

海洋短波レーダーを用いた波高推定アルゴリズムの構築

Construction of a Wave Height Estimation Algorithm Based on HF Radar Data

渡辺 楓¹⁾, 谷地村 敏明²⁾, 寺田 翼³⁾, 亀田 洋志³⁾, 高橋 龍平³⁾, 水藤 寛²⁾⁴⁾

Kaede Watanabe, Toshiaki Yachimura, Tsubasa Terada, Hiroshi Kameda, Ryuhei Takahashi, Hiroshi Suito

¹⁾東北大学理学研究科数学専攻 (〒 980-8578 仙台市青葉区荒巻字青葉 6 番 3 号, E-mail: kaede.watanabe.t3@dc.tohoku.ac.jp)

²⁾東北大学数理科学共創社会センター (〒 980-0845 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

³⁾三菱電機株式会社情報技術総合研究所 (〒 247-8501 神奈川県鎌倉市大船 5-1-1)

⁴⁾東北大学材料科学高等研究所 (〒 980-8577 宮城県仙台市青葉区片平 2-1-1)

High-frequency (HF) radar transmits electromagnetic waves toward the ocean surface and receives the reflected signals. Due to its ease of installation and maintenance, this system is expected to apply to wave height estimation. In this research, we propose an algorithm that reconstructs wave information and estimates wave heights from received signals using a nonnegative sparse regularization method. We also report on the results obtained by applying this algorithm to actual observed data.

Key Words : Wave height estimation, remote sensing, inverse problem, regularization

1. はじめに

海洋短波レーダーとは電磁波を海に向けて放ち、その反射波を取得するシステムである。取得した電磁波をスペクトル解析したものはドップラースペクトルと呼ばれる(図-1)。海の波浪は成分波という異なる方向と波数をもった波の重ね合わせで表現されており[1]、それらがレーダーから放たれた電磁波の反射に寄与している。したがって、ドップラースペクトルはそれら成分波の情報を反映していると考えられる。ドップラースペクトルには2つの大きなピークがあり、それらを1次ドップラースペクトルという。これは、電磁波の波数ベクトルを $\mathbf{k}_0 = (k_0, 0)$ とした時に、波数ベクトル $\pm 2\mathbf{k}_0$ の成分波に反射することによって引き起こされる。この現象を1次散乱という。ドップラースペクトルにおいて1次ドップラースペクトル以外の部分を2次ドップラースペクトルという。これは2次散乱と呼ばれる現象によって生じており、複数存在する波浪の成分波のうち、 $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \pm 2\mathbf{k}_0$ を満たす2つの波数ベクトル $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ の成分波に反射することで引き起こされたものである。

2次ドップラースペクトル $\sigma_2(\omega)$ と波浪スペクトル $S(p, q)$ の間には次の関係式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \sigma_2(\omega) &= 2^6 \pi k_0^4 \sum_{m_1=\pm 1} \sum_{m_2=\pm 1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma(m_1, m_2, \omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)|^2 \\ &\quad \times S(m_1 \mathbf{k}_1) S(m_2 \mathbf{k}_2) \delta(\omega - m_1 \sqrt{gk_1} - m_2 \sqrt{gk_2}) dp dq. \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 ω は電磁波の角周波数である。ここで、 $\mathbf{k}_1 = (p - k_0, q)$, $\mathbf{k}_2 = (-p - k_0, -q)$ であり、これらの和は $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = -2\mathbf{k}_0$ となる。 \mathbf{k}_1 と \mathbf{k}_2 の大きさをそれぞれ $k_1 = |\mathbf{k}_1|$, $k_2 = |\mathbf{k}_2|$ という記号で表す。 g は重力加速度である。また、 $\omega \in [-2\pi f_{\max}, 2\pi f_{\max}]$ であり、 f_{\max} は観測された電磁波の最大周波数である。さらに、 $\Gamma(m_1, m_2, \omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$

