

# 応力三軸度に依存する結合力モデルを用いたFEMによる C(T)試験片の延性き裂進展解析

Ductile Crack Growth Analysis in C(T) Specimen  
Using Stress-triaxiality Dependent Cohesive Zone Model in FEM

李炎龍<sup>1)</sup>, 長嶋利夫<sup>2)</sup>

Yanlong Li and Toshio Nagashima

1) 修 (工) 上智大学大学院 (〒102-8554, 東京都千代田区紀尾井町7-1, E-mail: liyanlong@eagle.sophia.ac.jp)

2) 博 (工) 上智大学理工学部 (〒102-8554, 東京都千代田区紀尾井町7-1)

In this study, a stress-triaxiality-dependent cohesive zone model (TDCZM) is proposed to account for the influence of stress triaxiality on material failure. The two primary cohesive parameters—tensile strength and fracture energy—are treated as functions of local stress triaxiality obtained from solid elements adjacent to cohesive interface elements. A 3D ductile crack growth analysis is conducted on a steel C(T) specimen. The analysis results are validated by comparison with experimental data and those obtained using a conventional cohesive zone model with constant parameters. The validity of TDCZM in modeling 3D crack growth in ductile materials is demonstrated.

**Key Words :** FEM, Ductile fracture, Cohesive zone model, Elastic-plastic analysis, stress triaxiality

## 1. はじめに

鋼構造の強度信頼性を確保するために、き裂進展評価が不可欠である。一般に、C(T)試験片による破壊靱性試験から、き裂進展量と  $J$  積分の関係を表す  $J$ - $R$  曲線が求められ、き裂成長開始時の  $J$  積分値を弾塑性破壊靱性値として評価する。近年、計算破壊力学の分野において、結合力モデル (Cohesive Zone Model: CZM) を組み込んだ有限要素法 (FEM) によって材料非線形性を考慮した延性き裂進展解析が実施可能となっている。CZM では、延性破壊過程におけるボイドの発生・成長・合体に起因する力学挙動を、表面力-相対変位関係 (Traction-Separation Law: TSL) によってモデル化する。TSL を定義するための主要なパラメータとして、損傷の発生基準となる最大結合力と、損傷進展に費やされる結合エネルギーが挙げられる。これらのパラメータは材料定数として仮定され、それぞれ引張試験および破壊靱性試験によって決められることが多い[1]。しかしながら、延性材の破壊挙動は、試験片の寸法や荷重条件などの違いにより、き裂先端近傍の塑性拘束に強く依存することが指摘されている[2]。また、試験片内において、板厚中央部と自由表面近傍とでは塑性拘束が異なり、破壊挙動に違いが生じることが知られている。そのため、材料定数として仮定されたパラメータを用いた CZM は実現象を十分に再現できない。そこで、Siegmund と Brocks[3]は CZM を延性破壊に適用する際に塑性拘束の影響を調べるため、塑性拘束の程度を表す応力三軸度をパラメータとして、損傷力学に基づく GTN モデルを利用し、異なる応力三軸度下での TSL の形状を予測し、応力三軸度に依存する結合力モデル (Triaxiality-dependent CZM: TDCZM) を提案した。本研究では、結合力モデルを用いた三次元延性き裂進展シミュレーション手法を開発し、その妥当性を検証する。本稿ではその一環として、TDCZM を導入したインターフェース要素を用いて低合金鋼製 C(T) 試験片の三次元弾塑性解析を実施し、荷重-変位曲線、変位-き裂進展量との関係および進展き裂の前縁形状を評価した結果を示す。

## 2. 解析手法

### (1) 応力三軸度に依存する結合力モデル (TDCZM)

弾塑性体のき裂進展挙動を模擬するため、Tvergaardらが提案したFig.1に示すような台形状の表面力-相対変位関係[4]を有する結合力モデルを用いる。き裂面に作用する表面力  $T$  とき裂面間での相対変位  $\delta$  との関係を次式のように表す。

$$T = \begin{cases} T_0(\eta) \cdot \frac{\delta}{\delta_1} & \text{for } 0 < \delta \leq \delta_1 \\ T_0(\eta) & \text{for } \delta_1 < \delta \leq \delta_2 \\ T_0(\eta) \cdot \frac{\delta_c - \delta}{\delta_c - \delta_2} & \text{for } \delta_2 < \delta \leq \delta_c \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\delta_c = \frac{2\Gamma_0(\eta)}{T_0(\eta)} - \delta_2 + \delta_1 \quad (1.2)$$

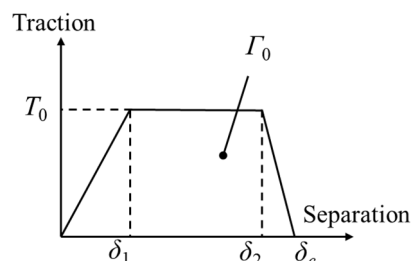


Fig.1 Trapezoidal traction-separation law.

