

陽-陰解法選択型 MPM を用いた 降雨崩壊解析のための基礎的検討

Fundamental Studies for Rainfall Induced Slope Failure Analysis with Switching Explicit and Implicit MPM

吉田圭那¹⁾ 飛弾野壮真¹⁾ 菅井理一¹⁾ 野村怜佳²⁾ 壇上徹³⁾ 石澤友浩³⁾
森口周二²⁾ 酒井直樹³⁾ 寺田賢二郎¹⁾

Keina Yoshida, Soma Hidano, Riichi Sugai, Reika Nomura, Toru Danjo, Tomohiro Ishizawa,
Shuji Moriguchi, Naoki Sakai, Kenjiro Terada

¹⁾東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail: yoshida.keina.p8@dc.tohoku.ac.jp)

²⁾東北大学災害科学国際研究所 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

³⁾国立研究開発法人防災科学技術研究所 (〒 305-0006 茨城県つくば市天王台 3-1)

Since landslide disasters caused by heavy rainfall are long-lasting and large-scale phenomena involving infiltration and slope failure, using only a single numerical method with the explicit MPM demands vast computational cost. Therefore, an effective approach is to utilize both explicit and implicit time integration schemes depending on the time scale of the phenomenon. In this study, we adopt the selective time integration method in MPM, where the time integration scheme is switched from implicit to explicit during transition from infiltration to failure. Through numerical simulation reproducing an experiment on rainfall-induced landslide, we first evaluate the validity of the explicit MPM before applying the selective time integration method.

Key Words : *Unsaturated Soil, Explicit Material Point Method, Implicit Material Point Method, Slope Failure, Rainfall Infiltration*

1. 研究背景と目的

近年、我が国では豪雨の増加に伴い、土砂災害による被害が頻発化、激甚化の傾向にある。浸透から崩壊までの一連の現象を一貫して解ける手法として Material Point Method(MPM)が注目されている。Sulsky ら [1] によって提案された粒子法の一つである MPM は、有限要素法と類似のアルゴリズムであるという利点に加え、Euler 格子上で運動方程式などの求解を行うため、近傍粒子探索が不要であるため計算コストが低く、大変形を扱う場合でもメッシュが破綻せず、崩壊後の挙動の表現に適している。

MPM を用いた地盤材料に対する既往研究は一般に乾燥砂 [2] や飽和土 [3] を対象としたものが多く、不飽和土を対象としたものが非常に限られている [4]。加えて、MPM は主に陽解法による動的解析を用いて開発されてきたため、間隙水の微圧縮性を仮定することが多く、それに起因する間隙水圧の不安定性が問題となる。また、CFL 条件を満たすために時間刻み幅を小さくする必要があり、長時間にわたる降雨による浸透を解析するには不向きである。

そこで山口ら [5] は降雨による浸透から崩壊までの一連の土砂崩れのプロセスを表現するために、準静的過程である浸透現象を陰解法 MPM で、動的過程である崩壊現象を陽解法 MPM で解析するように解析領域全体で切り替える手法を開発した。しかし、陰解法 MPM と陽解法 MPM の切り替えの妥当性とその精度に関す

る検証は十分行われていない。そこで本研究では、山口らが開発した陽-陰解法選択型 MPM の妥当性検討にむけて、はじめに陽解法 MPM で酒井ら [6] が行った大型降雨装置を用いた浸透崩壊実験の模擬解析を行い、その適用性についての検討も行う。

2. 研究手法

(1) 混合体理論に基づくモデル化

本研究では、Biot の混合体理論 [7] に基づいて、土は土粒子と間隙水から構成される混合体とする。すなわち、土粒子は土骨格を成し、その間隙に水や空気が含まれる。(図 1)。この状態を MPM で表現する方法として、Single-Point 法 [8] と呼ばれる、土骨格を表現する粒子が周辺の間隙流体についての情報も所持する方法と、Double-Point 法 [9] と呼ばれる、土骨格、間隙流体を別の粒子で表現する方法が考えられる。前者の場合、土骨格が存在しない領域での流体の運動を表現することができない。一方、後者の場合、それらの運動を表現することは可能だが、間隙流体を表現するための粒子が必要なため、粒子数が増大し、計算効率が低下してしまう。本研究では土骨格と間隙水が一体となって運動する現象を対象とするため、前者の Single-Point 法を採用し、不飽和土の浸透崩壊を表現する。したがって、土骨格に関する物理量は Lagrange 的記述法を用いて表現するが、間隙水に関する物理量は土骨格を基準とした Euler 的記述法を採用する。ただし、間隙空気