は結合係数と呼ばれる重み関数で、

$$\Gamma_E = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_0)(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{k}_0)}{k_0^2} - 2\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2)^{1/2} - k_0 \Delta} \right\},$$

$$\Gamma_H = \frac{1}{2} \left\{ \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \frac{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{m_1 m_2 (k_1 k_2)^{1/2}} \cdot \frac{2gk_0 + \omega^2}{2gk_0 - \omega^2} \right\}$$

を用いて、 $\Gamma = \Gamma_E - i\Gamma_H$ と表される。但し、 Δ は海洋インピーダンスと呼ばれる定数であり $\Delta = 0.011 - 0.012i$ である(方程式(1)についての詳しい解説は[2]などを参考)。 δ はデルタ関数を表す。

方程式(1)式から S を逆変換するためにさまざまな取り組みがなされてきた[3,4,5,6,7,8]。一方、この2次ドップラースペクトルから波浪スペクトルを逆解析する手法に関して、理論的な解析は十分になされてこなかった。本講演では、理論的に保証された波浪スペクトル推定手法を構築し、それを用いて波高推定を行うことを目的とする。

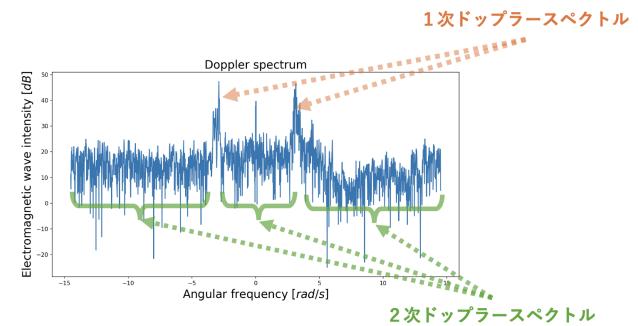


図-1: ドップラースペクトルの例。

2. 波高推定手法の構築

本章では、まず(1)からデルタ関数を消去し、解析しやすい形に変形する。その結果をもとに、非負スパース正則化を用いた波浪スペクトル推定アルゴリズムを構築し、推定した波浪スペクトルから波高推定を行う。

(1) 方程式(1)におけるデルタ関数の消去

2次ドップラースペクトル σ_2 と波浪スペクトル S の間に成り立つ関係式(1)の右辺を、

$$\begin{aligned} A[S](\omega) := & 2^6 \pi k_0^4 \sum_{m_1=\pm 1} \sum_{m_2=\pm 1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma(m_1, m_2, \omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)|^2 \\ & \times S(m_1 \mathbf{k}_1) S(m_2 \mathbf{k}_2) \delta(\omega - m_1 \sqrt{gk_1} - m_2 \sqrt{gk_2}) dp dq \end{aligned} \quad (2)$$

と書く。ここで、電磁波の角周波数 ω のとりうる値の範囲を K とし、コンパクト集合を仮定する。また、結合係数における Γ_H の分母は $\omega = \pm \sqrt{2gk_0}$ のときに 0 となるため、 $\pm \sqrt{2gk_0} \notin K$ と仮定する。さらに、今後の便宜のため $\pm 2\sqrt{gk_0} \notin K$ であるとする。以上の条件のもとで、 Γ は固定された m_1, m_2 について $\Gamma \in C(K \times \mathbb{R}^2)$ とみなすことができる。このとき、次の命題が成り立つ[9]。

命題 1. $S \in H^1(\mathbb{R}^2)$ と仮定する。このとき、

$$\begin{aligned} A[S](\omega) = & 2^6 \pi k_0^4 \sum_{m_1=\pm 1} \sum_{m_2=\pm 1} \int_{f_{m_1, m_2}^{-1}(\omega)} |\Gamma(m_1, m_2, \omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)|^2 \\ & S(m_1 \mathbf{k}_1) S(m_2 \mathbf{k}_2) \frac{1}{|\nabla f_{m_1, m_2}(p, q)|} ds \end{aligned} \quad (3)$$