ここに、 $T_0$ は損傷の発生に対応するき裂面の最大結合力、 $\delta_c$ は損傷が進展するときの相対変位、 $\Gamma_0$ は結合エネルギーであり、表面力の仕事がこの値に達したときにき裂が進展すると仮定する。 $\delta_1$ と $\delta_2$ はそれぞれ損傷の開始、結合

力低下の開始に対応する相対変位である。このような関係は、軟化開始の前に表面力が一定値を維持し、き裂先端の塑性鈍化を伴って散逸したエネルギーが大幅に増加することを適切に表現できる。本研究では、結合力モデルパラメータである最大結合力 $T_0$ および結合エネルギー $\Gamma_0$ が局所応力三軸度 $\eta$ に依存すると見なし、それぞれ $T_0(\eta)$ 、 $\Gamma_0(\eta)$ として表現する。 $\eta$ は平均応力 $\sigma_m$ とミーゼス応力 $\sigma_{eq}$ によって定義され、次式のように表される。

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \quad (2)$$

## (2) パラメータの同定

SiegmundおよびBrocks[3]はフェライト鋼の延性破壊を想定し、損傷力学に基づくGTNモデルを用いて平面ひずみ条件下で単位セルのFEM解析を実施した。負荷条件を調整しながら応力三軸度 $\eta$ を変化させた際の力学応答の変化から、CZMにおける最大結合力 $T_0$ および結合エネルギー $\Gamma_0$ と応力三軸度との関係を予測した。その結果、 $T_0$ は応力三軸度の増加とともに増加する一方で、 $\Gamma_0$ は $\eta$ の増加とともに減少することを示しており、CZMに及ぼす面内拘束の影響を議論した。ZhangとYuan[5]はCZMを三次元き裂問題に適用する際、 $T_0$ 、 $\Gamma_0$ は面内拘束より面外拘束にさらに敏感であることを示唆し、 $T_0$ 、 $\Gamma_0$ と応力三軸度との関係を得るためにS460鋼製のC(T)試験片および予き裂が導入された丸棒の三次元弾塑性FEM解析を実施した。実測された臨界荷重を荷重条件とし、き裂前縁における引張応力 $\sigma_{max}$ を $T_0$ と見なす。 $\sigma_{max}$ と局所的な $\eta$ の板厚方向の分布から、 $T_0$ と $\eta$ との関係を次式のような線形関係によって近似した。

$$T_0(\eta) = T_{max}(c_0 + c_1\eta) \quad (3)$$

ここに、 $T_{max}$ は基準値、 $c_0$ と $c_1$ はいずれも正の値をとる係数である。また、 $\Gamma_0$ とき裂発生時の $J$ 積分との関係に従い、面内寸法が同じで厚さだけが異なるC(T)試験片を用いてき裂発生時のそれぞれの $J_i$ を評価し、 $J_i$ とFEM解析で評価されたき裂前縁全体での平均応力三軸度 $\eta_m$ との関係から、 $\Gamma_0$ と $\eta$ との関係を次式のように表すことができる。

$$\Gamma_0(\eta) = \Gamma_{const}(d_0 - d_1\eta) \quad (4)$$

ここに、 $\Gamma_{const}$ は基準値、 $d_0$ と $d_1$ はいずれも正の値をとる定数である。

本稿ではSQV2A鋼[6]を解析対象とし、材料のヤング率、ポアソン比、降伏応力はそれぞれ185.6 GPa、0.3、468.2 MPaとする。異なる2種類のサイドグループ付きC(T)試験片(Mini-C(T)、0.5T-C(T))に三次元弾塑性FEMを用いて停留き裂解析を実施し、Fig.2に示すような $T_0$ と $\eta$ との関係を得た。 $\eta$ が0.8~2.5の間に、その傾向は既存の研究結果

[3,5,7]とよく一致する。一方、 $\Gamma_0$ と $\eta$ との関係については、これらの試験片は面内寸法が異なるため、前述の方法を適用することが難しい。そのため、本稿では式(4)に基づき、 $\Gamma_{const}$ をSQV2A鋼の破壊靱性値の実測値 $J_i=250 \text{ kJ/m}^2$ に置き換え、便宜的に文献[5]で得られた値 $d_0=1.4$ 、 $d_1=0.2$ を用いる。

