

# 大変形弾塑性解析の並列パラメトリックスタディにおける 解析ケースの実行順に関する研究

Study on execution order of analysis cases in parallel parametric study

of large-deformation elastic-plastic analysis

柴田怜<sup>1)</sup>, 二村匠音<sup>2)</sup>, 遊佐泰紀<sup>3)</sup>

Rei Shibata, Takuto Nimura and Yasunori Yusa

1)修(工) 電気通信大学大学院情報理工学研究科(〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: rei.shibata@uec.ac.jp)

2)学(工) 電気通信大学大学院情報理工学研究科(〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: t.nimura@uec.ac.jp)

3)博(工) 電気通信大学大学院情報理工学研究科 准教授(〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: y.yusa@uec.ac.jp)

Large-deformation elastic-plastic analysis is used for structures with large stresses and deformations due to natural disasters, etc. In this analysis, experimental and numerical solutions are often compared. However, they sometimes do not match. It also tends to require significant computational time. For these issues, we proposed parallel parametric study of large-deformation elastic-plastic analysis using master-worker method and a static load balancing method. However, even with the master-worker method, it became clear that the computational time of the parallel parametric study strongly depends on the order in which the analysis cases are executed. Therefore, the purpose of this study is to investigate the effect of the order in which the analyses are performed on the computational time of parallel parametric studies. In this study, we propose and evaluate a method for determining the order in which analysis cases are executed.

**Key Words :** Parallel Parametric Study, Nonlinear Finite Element Analysis, Large Deformation, Elasto-Plasticity, Execution Order of Analysis Cases, Master-Worker Method.

## 1. 緒言

自然災害などにより、構造物に大きな応力や変形が加わることがある。このような問題には有限要素法による大変形弾塑性解析が有効である。この大変形弾塑性解析では、実験結果と解析結果の比較が頻繁に行われている[1]。しかし、両者はしばしば一致しないことがある。また、非線形を考慮した有限要素解析 (FEA: Finite Element Analysis) が行われるため長大な計算時間を要する傾向がある。そのため、実験結果に対して長大な計算時間をする解析を、入力パラメータを網羅的に変更して実施することが想定される。このような長大な計算時間を要する網羅的な分析手法として、Suwa et al.[2]は、線形弾性解析向けに、Message Passing Interface (MPI)を使用した分散メモリ型計算機を用いたパラメトリックスタディを並列化する手法を提案した。

そこで、著者らは、大変形弾塑性解析のパラメトリックスタディを並列化する手法を提案した[3]。しかし、提案手法は試作的なものであり、CT試験片の静的引張試験に対する数値例への適用のみであったため、提案手法のさらなる改良と手法の汎用性について課題が残った。これらの課題に対して、著者らは、提案手法の更なる改良として負荷分散手法を検討した。二村ら[4]は、大変形弾塑性解析のMPI並列化とベイズ最適化を用い、負荷分散の手法としてマスターワーカー法を用いた解析パラメータの並

列探索手法を提案した。そこで、著者らは、静的負荷分散手法とマスターワーカー法に基づき、大変形弾塑性解析の並列パラメトリックスタディの負荷分散手法を提案した[5]。そして、提案手法を適用した際の並列性能の調査とその性能評価を行った。しかし、マスターワーカー法を用いても、パラメトリックスタディの計算時間が解析ケースの実行順に大きく依存することが明らかになった。

そこで、本研究では、解析ケースの実行順が並列パラメトリックスタディの計算時間に与える影響の調査を目的とし、解析ケースの実行順を定める手法を提案する。そして、提案手法を静的負荷分散手法とマスターワーカー法に適用し、その並列性能調査を行う。

## 2. 解析手法

### 2.1. 大変形弾塑性解析手法

本研究では、先行研究[3,5]と同様に大変形弾塑性解析を実施した。具体的には、以下の有限要素平衡方程式を解いた。

$$\mathbf{r} \equiv \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{u}) - \mathbf{f}^{\text{ext}} = \mathbf{0}. \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{r}$  は残差ベクトルであり、 $\mathbf{u}$  は全体節点変位ベクトルである。全体内力ベクトル  $\mathbf{f}^{\text{int}}$  と全体外力ベクトル

$\mathbf{f}^{\text{ext}}$  は次式のように表される。

$$\mathbf{f}^{\text{int}} \equiv \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega, \quad (2)$$

$$\mathbf{f}^{\text{ext}} \equiv \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}^T \mathbf{t} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega. \quad (3)$$