と書き表すことができる。ここで、 $f_{m_1, m_2}(p, q) := m_1 \sqrt{gk_1} + m_2 \sqrt{gk_2}$ であり、 ds は $f_{m_1, m_2}^{-1}(\omega)$ 上の線素である。また、 A は $H^1(\mathbb{R}^2)$ から $L^2(K)$ への作用素である。

この命題により、方程式(1)において解析の難点となっていたデルタ関数を消去することができる。今後は、 $S \in H^1(\mathbb{R}^2)$ を仮定する。

(2) 非負スパース正則化を用いた波浪スペクトル推定アルゴリズムの構築

2次ドップラースペクトルから波浪スペクトルへの逆解析を考える上で、波浪スペクトルは正の値をとるため、非負スパース正則化という手法を用いる[10]。この手法では、以下の汎函数の最適化問題、

$$\arg \inf_{S \in X} \Theta(S) := F(S; y^\delta) + \alpha \Phi(S) \quad (4)$$

を考え、最小化する S を逆変換の近似解として扱う。しかし、 $F(\cdot; y^\delta)$ に関して次を仮定する。

仮定 1. X および Y は実ヒルベルト空間であり、 $\{\varphi_k\}_{k \in \Lambda}$ は X の正規直交基底であるとする。

1. $\text{Dom}(F(\cdot; y^\delta)) = X$ が任意の $y^\delta \in Y$ に対して成り立ち、かつ各 $y^\delta \in Y$ に対して $F(\cdot; y^\delta)$ は下から有界で弱下半連続である。一般性を失うことなく $F(u; y^\delta) \geq 0$ が全ての $u \in X$ に対して成り立つと仮定する。

2. $F(\cdot; y^\delta)$ はフレシェ微分可能である。

y^δ は既知のデータであり、本研究では、2次ドップラースペクトルの σ_2 に対応している。 $\sigma_2 \in L^2(K)$ を仮定し、 $F(S; \sigma_2)$ として、 $\|A[S] - \sigma_2\|_{L^2(K)}^2 + \lambda \|S\|_{L^2(\mathbb{R}^2)}^2$ の形をしたチコノフ汎函数を用いる。 X は $H^1(\mathbb{R}^2)$ 、 $S \in H^1(\mathbb{R}^2)$ は波浪スペクトルとする。また、 $\lambda > 0$ 、 $\alpha > 0$ である。 $F(S; \sigma_2)$ の第1項は、観測されたドップラースペクトルと推定した波浪スペクトルから計算されるドップラースペクトルのずれに対応しており、第2項は解の安定を促す正則化項である。 $\Phi(S)$ は次の形をしている。

$$\Phi(S) = \begin{cases} \sum_{i,j \in \Lambda} S_{i,j}, & \text{if } S \geq 0, \\ +\infty, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ここで、 $S_{i,j}$ は、 S を離散化したときの (i, j) 成分の値である。この項は $S \geq 0$ とならない場合は、 Θ が最小化しないようにしておらず、スパース性を促している。(4)式の目的関数 Θ に関する、以下が示されている。

定理 1 ([10] の定理 2.1). 仮定 1 のもとで、次が成り立つ。

1. 式(4)には少なくとも 1 つの非負の解が存在する。すなわち、汎関数 Θ は少なくとも 1 つの非負の大域的最小解を持つ。

2. Θ の任意の局所的最小解 u は、

$$u = \mathbb{P}_{s\alpha} (u - s \nabla F(u; y^\delta))$$

を任意の $s > 0$ に対して満たす。ここで、近接作用素 \mathbb{P}_ξ は

$$\mathbb{P}_\xi(u) = \sum_{i \in \Lambda} \max(u_i - \xi, 0) \varphi_i$$

で定義される。ただし $u_i = \langle u, \varphi_i \rangle_X$ である。

3. u が汎関数 Θ の局所的最小解であるならば、 u は非負かつスパースである。ここでスパースとは、 u を正規直交基底 $\{\varphi_k\}_{k \in \Lambda}$ を用いて書いた際、有限個の係数が 0 でない値を取り、それ以外の係数は全て 0 を取ることである。

