

降伏曲面上の尖点が粘塑性体の変形挙動に及ぼす影響

Effects of yield surface vertices on deformation behavior of viscoplastic body

中野雄斗¹⁾, 黒田充紀²⁾

Taketo Nakano and Mitsutoshi Kuroda

1) 山形大学 理工学研究科 (〒992-8510 山形県米沢市城南4-3-16, E-mail: t243359m@st.yamagata-u.ac.jp)

2) 山形大学 理工学研究科 (〒992-8510 山形県米沢市城南4-3-16, E-mail: kuroda@yz.yamagata-u.ac.jp)

In order to describe plastic instability phenomena that occur during plastic deformation of metallic materials, it is essential to consider vertices on the yield surface. Evaluating athermal stresses independent of temperature and strain rate is also important. In this study, finite element analyses were conducted for plastic localization problems with large strain rate dependence. Effects of the vertices on plastic flow localization behavior were hardly observed for materials with large strain rate dependence.

Key Words : Yield surface vertices, Viscoplasticity, Athermal stress, Strain gradient plasticity

1. はじめに

金属材料の塑性変形中に生じる塑性不安定現象を表現するためには、降伏曲面上に形成される尖点を考慮することが必須となる。尖点を表現するモデルは数多く提案・応用されてきたが、その多くがひずみ速度依存性を考慮しない問題、あるいは影響が非常に小さい問題のみに焦点を当てて議論が行われてきた。尖点効果は一種の材料軟化挙動をもたらすため、解の唯一性を確保するためには、ひずみ勾配理論等の寸法の影響を考慮した理論的枠組みが必要である。さらに、近年、工業用金属の冷間巨大ひずみ加工材において、著しいひずみ速度依存性の増大が確認されており[1][2]、構造材料に必要な強度として、温度やひずみ速度に依存しない永久強度（非熱的応力）を評価する重要性が指摘されている。本研究では、流動応力を永久強度と熱的強度に加算分解する定式化を採用し、有限要素法を用いて熱的強度が比較的大きい材料を対象に、尖点効果と寸法効果が変形応答に与える影響について調べる。

2. 理論

(1) 高次ひずみ勾配理論 - 物理立脚モデル

相当応力について、熱的応力（即時強度）と非熱的応力（永久強度）への加算分解を考え、Aifantis[3]に倣い、相当塑性ひずみ ϵ^p に関する空間二次勾配を降伏条件式に付加すると、降伏関数は次式で表される。

$$f = \tau_c + \nabla_0 \cdot \mathbf{g}^p - (\tau_* + \tau_a) = 0 \quad (1)$$

$$; \quad \mathbf{g}^p = \tau_{a0} l_*^2 \nabla_0^2 \mathbf{g}^p = \tau_{a0} l_*^2 \nabla_0^2 \epsilon^p \quad (2)$$

ここに、 $\tau_c (= \sqrt{3/2} |\boldsymbol{\tau}'|)$ はvon Mises相当応力、 $\boldsymbol{\tau}$ はKirchhoff応力テンソル、 $\boldsymbol{\bullet}'$ は偏差成分、 $|\boldsymbol{\bullet}|$ はノルム、 τ_{a0} は初期非熱的応力、 l_* は材料の固有長さである。熱的応力のモデル

ルとして、Kocksら[4]によって提案され、Nemat-NasserとLi[5]によって修正された式を用いる。

$$\tau_*(\epsilon^p, \dot{\epsilon}^p, T) = \hat{\tau}_0 S(\epsilon^p, T) \left[1 - \left\{ -\frac{kT}{G_0} \ln \left(\frac{\dot{\Phi}}{\dot{\Phi}_R} \right) \right\}^{1/q} \right]^{1/p} \quad (3)$$

$$S(\epsilon^p, T) = 1 + \bar{a}_0 \left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_m} \right)^2 \right\} \epsilon^{pn_0}, \quad \dot{\Phi}_R = \frac{\dot{\Phi}_0}{S(\epsilon^p, T)} \quad (4)$$