ここで,  $\Omega$  は物体の領域,  $\Gamma_t$  は  $\Omega$  の境界で表面力が規定されている部分,  $\mathbf{B}$  はひずみ変位行列,  $\mathbf{N}$  は形状関数,  $\boldsymbol{\sigma}$  は Cauchy 応力,  $\mathbf{t}$  は  $\Gamma_t$  に規定される表面力,  $\mathbf{b}$  は  $\Omega$  に規定される物体力を表している。増分法と記憶制限 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)法[6]を用いて式(1)を解いた。また、有限変形弾塑性モデルとして、有限変形モデルは Hencky モデル[7]、弾塑性モデルは von Mises の降伏条件と等方硬化則を使用した。

## 2.2. 並列パラメトリックスタディ手法

本研究では、先行研究[3,5]と同様に MPI を用いて並列パラメトリックスタディを実施した。大変形弾塑性解析の入力パラメータの中からパラメータを選定し、それぞれの選定パラメータの値の組み合わせを解析ケースとしてパラメトリックスタディが行われる。その際の荷重分散手法として、静的荷重分散手法[2]とマスターワーカー法[8]を使用した。

静的荷重分散手法の場合、それぞれのプロセスは指定された実行予定の解析ケースに対して大変形弾塑性解析を行う。図1に静的荷重分散のフローチャートを示す。ここで、解析ケース数を  $N$ 、並列数を  $\text{MPI\_SIZE}$ 、プロセスの識別子を  $\text{MPI\_RANK}$  とする。

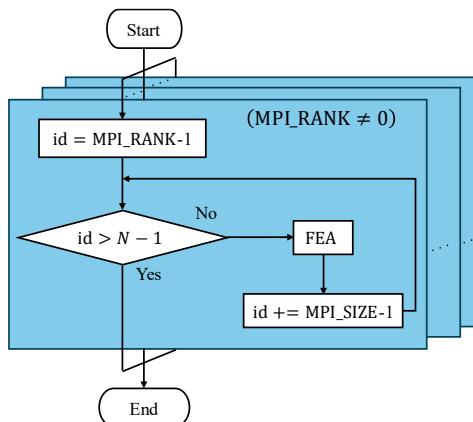


図1 静的荷重分散手法のフローチャート

マスターワーカー法の場合、一つのマスター プロセスとそれ以外のワーカー プロセスに分けて、それらが通信を行うことですべての解析ケースを実行する。図2にマスターワーカー法のフローチャートを示す。ここで、解析ケース数を  $N$ 、並列数を  $\text{MPI\_SIZE}$ 、プロセスの識別子を  $\text{MPI\_RANK}$ 、マスターの  $\text{id}$  を  $\text{m_id}$ 、ワーカーの  $\text{id}$  を  $\text{w_id}$ 、マスター内のカウンタを  $k$  とする。

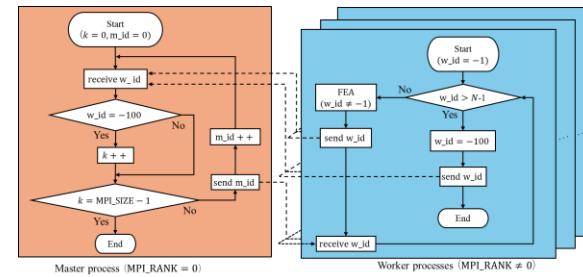


図2 マスターワーカー法のフローチャート

## 2.3. 解析ケースの実行順を定める手法

並列パラメトリックスタディの計算時間は、解析ケースを実行する順番に影響を受ける。そこで、本研究では、解析ケースを実行する順番が並列パラメトリックスタディの計算時間に与える影響を調査するため、以下の8つの解析ケースの実行順を提案する。

- i. 節点数を降順にして、節点数が同じ場合、増分ステップ数を降順とする実行順
- ii. 節点数を降順にして、節点数が同じ場合、増分ステップ数を昇順とする実行順
- iii. 節点数を昇順にして、節点数が同じ場合、増分ステップ数を降順とする実行順
- iv. 節点数を昇順にして、節点数が同じ場合、増分ステップ数を昇順とする実行順
- v. 増分ステップ数を降順にして、増分ステップ数が同じ場合、節点数を降順とする実行順
- vi. 増分ステップ数を降順にして、増分ステップ数が同じ場合、節点数を昇順とする実行順
- vii. 増分ステップ数を昇順にして、増分ステップ数が同じ場合、節点数を降順とする実行順
- viii. 増分ステップ数を昇順にして、増分ステップ数が同じ場合、節点数を昇順とする実行順