汎函数 $F(S; \sigma_2) = \|A[S] - \sigma_2\|_{L^2(K)}^2 + \lambda \|S\|_{L^2(\mathbb{R}^2)}^2$ について、次の命題が成り立つ[9]。

命題 2. $F(S; \sigma_2)$ はフレシェ微分可能であり、その勾配は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \nabla F(S; \sigma_2) = & 2^8 \pi k_0^4 \sum_{m_1=\pm 1} \sum_{m_2=\pm 1} \mathbb{1}_{\{(p,q) \in \mathbb{R}^2; f_{m_1, m_2}(p, q) \in K\}} (-x - k_0, -y) \\ & \times \{A[S](f_{m_1, m_2}(-x - k_0, -y)) - \sigma_2(f_{m_1, m_2}(-x - k_0, -y))\} \\ & \times S(m_1(x - 2k_0, -y)) \\ & \times |\Gamma(m_1, m_2, (x - 2k_0, -y), (x, y), f_{m_1, m_2}(x - k_0, -y))|^2 \\ & + 2\lambda S(x, y). \end{aligned}$$

ただし、 $\mathbb{1}_{\{(p,q) \in \mathbb{R}^2; f_{m_1, m_2}(p, q) \in K\}}$ は定義関数である。

したがって、汎函数 $F(S; \sigma_2)$ は仮定 1 を満たすので、本研究における目的関数について、定理 1 が成り立つ。また、これを用いて勾配法を用いた波浪スペクトル推定アルゴリズムを、[10] を参考にして以下のように構築した [9]。

アルゴリズム

Step 1 初期の波浪スペクトル S_0 を $\Phi(S_0) < +\infty$ となるように設定する。

Step 2 $S_{n+1} = \mathbb{P}_{ta}(S_n - t\nabla F(S_n; \sigma_2))$ を計算し、 $\Theta(S_{n+1}) > \Theta(S_n)$ ならば $t \leftarrow t \times \mu, \mu \in (0, 1)$ とし、 $\Theta(S_{n+1}) \leq \Theta(S_n)$ となるまで計算を続ける。ここで、 μ はステップサイズ t を調整するための定数。

Step 3 $S_n = S_{n+1}$ とし、手順 2 に戻る。

Step 4 $|\Theta(S_n) - \Theta(S_{n-1})|$ がある閾値未満になったらアルゴリズムを終了する。

また、波浪スペクトルから、以下の式を用いて有義波高 H_s が計算できる。有義波高は成分波を波高の高い順に並べ、上位 3 分の 1 を平均して求められる有義波の波高と等しい [11]。

$$H_s = 4 \sqrt{\int_{\mathbb{R}^2} S(p, q) dp dq}$$

これを用いて波高の推定を行う。

3. アルゴリズムの検証

構築したアルゴリズムを用いて数値実験を行う。最初に数値実験で使用するモデル波浪スペクトルについて説明し、それを用いて波浪スペクトルの再構成および波高の推定を行う。

(1) モデル波浪スペクトル

波浪スペクトル $\tilde{S}(f, \theta)$ は周波数スペクトル $K(f)$ と方向分布関数 $G(f, \theta)$ の積、すなわち、 $\tilde{S}(f, \theta) = K(f)G(f, \theta)$ の形で表される。周波数スペクトルとして、[12] で提案されたものを用い、方向分布関数として [13] で提案されている形のものを用いた [7]。それぞれの式は以下の通りである。

$$K(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3} (T_{1/3} f)^{-5} \exp(-1.03(T_{1/3} f)^{-4}),$$

$$G(f, \theta) = G_0 \cos^{2s(f)} \left(\phi \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \right).$$

