega dt + \int_0^T \int_{\Omega} C_\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \dot{w} d\Omega dt \\ & + \int_0^T \int_{\Gamma_h} h \dot{\phi} w d\Gamma dt = 0, \forall \dot{\phi} \end{aligned} \quad (10)$$

$w$  に対する微分：

$$\begin{aligned} L_w(\phi, w, k, C_\rho) \equiv & \int_0^T \int_{\Omega} k \nabla \phi \cdot \nabla \dot{w} d\Omega dt \\ & + \int_0^T \int_{\Omega} C_\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \dot{w} d\Omega dt + \int_0^T \int_{\Gamma_h} h \phi \dot{w} d\Gamma dt \\ & - \int_0^T \int_{\Gamma_h} h \bar{\phi} \dot{w} d\Gamma dt = 0, \forall \dot{w} \end{aligned} \quad (11)$$

$k$  に対する微分：

$$L_k(\phi, w, k, C_\rho) \equiv \int_0^T \int_{\Omega} \dot{k} \nabla \phi \cdot \nabla w d\Omega dt = 0, \forall \dot{k} \quad (12)$$

$C_\rho$  に対する微分：

$$L_{C_\rho}(\phi, w, k, C_\rho) \equiv \int_0^T \int_{\Omega} \dot{C}_\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} w d\Omega dt = 0, \forall \dot{C}_\rho \quad (13)$$

任意の  $\dot{w}$  について式 (11) が成立するということは、非定常熱伝導方程式の弱形式 (7) と等価である。式 (10) は随伴方程式である。これらの方程式を満足するように  $\phi$  と  $w$  を決定すると、式 (12)(13) に現れる  $\dot{k}, \dot{C}_\rho$  を使って表現できる。さらに、物性値  $k, C_\rho$  は設計変数  $\theta$  の関数なので、 $\dot{k}, \dot{C}_\rho$  は以下のように表現できる。

$$\dot{k} = \frac{\partial k}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial \theta} \dot{\theta} \quad (14)$$

$$\dot{C}_\rho = \frac{\partial C_\rho}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial \theta} \dot{\theta} \quad (15)$$

従って、目的関数  $J$  の設計変数  $\theta$  に対する微分は次式のように計算できる。

$$\begin{aligned} J_\theta(\theta) &= L_\theta(\theta) \\ &= \int_0^T \int_{\Omega} \dot{\theta} \left( \frac{\partial k}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial \theta} \nabla \phi \cdot \nabla w + \frac{\partial C_\rho}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial \theta} \frac{\partial \phi}{\partial t} w \right) d\Omega dt \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、次式で定義される  $G(x)$  を感度と呼ぶこととする。感度が計算できれば勾配法を適用して設計変数を更新できる。

$$G(x) \equiv \int_0^T \left( \frac{\partial k}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial \theta} \nabla \phi \cdot \nabla w + \frac{\partial C_\rho}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial \theta} \frac{\partial \phi}{\partial t} w \right) dt \quad (17)$$

### (9) 計算手順

以下の手順に沿って解析を行う。ここでは非定常熱伝導解析を順解析とよぶ。

1. 設定した正解の欠陥状態で順解析を実行
2. 設計変数を初期値に設定 ( $\theta = 2, m = 0.99966 \dots$ )
3. 現在の設計変数で順解析を実行
4. 繰り返し回数が一定値（本研究では 50 回）に達したら解析を終了
5. 順解析の結果を使って随伴解析を実行
6. 順解析と随伴解析の結果から感度を計算
7. 感度を基に設計変数を更新し 3 に戻る。

### 3. 解析の条件

#### (1) 物性値

本解析で用いた物性値を表(1)で示す。

表-1 物性値

	$k_i$ [W/mm. $^{\circ}$ C]	$C_i$ [mJ/kg. $^{\circ}$ C]	$\rho_i$ [kg/mm $^3$ ]
空気 ( $i = 0$ )	2.570E-5	1.006E+6	1.160E-9
コンクリート ( $i = 1$ )	2.557E-3	1.050E+6	2.500E-6

#### (2) 霧囲気温度と初期温度

本解析では 1 ステップを 1 時間として 30 時間分の非定常熱伝導解析を実行した。各ステップにおける霧囲気温度  $\bar{\phi}_0 \sim \bar{\phi}_{30}$  は正弦波状に変化するものと仮定し、表(2)のような値を設定した。また、解析モデル全体の初期温度 ( $\phi(x, 0)$ ) は  $\bar{\phi}_0$  と同じ値に設定した。