これらの解析ケースの実行順を、図3に示す。節点数と増分ステップ数以外の選定パラメータに関しては、節点数と増分ステップ数の組み合わせが同じ場合、昇順としている。その理由としては、連立一次方程式を解く際の計算量に影響を与える節点数と連立一次方程式を解く回数に影響を与える増分ステップ数が並列パラメトリックスタディの計算時間に影響を与えると考えられるためである。

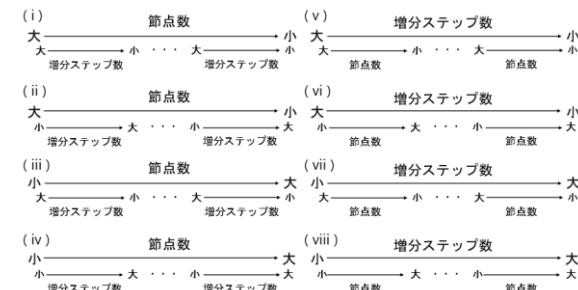


図3 解析ケースの実行順

### 3. 貫通切り欠き付き円筒を用いた数値例

本研究では、貫通切り欠き付き円筒の静的ねじり試験[9]に対して、静的負荷分散手法とマスターワーカー法に對して解析ケースの実行順を定める手法を使用した。

#### 3.1. 解析条件

図4に示す寸法と図5に示す境界条件で大変形弾塑性解析を行った。使用した貫通切り欠き付き円筒の材料はSGV410を使用し、ヤング率は203GPa、ポアソン比は0.3とした。

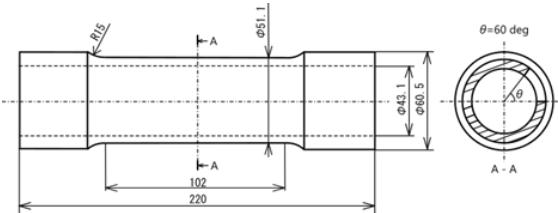


図4 貫通切り欠き付き円筒の寸法

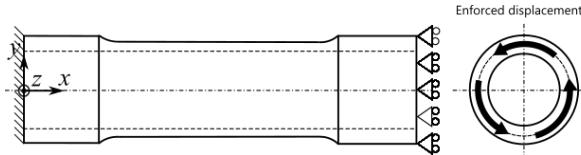


図5 貫通切り欠き付き円筒の境界条件(ねじり角:50°)

パラメトリックスタディのパラメータに関しては、全体のメッシュサイズ、切り欠き周辺のメッシュの再メッシュの有無、メッシュの種類、応力ひずみ曲線、増分ステップ数を選定した。それぞれの選定パラメータの設定した値について説明を行う。応力ひずみ曲線に関しては、先行研究[3,5]と同様に設定した。メッシュの種類に関しては、要素寸法を基準に、六面体一次と四面体二次を設定した。全体のメッシュに関しては、円周に対して $20^\circ, 15^\circ, 10^\circ$ ごとに分割を行ったメッシュを使用した。そして、それぞれのメッシュに対して切り欠き周辺に再メッシュを行うか否かを設定した。このように設定した理由は、メッシュが解析結果に与える影響の調査を行うためである。また、切り欠き周辺の再メッシュに関しては、切り欠き周辺の応力や変形に対する再メッシュの影響の調査が選定理由として挙げられる。これらのメッシュの一例について図6に示し、それぞれの要素数と節点数は表1に示す。

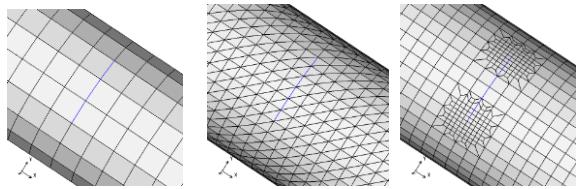


図6 貫通切り欠き付き円筒のメッシュの一例

表1 解析に使用したメッシュの要素数と節点数

メッシュの種類	四面体二次						六面体一次					
	小 (10°)		中 (15°)		大 (20°)		小 (10°)		中 (15°)		大 (20°)	
refineの有無	する	しない	する	しない	する	しない	する	しない	する	しない	する	しない
要素数	27,360	19,872	16,704	9,216	12,312	5,184	4,560	3,312	2,784	1,536	2,770	864
節点数	44,385	33,369	26,341	15,525	19,063	8,763	6,581	5,091	3,875	2,385	2,052	1,356