上式における H_s と T_s は有義波高、有義波周期である。また、 θ_0 は波の主方向であり、 $s(f)$ は波浪の方向集中度を表す。関数 ϕ は以下の形をしている。

$$\phi(\theta) = \begin{cases} \theta + \pi, & \text{if } \theta < -\pi/2, \\ \theta - \pi, & \text{if } \theta > \pi/2, \\ \theta, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ただし、 $-\pi < \theta < \pi$ である。こうして作成した波浪スペクトルを、分散関係を用いて波数空間上の関数に変換をする。変換の式は次のとおりである。

$$S(p, q) = \frac{1}{k} \frac{\partial \omega}{\partial k} \tilde{S}(\omega, \theta).$$

ただし、 ω は成分波の角周波数で、 k はその波数を表す。

(2) 数値実験

数値実験ではモデルの波浪スペクトルを使用する。ここから方程式 (3) を用いて 2 次ドップラースペクトルを計算し、これを既知のデータとする。一方、生成したモデルの波浪スペクトルには一様乱数で摂動を加え、これをアルゴリズムの初期値とし、元の波浪スペクトルが再構成されるかを確かめた。数値実験では実際に観測される波浪を想定して、室津湾で 2025 年 3 月 28 日 21:00 に計測された有義波高、有義波周期、風向を用いた。それぞれ、1[m], 6[s], 北（波の主方向は 180 度と予測される）である。この値は全国港湾海洋波浪情報網（ナウファス）[14] から取得した。

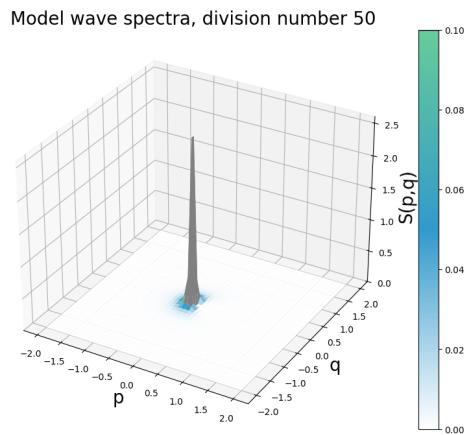
実験結果を図-2 に示す。図では、0.1 以上の値で特に大きな変化が見られなかったため、灰色で着色している。生成したモデルの波浪スペクトルは図-2a であり、これが正解のデータに対応する。ここに正解との相対誤差が 50% の摂動を加え、アルゴリズムの初期値として実験を行う。摂動を加えた後の波浪スペクトルは図-2b の通りである。アルゴリズムを 10 ステップ実行した結果が、図-2c である。摂動が除去され正解の波浪スペクトルの形に近づいたことが確認される。波浪スペクトルの相対誤差の値も 50% から約 11% まで減少していた。摂動を加えた波浪スペクトル、結果から波高推定を行なったところ、それぞれ約 3.1[m], 1.2[m] であり、正解との波高の相対誤差は約 211% から約 21% まで減少していることも観測された。

4. おわりに

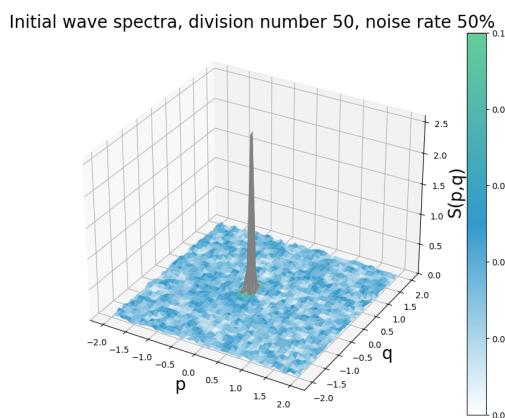
本稿では、適切な仮定のもと方程式 (1) の特異性を解消し、その結果に基づいて非負スパース正則化を用いた勾配法に基づく波浪スペクトル推定アルゴリズムおよび波高推定手法を構築した。数値実験から、このアルゴリズムの波浪スペクトルおよび波高推定への有用性が示唆された。今後は、波浪状況に合わせた適切なパラメータ λ, α の設定方法について検討を行う。なお、当日の講演では、実データを用いた波高推定結果も含めて報告する。