表-2 霧囲気温度

$\bar{\phi}_i$	時間 [s]	温度 [ $^{\circ}$ C]	$\bar{\phi}_i$	時間 [s]	温度 [ $^{\circ}$ C]
$\bar{\phi}_0$	0	20.0	$\bar{\phi}_{16}$	57600	15.7
$\bar{\phi}_1$	3600	21.3	$\bar{\phi}_{17}$	61200	15.2
$\bar{\phi}_2$	7200	22.5	$\bar{\phi}_{18}$	64800	15.0
$\bar{\phi}_3$	10800	23.5	$\bar{\phi}_{19}$	68400	15.2
$\bar{\phi}_4$	14400	24.3	$\bar{\phi}_{20}$	72000	15.7
$\bar{\phi}_5$	18000	24.8	$\bar{\phi}_{21}$	75600	16.5
$\bar{\phi}_6$	21600	25.0	$\bar{\phi}_{22}$	79200	17.5
$\bar{\phi}_7$	25200	24.8	$\bar{\phi}_{23}$	82800	18.7
$\bar{\phi}_8$	28800	24.3	$\bar{\phi}_{24}$	86400	20.0
$\bar{\phi}_9$	32400	23.5	$\bar{\phi}_{25}$	90000	21.3
$\bar{\phi}_{10}$	36000	22.5	$\bar{\phi}_{26}$	93600	22.5
$\bar{\phi}_{11}$	39600	21.3	$\bar{\phi}_{27}$	97200	23.5
$\bar{\phi}_{12}$	43200	20.0	$\bar{\phi}_{28}$	100800	24.3
$\bar{\phi}_{13}$	46800	18.7	$\bar{\phi}_{29}$	104400	24.8
$\bar{\phi}_{14}$	50400	17.5	$\bar{\phi}_{30}$	108000	25.0
$\bar{\phi}_{15}$	54000	16.5			

### (3) 解析モデル

本解析で用いた解析モデルを図 2 で示す。解析モデルは一辺 30cm の立方体のモデルで、六面体一次要素で構成されている。解析モデルの一辺は 60 等分されており、要素数は 216,000、節点数は 226,981 である。

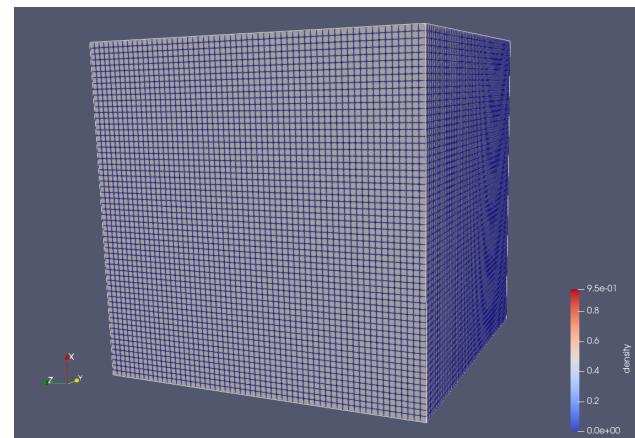


図-2 解析モデル

### (4) 欠陥箇所の設定

本研究では、単純な直方体形状の欠陥を仮定し、その欠陥が全て空気だと仮定した時の温度分布を求め、逆解析によってその欠陥形状がどの程度正確に同定できるか検討した。仮定した欠陥のサイズは 60mm×10mm×60mm とし、かぶり厚さを 10mm, 20mm, 30mm の 3 種類に変化させて、それぞれの解析を行った。欠陥の形状を図 4 図 3 で示す。