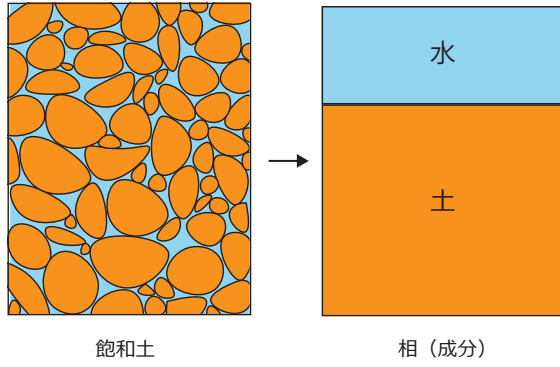


図-1 飽和土の概念

密度および圧力 [5][8] は無視できると仮定する。

(2) 支配方程式

土骨格と間隙水の密度 ρ_s, ρ_w は、土粒子密度及び水の密度 ρ_{sR}, ρ_{wR} を用いて以下のように表せる。

$$\rho_s = (1 - \theta)\rho_{sR} \quad (1)$$

$$\rho_w = \theta s_w \rho_{wR} \quad (2)$$

ここで、 θ は間隙率、 s_w は飽和度である。このとき、土骨格と間隙水からなる混合体の連続式は以下のように表される。

$$\left(\frac{\theta s_w \rho_{wR}}{K_w} - \theta \rho_{wR} c_w \right) p_w + s_w \rho_{wR} \nabla \cdot \mathbf{v}_w + \nabla \cdot (\theta s_w \rho_{wR} \mathbf{v}_{ws}) = 0 \quad (3)$$

ここで、 K_w は間隙水の体積弾性係数、 c_w は比水容量、 p_w は間隙水圧である。また、 $\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_w$ はそれぞれ土骨格、間隙水の速度を表し、 \mathbf{v}_{ws} は土骨格に対する間隙水の相対速度とする。また、不飽和土における浸透特性は、水分特性曲線の一つであるの Mualem モデル [10] を採用する。

まず、サクシヨン p_{c_w} を用いて、有効飽和度 s_{we} は次式で与えられる。

$$s_{we} = \left\{ 1 + (\alpha_{vg} p_{c_w})^{n_{vg}} \right\}^{-m_{vg}} \quad (4)$$

ここに、 $\alpha_{vg}, n_{vg}, m_{vg}$ は材料パラメータである。また、有効飽和度 s_{we} は飽和度 s_w と次式のような関係式で表すことができる。

$$s_{we} = \frac{s_w - s_{wr}}{s_{ws} - s_{wr}} \quad (5)$$

ここに、 s_{wr}, s_{ws} はそれぞれ最小飽和度、最大飽和度である。VG モデルでは有効飽和度を用いて、透水係数が次式で与えられる。

$$k_{ws} = k_{ws}^{\text{sat}} (s_{we})^{\xi_{vg}} \left[1 - \left\{ 1 - (s_{we})^{\frac{1}{m_{vg}}} \right\}^{m_{vg}} \right]^2 \quad (6)$$

ここに、 k_{ws}^{sat} は最大透水係数、 ξ_{vg} は材料パラメータである。

また、混合体と間隙水の運動方程式は次のように表される。

$$\rho \mathbf{a}_s - \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}' - s_w p_w \mathbf{1}) - \rho \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (7)$$

$$\theta s_w \rho_{wR} \mathbf{a}_s + \theta s_w \nabla p_w - \theta s_w \rho_{wR} \mathbf{b} + \frac{\theta s_w \rho_{wR} g}{k_{ws}} \theta s_w \mathbf{v}_{ws} = \mathbf{0} \quad (8)$$

