

木製椅子に対する 不確かさの伝播シミュレーションに関する検討

Instructions for Preparation of Manuscripts
for Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science

大石愛¹⁾, 森茂智彦¹⁾, 粕田智香子¹⁾, 松井和己¹⁾, 倉田和幸²⁾, 福谷勇輝³⁾, 都筑新⁴⁾,
三浦孝広⁵⁾, 井上岳⁶⁾, 杉山裕文⁷⁾, 山本剛大⁸⁾, 渡邊大⁹⁾, 呂学龍¹⁾, 山田貴博¹⁾

Megumi Oishi, Tomohiko Morimo, Chikako Natsumeda, Kazumi Matsui, Kazuyuki Kurata, Yuki Fukutani,
Arata Tsuzuki, Takahiro Miura, Takashi Inoue, Hirofumi Sugiyama, Hirofumi Sugiyama, Dai Watanabe,

Xuelong Lyu and Takahiro Yamada

1) 横浜国立大学 (E-mail: kzm@ynu.ac.jp)

2) テルモ株式会社 (E-mail: kazuyuki_kurata@terumo.co.jp)

3) パナソニック コネクト株式会社 (E-mail: fukutani-yuki-34@outlook.jp)

4) ダッソー・システムズ株式会社 (E-mail: arata.tsuzuki@3ds.com)

5) 図研モデリンクス株式会社 (E-mail: takahiro.miura@modelinx.co.jp)

6) サイバネットシステム株式会社 (E-mail: t-miura@cybernet.co.jp)

7) 山梨大学大学院総合研究部 (E-mail: hirofumis@yamanashi.ac.jp)

8) 広島大学大学院先進理工系科学研究科 (E-mail: takeki@hiroshima-u.ac.jp)

9) 芝浦工業大学システム理工学部 (E-mail: dai-wata@shibaura-it.ac.jp)

In this study, the probability distribution of the stiffness of the structure is evaluated by performing an uncertainty propagation analysis, in which the Young's moduli of each member in the structure are considered as probability input with certain variation. For a gantry-shaped structure of a chair subassembly made by natural woods, the loading experiments and finite element simulations were conducted, in which monotonic loads were applied to the stiles from the top, and the results were discussed to evaluate their consistency.

Key Words : Uncertainty Propagation, Young's Modulus, Stiffness, Wood

1. はじめに

木材は非常に複雑で不均質な内部構造をもつ自然物であり、同一の樹種でもその力学的特性には各個体間で差異が存在する。木製品の強度や剛性を評価する際には、このような自然物であるが故に避けられない「不確かさ」を適切に取り扱うことが求められる。

このような不確かさについて、シミュレーションの信頼性を担保するプロセスである V&V⁽¹⁻³⁾ (Verification and Validation) のうち、モデルの入力やパラメータの不確かさを定量化する UQ (Uncertainty Quantification) では、不確かさを Aleatory と Epistemic の二つに分類して取り扱うことが一般的である。同じ樹種であっても個体によって密度や力学特性が異なるといったばらつきは Aleatory Uncertainty (偶発的不確かさ) に分類される不確かさであり、一般的に確率分布などの統計的手法により取り扱う。

一方で、木材の複雑で不均質な内部構造の正確な把握・再現が難しいことによって、均一なヤング係数を定義せざるを得ない状況において生じる不確かさのように、現時点では把握できていない現象や情報によって生じる不確かさを Epistemic Uncertainty (認識論的不確かさ) と分類する。

本稿では、統計的手法を実装した UQ (Uncertainty Quantification: 不確かさの定量化) のためのソフトウェア (SmartUQ[®]) を利用して、構造物の剛性評価における不

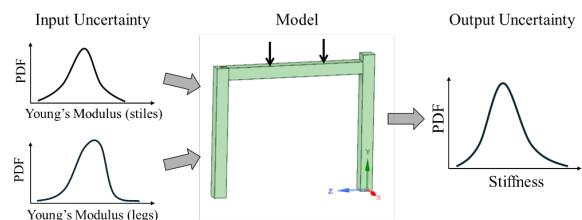


Fig. 1 Illustration of uncertainty propagation process

確かさを定量化する。対象としてFig. 1に示すような、椅子のサブアセンブリである前脚・貫・後脚を再現した門型構造体（以下「椅子の半身」とする）に、貫部に対して上方向から荷重を付加する状況を考える。構造体の部材のヤング係数がそれぞれの不確かさを持つ場合の構造体の剛性の確率分布を、不確かさの伝播解析を用いて定量的に評価することを目的とする。これにより全体挙動の確率的評価が実現でき、その影響因子を明確にできるようになる。また得られた解析結果を実験と比較し、その整合性の評価方法について議論する。