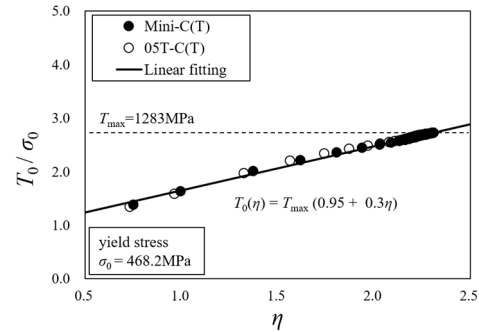


Fig.2 Relationship between cohesive strength  $T_0$  and triaxiality  $\eta$  obtained by stationary crack analysis of Mini-C(T), 0.5T-C(T) specimen.

## 3. 数値解析

前節に示したサイドグループ付きMini-C(T)試験片を、8節点連続体ソリッド要素を用いて、Fig.3に示すように試験片の対称性を考慮して1/4領域だけをモデル化した。リガメント部分には結合力モデルが導入された厚みがゼロである8節点インターフェース要素を挿入する。荷重条件としてピンの部分に2 mmの強制変位を与える。インターフェース要素および隣接するソリッド要素の寸法について、き裂進展方向の一辺の長さを0.025 mmとする。結合力モデルのパラメータとして、前節に示した同定結果を用いる。また、 $\delta_1$ と $\delta_2$ はそれぞれ $1 \times 10^{-6} \text{ mm}$ 、 $0.75\delta_c$ とする。荷重増分ごとに応力三軸度をリガメントに沿った連続体要素内のすべての積分点で計算する。その後、これらの値を各荷重増分後に平均化し、次の増分において隣接するインターフェース要素に導入し、式(3)、(4)によって $T_0$ 、 $\Gamma_0$ の値を更新する。式(1.2)に示すように、 $\delta_c$ は応力三軸度 $\eta$ の単調減少関数となる。解析上では損傷の進展に伴う剛性低下によって $\eta$ が低下し、更新された $\delta_c$ が増加する。損傷の非可逆性を考慮し、更新の基準として履歴最大の応力三軸度 $\eta_{max}$ を用いる。収束性を確保するため、荷重線変位の増分を $4 \times 10^{-4} \text{ mm}$ とする。初期き裂前縁形状を実破面に参考して直線状にする。

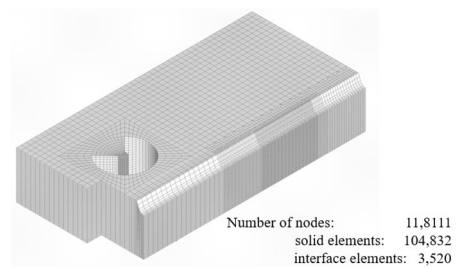


Fig.3 Quarter finite element model of side-grooved Mini-C(T) specimen.

き裂進展解析の結果として得られた荷重線変位と荷重との関係をFig.4に示す. TDCZMと比較するため, 実験結果と, 三軸度の影響を考慮しない,  $T_0$ ,  $\Gamma_0$ の値を一定値として扱うCZM (Constant CZM) による解析の結果も合わせて示す.  $T_0=1200$  MPa,  $\Gamma_0=250$  kJ/m<sup>2</sup>として実施した二次元平面ひずみき裂進展解析[8]は, 実験結果と良く一致するので, Constant CZMではこれらの値を用いた三次元解析を実施した. いずれの解析でも損傷の進展を開始する前の非線形荷重およびき裂の進展による荷重の低下を再現できて, 実験とよく整合する.

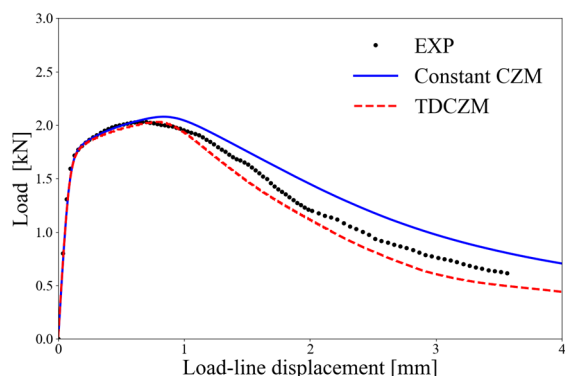


Fig.4 Comparison of the load-displacement curves obtained by TDCZM, constant CZM, and experiment.