ここに、 $\dot{\Phi}$ は超過応力関数、 $\dot{\Phi}_0$ は基準ひずみ速度、 k はボルツマン定数、 G_0 は障害物乗り越えの自由エネルギー、 T_m は材料の融点、 $p, q, \hat{\tau}_0, \bar{a}_0, n_0$ は材料定数である。また、本研究では温度 T は定数（室温）として扱い、塑性仕事に伴う発熱は考えない。非熱的応力のモデルとしては次式を用いる。

$$\tau_a(\epsilon^p) = \tau_{a0} \left(1 + \frac{\epsilon^p}{\epsilon_0} \right)^n \quad (5)$$

ここに、 ϵ_0 は基準ひずみ、 n は加工硬化指数である。

(2) pseudo-corner理論

降伏曲面上に直接尖点を形成することは計算構造上容易ではないため、滑らかな降伏曲面を仮定しながらも尖点による影響を与え、塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^p$ を降伏曲面の法線方向成分 $\dot{\epsilon}_n^p$ と接線方向成分 $\dot{\epsilon}_t^p$ に加算分解するpseudo-corner理論 Yoshida'18モデル[6]を用いる。

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \dot{\mathbf{E}}_n^p + \dot{\mathbf{E}}_t^p = \dot{\Phi} \mathbf{n} + \psi \dot{\mathbf{E}}_t' \quad (6)$$

$$; \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{N}^n}{|\mathbf{N}^n|} = \frac{\boldsymbol{\tau}'}{|\boldsymbol{\tau}'|}, \quad \dot{\mathbf{E}}_t' = \left(\mathbf{I}^{4s} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \right) : \dot{\mathbf{E}} \quad (7)$$

ここに、 $\mathbf{N}^n = \partial \tau_c / \partial \boldsymbol{\tau}$ 、 $\mathbf{I}^{4s}$ は4階の単位テンソル、 $\mathbf{I}$ は2階の単位テンソルである。また、 ψ の値は以下のように定める。

$$\psi = \begin{cases} k_{pc} & \text{for } 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ k_{pc} \frac{\tan\{c_y(\theta - \theta_0) + \theta_0\}}{\tan \theta} & \text{for } \theta_0 \leq \theta \leq \pi/2 \end{cases} \quad (8)$$

$$; \quad k_{pc} = 1 - 0.3 \sqrt{\frac{\tau_a}{\mu}} - 0.5 \frac{\langle H \rangle}{\mu}, \quad \theta = \cos^{-1} \left(\frac{\underline{n} : \dot{\underline{E}}'}{|\dot{\underline{E}}'|} \right) \quad (9)$$

ここに、 μ はせん断弾性係数、 $H = d\tau_a/d\epsilon^p$ であり、 $\langle \bullet \rangle$ はMaculey括弧を表す。本モデルは、Hutchinson[7]による結晶塑性解析で示されている、塑性変形の進行に伴った多結晶体のせん断接線係数の減少を表現することが特徴である。

3. 解析条件

平面ひずみブロックに対して、引張り解析・純曲げ問題・モード I き裂進展解析の3種類の解析を実施する。

(1) 引張り解析

対称性を考慮して、平面ひずみブロックの1/4を解析対象とした引張り解析を行う。対称部分の幅を H_0 、長さを $L_0 (= 3H_0)$ とし、次式に示す幾何学的初期不整を右端面に与える。

$$H_0 + \Delta H = H_0 \left\{ 1 - W \cos \left(\frac{\pi X_2}{L_0} \right) \right\} \quad (10)$$

ここに、 $W = 0.005$ である。また、強制変位速度を $\dot{U}$ として、 $\dot{U}/L_0 = 0.01$ [1/s]の変形を与える。

(2) 純曲げ解析

平面ひずみブロックを解析対象とした純曲げ解析を行う。解析対象の縦横比は引張り解析に準ずる。次式に示す幾何学的初期不整を上端面の $L_1 \leq X_1 \leq L_0 - L_1$ の範囲に与える。

$$L_0 + \Delta L = L_0 \left\{ 1 - W \sin \left(\frac{\pi(X_1 - L_1)}{10W} \right) \right\} \quad (11)$$