ここで、 $\rho = \rho_s + \rho_w$ と表される混合体の密度であり、 $\mathbf{a}_s, \mathbf{a}_w$ は土骨格と間隙水の加速度であり、 \mathbf{b} は物体力、 $\boldsymbol{\sigma}'$ は土骨格の有効応力である。ただし、土骨格に対する間隙水の相対加速度は無視できるほど小さいと仮定している。

(3) 構成則

本研究では超弾性構成則の一つである Hencky モデルを使用し、塑性変形のために Drucker-Prager モデルを用いる。詳細については付録を参照されたい。

3. 大型降雨浸透崩壊実験の模擬解析

酒井らが行った降雨による浸透崩壊実験 [6] の模擬解析を行う。この実験は、実験装置全体に毎時 30mm 相当の降雨を降らせ、崩壊に至るまでの実験である。表-1 に解析に用いた材料パラメータを、寸法を図 2 に示す。ただし、本紙においては崩壊の解析に着目し、陽解法 MPM を用いた崩壊解析を行う。そのため、崩壊直前の飽和度を模擬して初期状態を飽和度について設定する必要がある。そこで実験における崩壊直前の飽和度分布では部分的に不飽和土の箇所も存在したが、解析では崩壊直前の土砂全体を飽和土で仮定し、解析を実施し、その結果を示す。解析モデルにおける格子のサイズは $0.05 \times 0.05 \text{m}$ で、一格子当たり 3×3 の粒子を配置する。時間刻み幅は $5.0 \times 10^{-6} \text{s}$ とする。図 3 に酒井らが行った実験の崩壊開始からの土砂の挙動を、図 4 には陽解法 MPM による崩壊開始からの解析結果を示す。この結果から、流動開始直後は実験結果と解析結果において斜面形状はおおむね整合しているが、流動開始 2 秒以降は、解析結果の斜面形状が実験結果と一致しないことが分かる。その要因として境界条件や初期設定を起因として誤差が発生してしている。また、図 5 には間隙水圧分を示すが、これから間隙水圧から圧力振動が発生していることが確認され、これが原因で精度低下を引き起こしていると考えられる。

4. 結論

不飽和土を対象として、浸透から崩壊までの一連の現象を表現するために提案された陰解法 MPM から陽解法 MPM へと切り替える手法の適用性を検証に向けて、陽解法 MPM により崩壊過程に着目した模擬解析を行い、その妥当性と適用性について検証した。しかし、精度低下の原因となる圧力振動が見られた。間隙水圧の安定化のために Variational Multiscale(VMS) や Polynomial Pressure Projection(PPP) を適用することが必要であると考えられる。また、塑性変形に起因する固相の圧力振動も精度低下に寄与していると考えているため、固相圧力 p_s を独立変数に追加した、 $u_s-p_s-p_w$ 混合定式化の導入も検討する。さらに、解析結果の定量的な評価を