進展き裂前縁の形状を Fig.5 に示す. TDCZM による解析では, 試験片中央部において三軸応力状態が高いため, き裂の進展が早くなる一方で, 自由表面近傍では三軸度が低く, 進展が抑制されることによって, き裂が初期の直線状から曲率を持った形状になり, いわゆるトンネリング現象が再現された. Constant CZM では, 板厚の大部分を占める平面ひずみ状態が支配される領域において, TDCZM の結果と概ね近い前縁形状が得られたが, 試験片三軸度の影響が考慮されていないため, 自由表面付近の平面応力状態になる領域において, き裂進展はほとんど見られない. Fig.6 に示すように, TDCZM による断面平均き裂進展量および荷重線変位曲線と, 弾性除荷コンプライアンス法によって得られた実験結果の一致は良好であることを確認した.

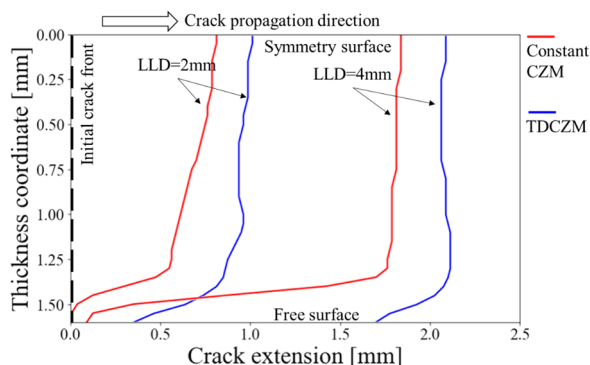


Fig.5 Propagating crack front shapes with corresponding load-line displacement (LLD) by TDCZM and constant CZM.

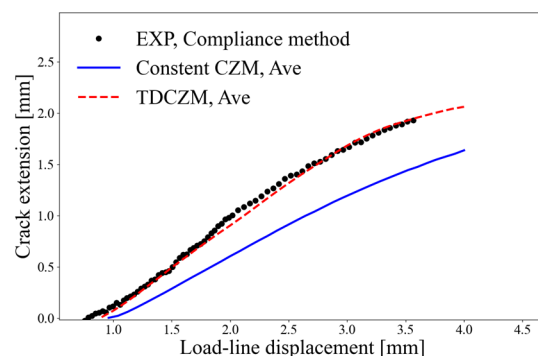


Fig.6 Comparison of the average crack extension obtained by TDCZM, constant CZM, and EXP.

#### 4. おわりに

本研究では, 応力三軸度が延性破壊挙動に及ぼす影響を考慮した結合力モデルの定式化およびパラメータ同定手法を示し, これを導入した FEM を Mini-C(T)試験片の三次元延性き裂解析に適用し, その妥当性を検証した. 今後は, き裂進展解析から得られたき裂前縁形状を利用し, き裂を要素と独立にモデル化可能な拡張有限要素法 (Extended FEM: XFEM) を用いた停留き裂解析を行い, 前縁の  $J$  積分分布を評価し,  $J$ - $R$  曲線を評価する.

#### 参考文献

- [1] Cornec, A. et al.: On the practical application of the cohesive model, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 70, pp.1963–1987, 2003.
- [2] Brocks, W. and Künecke, G.: Elastic-plastic fracture mechanics analysis of a pressure vessel with an axial outer surface flaw, *Nuclear Engineering and Design*, Vol.19, pp.307-31, 1990.
- [3] Siegmund, T. and Brocks, W.: Prediction of the work of separation and implications to modeling, *International Journal of Fracture*, Vol.99, pp.97–116, 1999.
- [4] Tvergaard, V. and Hutchinson, J.W.: The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.40, pp.1377-1397, 1992.
- [5] Li, X. and Yuan, H.: Cohesive zone modeling for 3d ductile crack propagation, *Applied Mechanics and Materials*, Vol.853, pp.132–136, 2017.
- [6] 信耕ら, ミニチュアC(T)試験片を用いた上部棚破壊靱性の評価—塑性拘束の評価および寸法効果補正手法の提案, 電力中央研究所報告Q20006, 2021.
- [7] Zhang, T. et al.; Fracture energy and tensile strength depending on stress triaxiality along a running crack front in three-dimensional cohesive modeling, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 227, p.106919, 2020.
- [8] 李, 長嶋, 結合力モデルを用いたFEMによる寸法が異なるC(T)試験片の延性き裂進展・ $J$ - $R$ 曲線評価解析, 第30回計算工学講演会論文集, 24-44, 2024.