ここに、 $W = 0.003$ であり、 $L_1 = L_0/2 - 5W$ である。また、曲げ速度を $\dot{\phi}$ として、 $\dot{\phi} = L_0/H_0$ [1/s]の変形を与える。

(3) モード I き裂進展解析

解析対象の外周上に与える強制変位速度は次式で表す。

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{K}_I}{2\mu} \sqrt{\frac{R_0}{2\pi}} \cos \left(\frac{\Theta}{2} \right) \left\{ \kappa - 1 + 2 \sin^2 \left(\frac{\Theta}{2} \right) \right\} \quad (12)$$

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{K}_I}{2\mu} \sqrt{\frac{R_0}{2\pi}} \sin \left(\frac{\Theta}{2} \right) \left\{ \kappa + 1 - 2 \cos^2 \left(\frac{\Theta}{2} \right) \right\} \quad (13)$$

ここに、 R_0 は解析対象の外周半径、 $\dot{K}_I$ は応力拡大係数速度、 Θ は X_1 方向軸から外周の節点までの角度である。本研究は平面ひずみ問題を想定しているため、 $\kappa = 3 - 4\nu$ とする。また、 R_0 と初期き裂先端半径 $a_0 (= 0.01$ [mm])の比が $R_0/a_0 = 10000$ となる小規模降伏を仮定するため、 J 積分の値は次式で与える。

$$J = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2 \quad (14)$$

また、評価パラメータとして、 J 積分の値を a_0 と τ_{a0} で無次元化した値 $\bar{J}$ を用いる。

(4) 材料パラメータ

C1020 ECAP加工8pass材[2]を想定する。材料パラメータ

は以下の通りである。 $E = 120$ [GPa], $\nu = 0.33$, $p = q = 1$, $k/G_0 = 8.5 \times 10^{-5}$ [1/K], $\dot{\phi}_0 = 2.45 \times 10^8$ [1/s], $\hat{\tau}_0 = 600$ [MPa], $\bar{a}_0 = 1.8$, $n_0 = 0.5$, $\tau_{a0} = 200$ [MPa], $\epsilon_0 = 0.006$, $n = 0.106$, $T_m = 1358$ [K]. また、尖点効果と寸法効果の両方を無視するケースをcase Aとし、寸法効果のみを無視するケースをcase B, 両方を考慮するケースをcase Cとしてそれぞれの比較を行う。尖点効果を考慮する場合は $c_y = 0.5$, $\theta_0 = 5$ [deg]を与え、考慮しない場合はそれぞれ0とする。また、寸法効果を考慮する場合は引張り解析で $l_*/H_0 = 0.03$, 純曲げ解析で $l_*/L_0 = 0.01$, モード I き裂進展解析で $l_*/a_0 = 3.0$ を与え、考慮しない場合はそれぞれ0とする。

4. 解析結果

引張り解析における τ_a/τ_{a0} をFig. 1に、純曲げ解析における τ_a/τ_{a0} をFig. 2に、モード I き裂進展解析における τ_a/τ_{a0} をFig. 3に示す。各種解析において、case Bでせん断帯の形成は確認されず、尖点を考慮しないcase Aと類似した結果を示し、尖点による効果は非常に小さいものとなった。また、case Cにおいても、他のケースと類似した結果を示し、寸法による効果は非常に小さいものとなった。さらに大きな固有長さを与えても寸法による効果は非常に小さいものであった。また、引張り解析における公称応力-公称ひずみ関係、純曲げ解析における曲げモーメント-曲げ角度関係、モード I き裂進展解析における $\bar{J}$ -き裂先端開口変位関係においても尖点による効果や寸法による効果は確認されなかった。

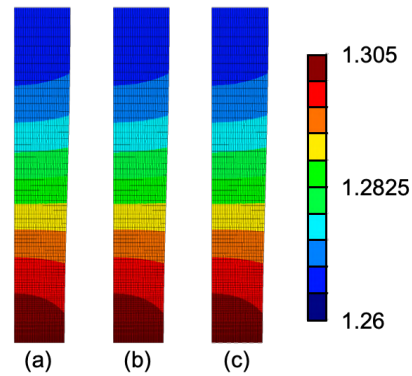


Fig. 1. Deformed meshes and contours of equivalent plastic strain for tensile analysis using physically-based model at $U/L_0 = 0.45$ for (a)case A; (b)case B; (c)case C.