そして、増分ステップ数に関しては、500, 750, 1,000, 1,250, 1,500と設定した。したがって、メッシュサイズのパラメータ数が3通り、切り欠き周辺の再メッシュの有無の2通り、メッシュの種類数が2通り、応力ひずみ曲線のパラメータ数が5通り、増分ステップ数のパラメータ数が5通りで、それらの積である300ケースの解析ケース数でパラメトリックスタディを行った。

本研究では、最大64並列が可能である分散メモリ型計算機を使用した。その性能を表2に示す。

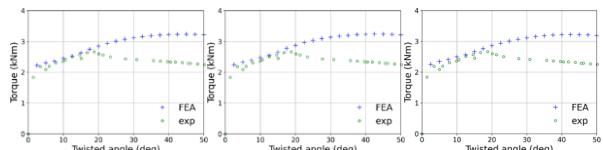
表2 解析に使用した分散メモリ型計算機の性能

CPU	16 cores (Intel Core i9-12900) × 4 nodes = 64 cores
Memory	64 GB (DDR4-3200) × 4 nodes = 256 GB
Storage	2 TB (SSD) × 4 nodes = 8 TB
Network	10 GbE

#### 3.2. 解析結果

300の解析ケースの全てが破綻せずに反復計算が収束した。トルク・ねじり角曲線を用いて、それぞれのパラメータを変更した際の解析結果への影響の調査を行った。選定パラメータの内、応力ひずみ曲線と増分ステップ数は先行研究[3]と同様に解析結果に影響を与えた。そのため、それ以外のパラメータの結果に対して考察を行う。

まず、全体のメッシュを変更した場合の結果を図7に示す。メッシュサイズが小さくなると、ねじり角度が $10^\circ$ 以下のトルクがわずかに大きくなっていることがわかる。



(a) メッシュサイズ: 大 (b) メッシュサイズ: 中 (c) メッシュサイズ: 小

図7 トルクねじり曲線(再メッシュ有り、四面体二次、増分ステップ数:1,500, YE:1)

次に、切り欠き周辺のメッシュの再メッシュの有無を変更した際の結果を図8に示す。切り欠き周辺を再メッシュする場合の方が、ねじり角度が $15^\circ$ 以下のトルクがわずかに大きくなっている。

かに小さく、実験結果に近いことがわかる。

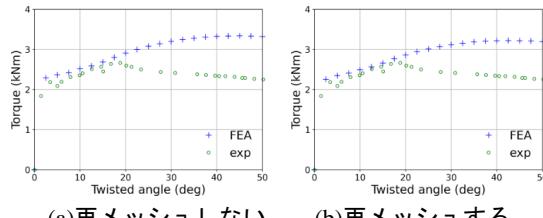


図8 トルクねじり曲線(メッシュサイズ:小, 四面体二次, 増分ステップ数:1,500, YE:1)

最後に、メッシュの種類を変更した際の結果を図9に示す。四面体二次の場合の方が、ねじり角度が15°以下のトルクがわずかに小さく、実験結果に近いことがわかる。

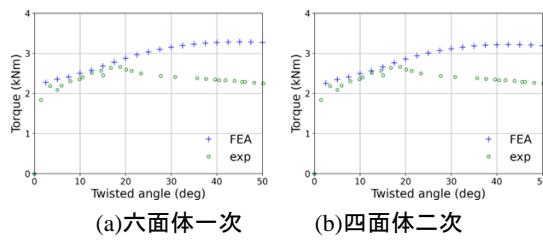


図9 トルクねじり曲線(メッシュサイズ:小, 再メッシュ有り, 増分ステップ数:1,500, YE:1)

これらの解析結果より、選定パラメータの内、初期不整の大きさ、メッシュ生成のパラメータ、応力ひずみ曲線が解析結果のトルク・ねじり角曲線に影響を与えることがわかった。