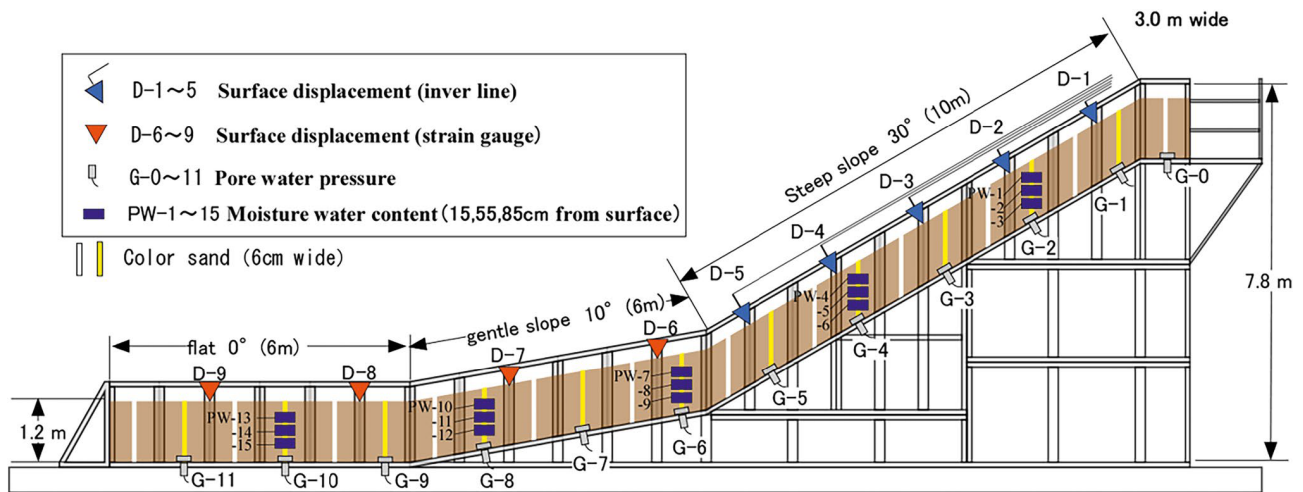


図-2 実験寸法 (Sakai ら [6] の図を引用)

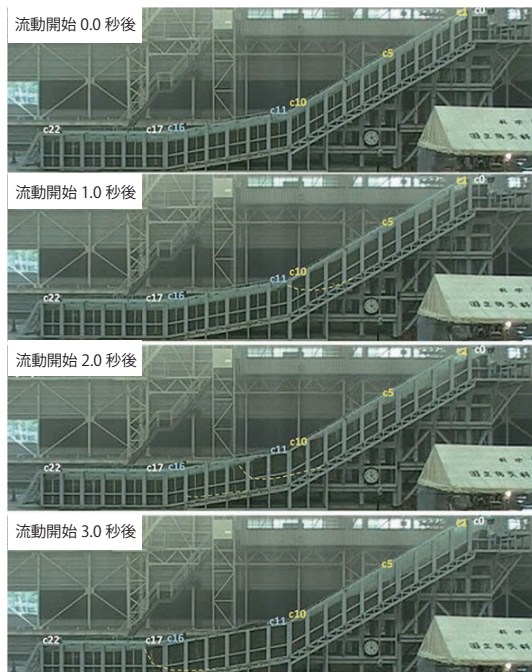


図-3 実験における崩壊挙動 (Sakai ら [6] の図を一部加筆)

今後実施するとともに、精度向上のために境界条件などのさらなる検討が必要であると考えられる。

付録: 構成則 上述したように本研究では超弾性構成則の一つである Hencky モデルを使用し、塑性変形のために次の Drucker-Prager モデルを用いる。

$$\Phi(\tau', c) = \sqrt{J_2(s)} + \eta p - \xi c \quad (9)$$

ここに、 τ はコーシー応力である。ここで、 $J_2(s)$ は偏差応力 $s = \tau' - pI$ の第二不変量であり、次のように表される。

$$J_2 = \frac{1}{2} s : s \quad (10)$$

表-1 解析条件

パラメータ	記号 (単位)	値
土粒子密度	$\rho_s (\text{kg/m}^3)$	2690
初期間隙率	θ_0	0.5
Young 率	$E (\text{MPa})$	1.0
Poisson 比	ν	0.2
粘着力	$c (\text{kPa})$	0.0
内部摩擦角	$\phi (\text{度})$	28.0
ダイレイタンシー角	$\psi (\text{度})$	0.0
水密度	$\rho_w (\text{kg/m}^3)$	1000
飽和透水係数	$k_{ws}^{\text{sat}} (\text{m/s})$	1.0×10^{-5}

また、 $p = \frac{1}{3} \text{tr}[\tau']$ は静水圧応力、 c は粘着力である。さらに、 η, ξ は内部摩擦角 ϕ より定まる材料パラメータであり、平面ひずみの条件を仮定すると、次式で与えられる。

$$\eta = \frac{3 \tan \phi}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \phi}} \quad (11)$$

$$\xi = \frac{3}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \phi}} \quad (12)$$

また、Drucker - Prager モデルについては、過剰なダイレイタンシーを抑制するため、一般的に非関連流れ測が用いられる。本研究では次の流れポテンシャルを採用する。

$$\Psi(\sigma') = \sqrt{J_2(s(\sigma'))} + \bar{\eta} p \quad (13)$$

ここに、 $\bar{\eta}$ は内部摩擦角 ϕ をダイレイタンシー角 $\psi < \phi$ に置き換えたものであり、式 (11) と同様に計算される。流れ則は次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} N \quad (14)$$