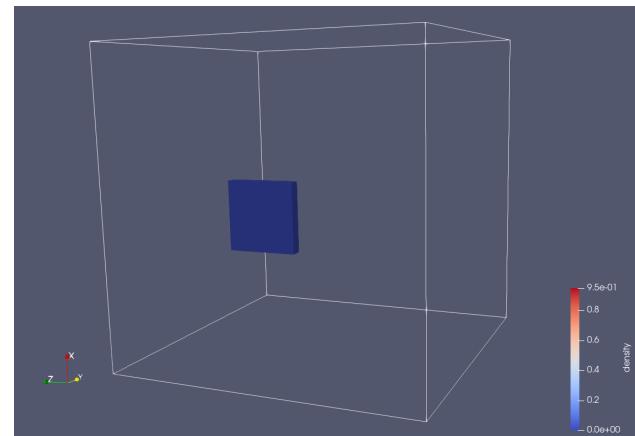


図-3 欠陥形状

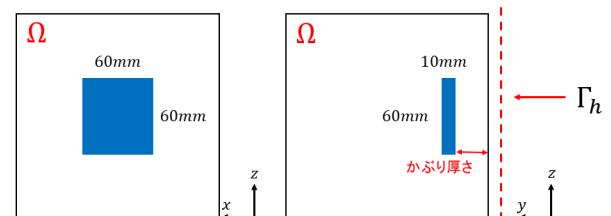


図-4 欠陥形状

#### 4. 解析結果

##### (1) 目的関数の推移

3種類のかぶり厚さに対して、逆解析をそれぞれ50回繰り返した。目的関数の推移を図5,6,7で示す。収束の速さに差はあるが、どの解析も50回の繰り返し回数で目的関数が十分に小さな値になっていることがわかる。つまり、正解の欠陥から計算された表面温度分布を、同定した欠陥を用いて高精度で再現できているということである。また、欠陥が奥にあるほど目的関数の収束が遅く、目的関数の値が振動しやすい傾向があることがわかった。

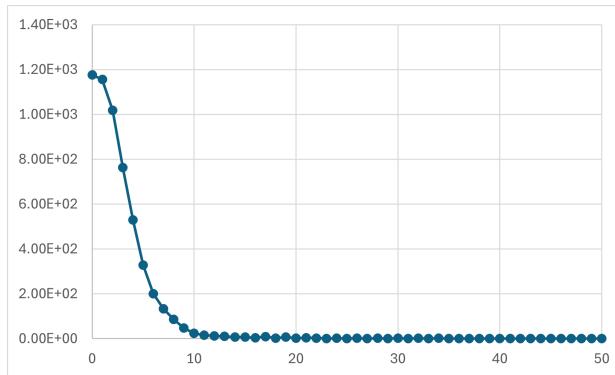


図-5 10mm かぶり欠陥解析の目的関数

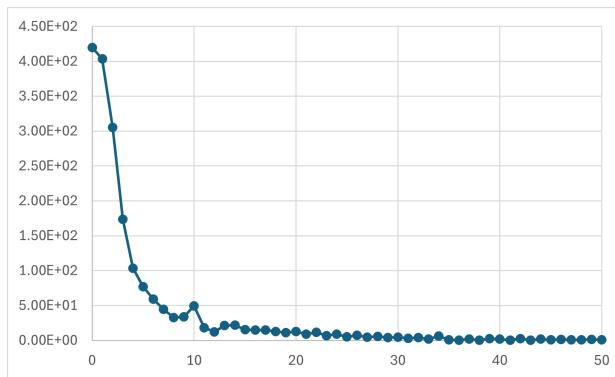


図-6 20mm かぶり欠陥解析の目的関数

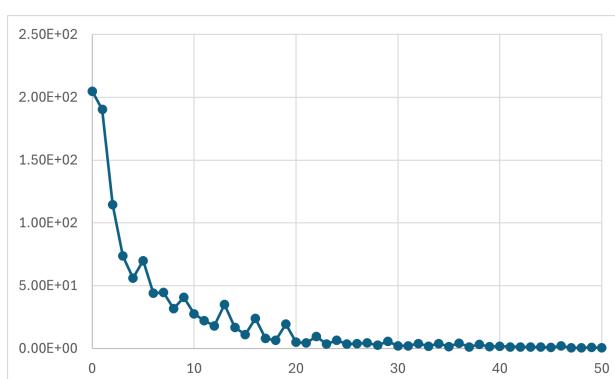


図-7 30mm かぶり欠陥解析の目的関数

##### (2) 同定した欠損形状

本手法で行った逆解析によって同定した欠陥形状を図8,9,10に示す。これらの図では、構成する節点全てが密度  $0 \leq m(\mathbf{x}) \leq 9.5$  を満たしている要素を表示している。