### 3.3. 並列性能調査

次に、8つの解析ケースの実行順に対して並列数64で並列性能調査を実施した。表3に静的負荷分散手法の各実行順のパラメトリックスタディの計算時間を示し、表4にマスターワーカー法の各実行順のパラメトリックスタディの計算時間を示した。この結果から、全ての解析ケースの実行順において、マスターワーカー法を使用した場合の計算時間は、静的負荷分散手法を使用した場合よりも小さいことがわかった。そこで、マスターワーカー法を使用した場合の各解析ケースの実行に関する計算時間の考察を行う。まず、実行順iと実行順iiの計算時間が小さい傾向があることがわかった。一方で、実行順ivと実行順viiiの計算時間が大きい傾向があることがわかった。特に増分ステップ数が昇順である実行順viiiの計算時間は、節点数が降順である実行順iiの計算時間の1.46倍大きいことがわかった。これらより、節点数を降順にすると計算時間が小さくなることがわかった。一方で、節点数と増分ステップ数ともに昇順とした場合、計算時間が大きくなることがわかった。そこで、計算時間が小さい傾向がみられる節点数を降順としている実行順iと実行順iiについて、それぞれの実行順のワーカープロセスの計算時間を調査した。その結果を順番に説明する。

表3 静的負荷分散手法の実行順の計算時間 (s)

i	ii	iii	iv	v	vi	vii	viii
106,704	100,220	102,544	98,227	214,797	162,225	169,165	191,572

表4 マスターワーカー法の各実行順の計算時間 (s)

i	ii	iii	iv	v	vi	vii	viii
66,268	62,379	82,740	88,737	70,617	70,556	86,177	91,302

まず、実行順iのワーカープロセスの計算時間を図10に示し、計算時間が最大のプロセスが実行した各解析ケースの計算時間を図11に示した。ここで、Execution idは、パラメトリックスタディの解析ケースの順番を表している。節点数と増分ステップ数が最大の解析ケースを1つ実行していることがわかった。

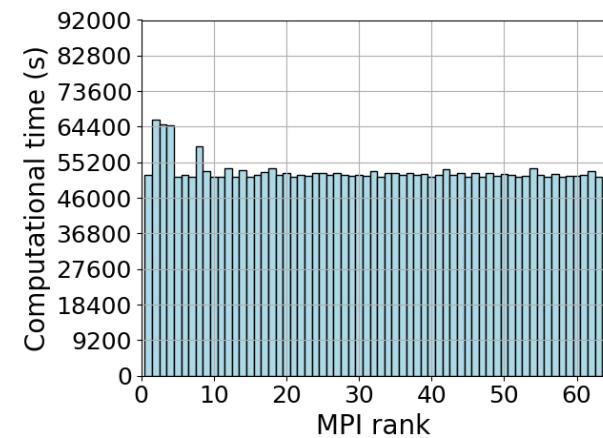


図10 実行順iのワーカープロセスの計算時間

Execution id: 0 Incremental step 1500 Total elapsed time: 66,263 s

図11 実行順iの最大の計算時間のプロセスが実行した各解析ケースの計算時間

次に、実行順iiのワーカープロセスの計算時間を図12に示し、計算時間が最大のプロセスが実行した各解析ケースの計算時間を図13に示した。実行順iiの場合も同様に、節点数と増分ステップ数が最大の解析ケースを1つ実行していることがわかった。

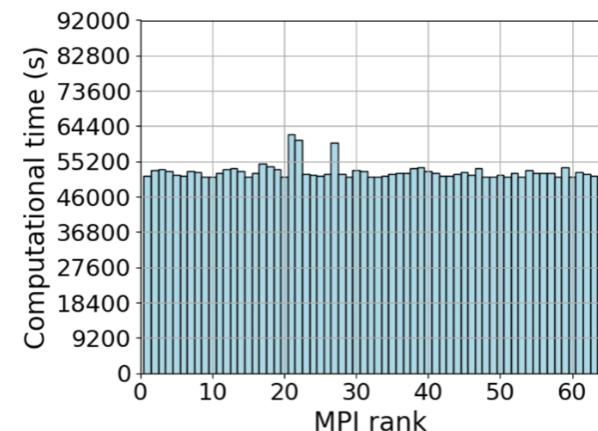


図12 実行順iiのワーカープロセスの計算時間

Execution id: 20 Incremental step 1500 Total elapsed time: 62,374

s

図 13 実行順 ii の最大の計算時間のプロセスが実行した各解析ケースの計算時間

これらの結果より、パラメトリックスタディの計算時間が小さくなる場合、節点数と増分ステップ数が最大の解析ケースの計算時間が、パラメトリックスタディの計算時間となることがわかった。また、その際の実行順は、節点数と増分ステップ数が最大のケースを最初に実行するような実行順であることがわかった。このように節点数と増分ステップが最大のケースを最初に実行している実行順は、実行順i, 実行順ii, 実行順vであった。