ここに、 $\dot{\gamma}$ は塑性乗数、 N は流れベクトルであり、応力に関して塑性ポテンシャルが微分可能な円錐側面では次式のようになる。

$$N = \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma'} = \frac{1}{2 \sqrt{J_2(s)}} s + \frac{\bar{\eta}}{3} I \quad (15)$$

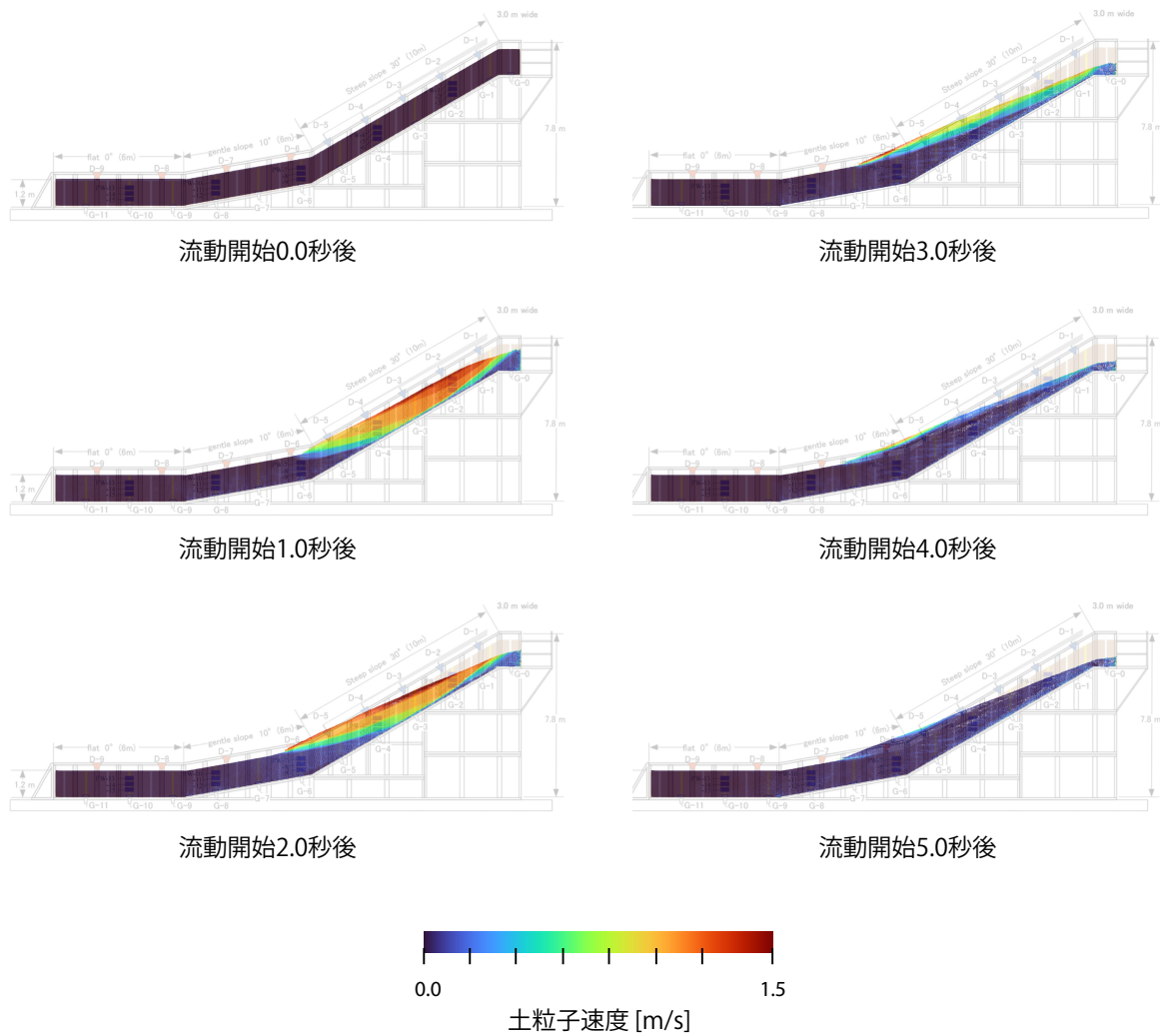


図-4 陽解法 MPM による崩壊過程の解析結果

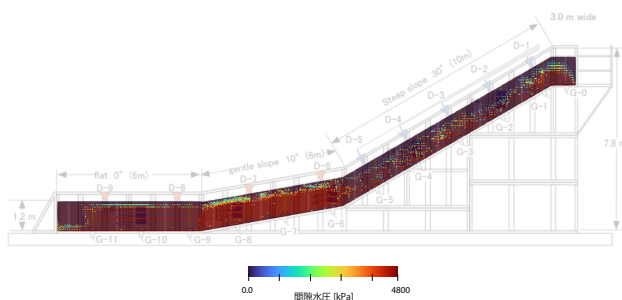


図-5 陽解法 MPM による崩壊直後の間隙水圧分布

なお、特異点となる円錐頂点における流れベクトルは Ψ の劣微分によって定める。また、完全塑性を仮定する。累積塑性ひずみの発展則は硬化則の関連性を仮定することにより次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \xi \quad (16)$$

上記の塑性モデルにおいて、次の負荷／除荷条件が課せられる。

$$\Phi \leq 0, \quad \dot{\gamma} \geq 0, \quad \dot{\gamma} \Phi = 0 \quad (17)$$

さらに、膨張状態の土骨格が圧縮される場合、土の間隙が増大した場合においても土骨格の有効応力が発生してしまう。この問題を克服するために、連続体損傷力学に着想を得た以下のモデルを採用する [9]。

$$K = \begin{cases} K & \text{if } J^e < 1 \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (18)$$

ここで、 $K = (3\lambda + 2\mu)/3$ は土骨格の弾性体積変化率である。このモデルでは、土骨格の体積変化率が 1 よりも大きい (初期の土骨格よりも膨張している) とき、混合体の流体的挙動を考慮していることになる。すなわち、このモデルで考慮されている損傷状態は、土骨格が初期間隙よりも大きい場合に粘性効果が支配的になる流動化を表現し、他方の状態は土骨格の有効応力が発現する堆積状態を表すものとしている。

参考文献

- [1] Sulsky, D., Chen, Z. and Schreyer, H.: A particle method for history-dependent materials, *Computer*

- Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 118, No. 1, pp. 179–196, 1994.
- [2] Abe, K., Shinoda, M., Watanabe, K., Sanagawa, T., Nakajima, S., Nakamura, S., Kawai, T., Murata, M. and Nakamura, H.: Numerical simulation of landslides after slope failure using mpm with sys cam-clay model in shaking table tests, 09 2012.