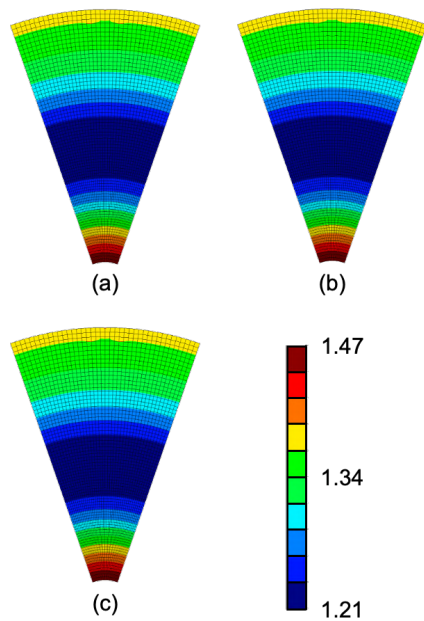


Fig. 2. Deformed meshes and contours of nondimensionalized athermal stress for pure bend analysis using physically-based model at $\phi L_0/H_0 = 2$ ($\phi = 38.2^\circ$) for (a)case A; (b)case B; (c)case C.

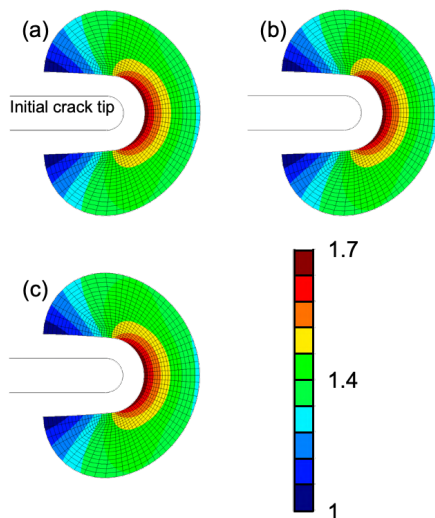


Fig. 3. Deformed meshes and contours of nondimensionalized athermal stress for crack propagation analysis using physically-based model at $\bar{J} = 10.0$ for (a)case A; (b)case B; (c)case C.

5. 結言

本研究では、塑性局所化問題に対してひずみ速度依存性による影響が大きい材料を想定した解析を実施した。過去の研究ではべき乗型速度依存則（いわゆる m 乗則）における尖点の効果は調べられている[8]が、永久強度と熱的強度の加算分解に基づくひずみ速度依存モデルに対する尖点効果に関する研究はなされてこなかった。本研究では、巨大ひずみ加工を受けた材料を対象とし、加算分解

型モデルを適用して、ひずみの局所化が発生しうる例題を取り上げたが尖点効果の影響は観察されなかった。

参考文献

- [1] Koizumi, T., Kurumatani, A., Kuroda, M., *Sci. Rep.* **10**, 14090, 2020.
- [2] Koizumi, T., Ogoda, K., Kuroda, M., *Metall. Mat. Trans.* **A53**, 2004-2017, 2022.
- [3] Aifantis, E.C., *Trans. ASME J. Eng. Mater. Technol.* **106**, 326-330, 1984.
- [4] Kocks, U.F., Argon, A.S., Ashby, M.F., Pergamon Press, Oxford, 1975.
- [5] Nemat-Nasser, S., Li, Y., *Acta Mater.* **46(2)**, 565-577, 1998.
- [6] Yoshida, K., Tsuchimoto, T., *Int. J. Plast.* **104**, 214-229, 2018.
- [7] Hutchinson, J.W., *Proc. Roy. Soci. Lond.* **A319**, 247-272, 1970.
- [8] Kuroda, M., Tvergaard, V., *J. Mech. Phys. Solids* **49**, 1239-1263, 2001.