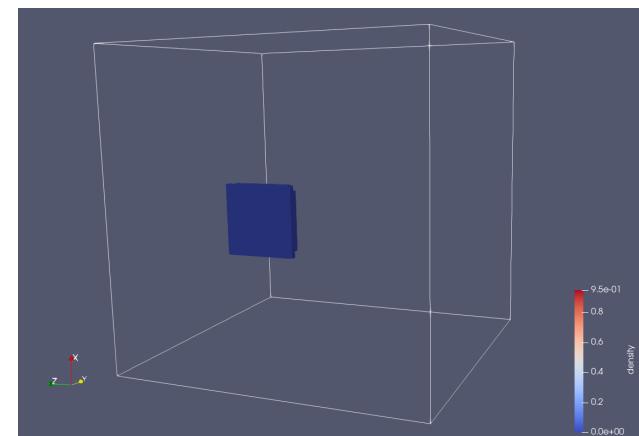


図-8 10mm かぶり欠陥の同定結果

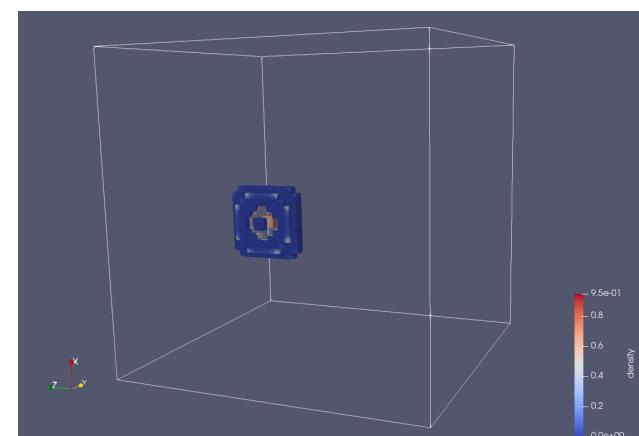


図-9 20mm かぶり欠陥の同定結果

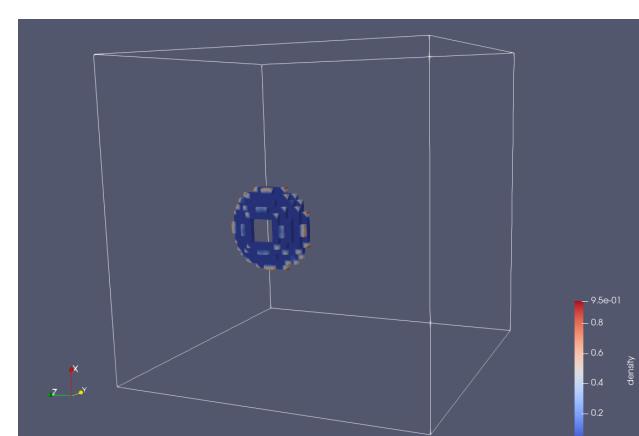


図-10 30mm かぶり欠陥の同定結果

同定された 10mm かぶりの欠陥形状は、設定された欠陥形状と同様の直方体形状になっており、高い精度で位置と形状を同定できたと言える。それに対して、同定された 20mm かぶりの欠陥形状は、設定された欠陥形状よりも丸みを帯びた形状になっており、さらに 30mm かぶりの場合は円形に近い形状となっている。そのことから、かぶり厚さが小さい場合は、欠陥形状を正確に再現できるのに対して、かぶり厚さが大きくなるにつれて正確に再現することが困難になることがわかる。

## 5. おわりに

本研究では、コンクリート表面温度分布から内部欠陥形状を同定する手法について提案した。提案手法の有効性を検討するため、単純な欠陥形状を設定してその形状を同定した。逆解析の結果、目的関数は十分に小さな値に収束し、表面温度を正確に再現できることができた。かぶり厚さが小さい場合には欠陥形状も正確に再現できるが、かぶり厚さが大きくなると欠陥形状の再現性は低下した。本手法の実用化に向けた今後の課題として、現実的な欠陥形状の再現性の検討、計算時間の短縮等が挙げられる。

## 参考文献

- [1] 太田佳秀, 曽根彰, 増田新, 射場大輔: 熱画像解析を用いたコンクリート構造物の欠陥検出に関する研究, 応用力学論文集, Vol.9, pp.95-105, 2006
- [2] 倉橋貴彦, 大下英吉: コンクリート表面における実計測温度を用いた鉄筋の部分腐食形状推定問題, 日本応用数理学会論文誌, Vol.21, No. 3, pp.221-240, 2011.
- [3] 片峯英次, 畑上秀幸, 松浦易広: 非定常熱伝導場における形状同定問題の解法, 日本機械学会論文集, Vol.66, pp.227-234, 2000.