 - [3] Cuomo, S., Perna, A. D. and Martinelli, M.: Material point method (mpm) hydro-mechanical modelling of flows impacting rigid walls, *Can. Geotech. J.*, Vol. 58, No. 11, pp. 1730–1743, 2021.
 - [4] Hidano, S., Yamaguchi, Y., Takase, S., Moriguchi, S., Kaneko, K. and Terada, K.: Semi-implicit material point method for simulating infiltration-induced failure of unsaturated soil structures, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 48, No. 10, pp. 2661–2699, 2024.
 - [5] Yamaguchi, Y., Makinoshima, F. and Oishi, Y.: Simulating the entire rainfall-induced landslide process using the material point method for unsaturated soil with implicit and explicit formulations, *Landslides*, Vol. 20, , 05 2023.
 - [6] Sakai, N., Ishizawa, T. and Danjo, T.: *Experimental Research on Rain-Induced Landslide Mechanism Using Large-Scale Rainfall Experimental Facility: Findings and Challenges*, pp. 173–195, Springer Nature Switzerland, Cham, 2025.
 - [7] Biot, M. A.: General theory of three - dimensional consolidation, *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, No. 2, pp. 155–164, 02 1941.
 - [8] Yerro, A., Alonso, E. and Pinyol, N.: The material point method for unsaturated soils, *Géotechnique*, Vol. 65, No. 3, pp. 201–217, 2015.
 - [9] Yamaguchi, Y., Takase, S., Moriguchi, S. and Terada, K.: Solid–liquid coupled material point method for simulation of ground collapse with fluidization, *Computational Particle Mechanics*, Vol. 7, pp. 1–15, 06 2019.
 - [10] Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, Vol. 12, No. 3, pp. 513–522, 1976.