参考文献

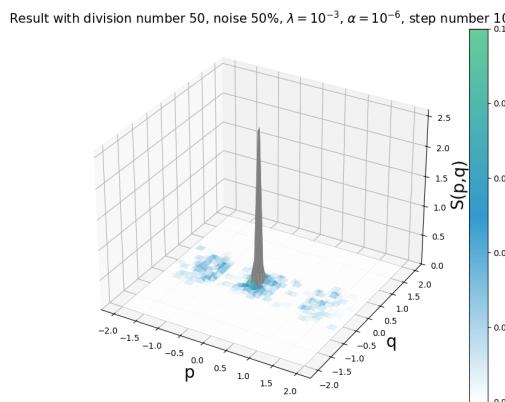
- [1] J. Journée and W. Massie. *Offshore Hydromechanics*. 01 2001.
- [2] B. J. Lipa and D. E. Barrick. *Analysis Methods for Narrow-beam High-frequency Radar Sea Echo*. NOAA Technical Report ERL, WPL. U.S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Research Laboratories, 1982.



(a) 正解の波浪スペクトル.



(b) 摂動を加えた波浪スペクトル.



(c) 結果の波浪スペクトル.

図-2: 波浪スペクトル再構成の実験結果.

- [3] Y. Hisaki. Nonlinear inversion of the integral equation to estimate ocean wave spectra from HF radar. *Radio Science*, Vol. 31, No. 1, pp. 25–39, 1996.
- [4] J. J. Green and L. R. Wyatt. Row-action inversion of the barrick – weber equations. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 23, No. 3, pp. 501 – 510, 2006.
- [5] L. R. Wyatt, J. J. Green, A. Middleditch, M. D. Moorhead, J. Howarth, M. Holt, and S. Keogh. Operational wave, current, and wind measurements with the pisces HF radar. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 31, No. 4, pp. 819–834, 2006.
- [6] Y. Hisaki. Development of HF radar inversion algorithm for spectrum estimation (HIAS). *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Vol. 120, No. 3, pp. 1725–1740, 2015.
- [7] 片岡智哉. 短波海洋レーダとベイズ型モデルを用いた浅海波の方向スペクトルの推定. 国総研資料 895, 国土交通省 国土技術政策総合研究所, 日本, 3 2016. ISSN 1346-7328.
- [8] G. Lopez and D. C. Conley. Comparison of HF radar fields of directional wave spectra against in situ measurements at multiple locations. *Journal of Marine Science and Engineering*, Vol. 7, No. 8, 2019.
- [9] K. Watanabe, T. Yachimura, T. Terada, H. Kameda, R. Takahashi, and H. Suito. Ocean wave spectrum reconstruction from HF radar data and its application to wave height estimation. (in preparation).
- [10] P. Q. Muoi, D. N. Hào, S. K. Sahoo, D. Tang, N. H. Cong, and C. Dang. Inverse problems with nonnegative and sparse solutions: algorithms and application to the phase retrieval problem. *Inverse Problems*, Vol. 34, No. 5, p. 055007, 2018.
- [11] H. U. Sverdrup, W. H. Munk, and Scripps Institution of Oceanography. *Wind, Sea and Swell: Theory of Relations for Forecasting*. Publication No. 56. Hydrographic Office, Washington, D.C., 1947.
- [12] 光易恒. 風波のスペクトルの発達(2). 海岸工学講演会論文集, Vol. 17, pp. 1–7, 1970.
- [13] H. Mitsuyasu, F. Tasai, T. Suhara, S. Mizuno, M. Ohkusu, T. Honda, and K. Rikiishi. Observations of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy. *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 5, No. 4, pp. 750–760, 1975.
- [14] 国土交通省港湾局. 全国港湾海洋波浪情報網（ナウファス）. <https://www.mlit.go.jp/kowan/nowphas/>.