そこで、これらの実行順における節点数と増分ステップ数が最大の解析ケースの計算時間についてさらなる調査を行った。具体的には、節点数と増分ステップ数が最大のケースを実行したノードの各ワーカープロセスが実行した解析ケース数を表5に示した。同一ノード内において、実行した解析ケース数は、実行順ii, 実行順i, 実行順vの順に大きく、これは計算時間の小さい順と一致していることがわかった。また、各ワーカープロセスの実行した解析ケース数に着目すると、実行順iiの場合、実行した解析ケース数の最大値は8であり、全体的に実行した解析ケース数が大きいことがわかった。一方で、実行順vは、実行した解析ケース数の最大値は4であり、全体的に実行した解析ケース数が小さいことがわかった。

表 5 最大の計算時間を実行したノードの実行ケース数

実行順	各ワーカープロセスが実行した解析ケース数 (i, v: MPI rank 1~13, ii: MPI rank 14~27)												
	i	5	1	1	1	5	2	4	1	5	5	6	1
ii	4	1	5	1	1	1	6	1	1	6	5	6	8
v	1	2	1	1	1	3	4	3	2	2	4	4	3

#### 4. 結言

本研究では、解析の実行順が並列パラメトリックスタディの計算時間に与える影響の調査を目的とし、解析ケースの実行順を定める手法を提案した。提案手法の貫通り欠き付き円筒の静的ねじり試験の数値例への適用により、選定パラメータの内、初期不整の大きさ、メッシュサイズ、切り欠き周辺のメッシュの再メッシュの有無、メッシュの種類、応力ひずみ曲線が解析結果のトルク・ねじり角曲線に影響を与えることを示した。そして、並列性能調査の結果、パラメトリックスタディの計算時間は、節点数と増分ステップ数とともに昇順の場合が降順よりも大きい傾向があることがわかった。特に増分ステップ数が昇順の計算時間は、節点数を降順としている場合よりも1.46倍と大きいことがわかった。一方で、計算時間が小さい、節点数が降順の場合、節点数と増分ステップ数が最大の解析ケースの計算時間がパラメトリックスタディの計算時間となっていることがわかった。そして、そのような場合、ノード内の実行する解析ケース数が大きいほどパラメト

リックスタディの計算時間が小さくなることが示唆された。

#### 謝辞

本研究はJSPS科研費JP22K14167の助成を受けたものである。

#### 参考文献

- [1] Yusa, Y., Miyauchi, S., Okada, H. (2021), Performance investigation of quasi-Newton-based parallel nonlinear FEM for large deformation elastic-plastic analysis over 100 thousand degrees of freedom. *Mechanical Engineering Journal*, Vol. 8, Issue 3, Article 21-00053.
- [2] Suwa, S., Yusa, Y., Kuboki, T. (2023), Parallel parametric analysis approach based on an s-version FEM for fracture mechanics analysis in designing hole positions. *Mechanical Engineering Journal*, Vol.10, Issue 3, Article 22-00462.
- [3] 柴田怜, 諏訪浩貴, 遊佐泰紀 (2023). 大変形弾塑性問題の並列パラメトリック解析に向けた検討. 日本機械学会関東支部総会講演会講演論文集, Vol. 2023.29, Article 17H01.
- [4] 二村匠音, 柴田怜, 遊佐泰紀 (2024). ベイズ最適化を用いた非線形有限要素法の解析パラメータ決定とその分散メモリ型並列化. 計算工学講演会論文集, Vol. 29, Article D-12-01.
- [5] 柴田怜, 二村匠音, 遊佐泰紀 (2024). 大変形弾塑性解析の並列パラメトリックスタディの負荷分散. 理論応用力学講演会講演会論文集, Vol.24-16, Article N-GS\_N-OS7-04.
- [6] Nocedal, J. (1980), Updating quasi-Newton matrices with limited storage. *Mathematics of Computation*, Vol. 35, Issue 151, pp. 773–782.
- [7] De Souza Neto, E. A., Perić, D., Owen, D. R. J (2012). 非線形有限要素法(弾塑性解析の理論と実践), 寺田賢二郎(監訳), 森北出版.
- [8] Fachat, A., Hoffmann, K.H. (1997), Implementation of ensemble-based simulated annealing with dynamic load balancing under MPI. *Computer Physics Communications*, Vol. 107, Issue 1-3, pp. 49-53.
- [9] 日本溶接協会 原子力研究委員会 MFD 小委員会 (2017, (参照 2024-12-16)). 多軸応力下の疲労および延性破壊データベース公開資料. <[http://www-it.jwes.or.jp/fatigue\\_db/](http://www-it.jwes.or.jp/fatigue_db/)>.