2. 構造体の全体挙動の確率的評価

まず、ヤング係数のばらつきを把握するため、120本の製材からそれぞれ採取した試験体に対して4点曲げ試験を実施した。その結果に対して同定したヤング係数のばらつきのデータをもとにモンテカルロシミュレーション

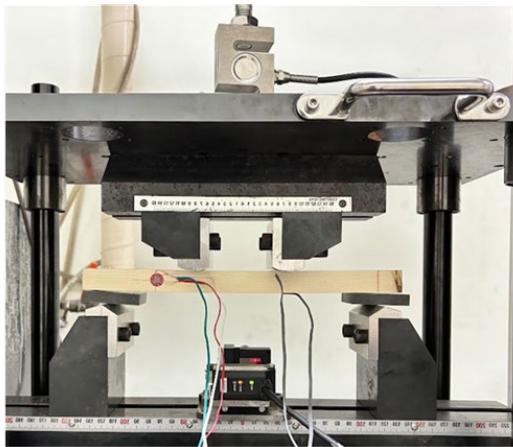


Fig. 2 Outline of bending test apparatus and specimen

を行うことで、出力である構造物の剛性の確率的評価が可能になる。しかし、汎用FEMソフトで解析を行うには膨大な時間を要するため、計算コストの低いエミュレータ（予測モデル）を作成し、モンテカルロシミュレーションに使用する。

エミュレータは曲げヤング係数の分布を考慮した $N=100$ の教師データでシミュレーションを行い、Euler 梁・Timoshenko 梁・3Dsolid モデルのそれぞれに対応するエミュレータ 3 種類を作成した。各エミュレータについて $N=1 \times 105$ でモンテカルロシミュレーションを実施することで不確かさの伝播解析を行い、得られた離散的な出力結果について平均値の信頼区間および $N+1$ 個目のシミュレーションの予測区間を求め、実験と比較する。

3. 木材4点曲げ試験

本研究では、入力の不確かさとして偶発的不確かさである木材のヤング係数を取り扱った。これらの不確かさのデータを得るために、JIS Z2101:2009「木材の試験方法」に従って4点曲げ試験を実施した。

(1) 実験方法

ホワイトウッド材の 2×4 または 2×8 製材 120 本を対象とし、各製材から 2 体ずつ、計 240 体の試験体を採取した。同一製材から採取した 2 体の試験体は、載荷方向を 90 度回転させており、Fig. 2 に示すような木材の纖維方向を試験体の長手方向として、それぞれ木表から（半径方向に）載荷、もしくは柾目面から（接線方向に）載荷した。このとき、木取りではなく製材の座標系を考慮して各製材内の「木表」を定義したため、必ずしも実際の木表や柾目面から正しく載荷できているものではなく、この点においても一定の不確かさが含まれることが想定される。

試験にはテンション万能試験機 (RTF-1350, 荷重容量 50 [kN]) を使用した。支点間距離 L を 240 [mm]、載荷点間距離は支点間距離の 1/3 である 80 [mm] となるような曲げ試験用の治具を設置した。治具上部には万能試験機とは独立した、荷重容量 5 [kN] の S 字型ロードセル (LC1122-K500) を設置した。試験体中央のたわみを計測するため、支点間中央にレーザ変位計 (KEYENCE IL-065) を設置

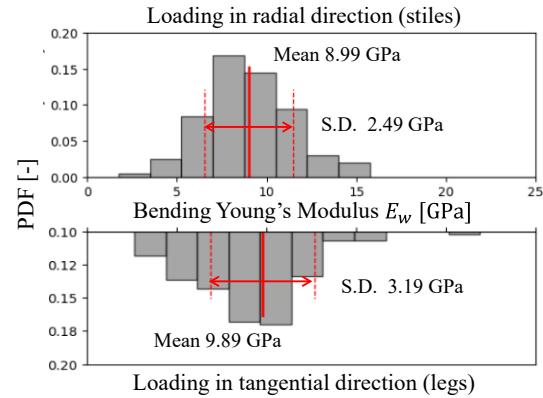


Fig. 3 Histogram of Bending Young's Modulus identified from deflection

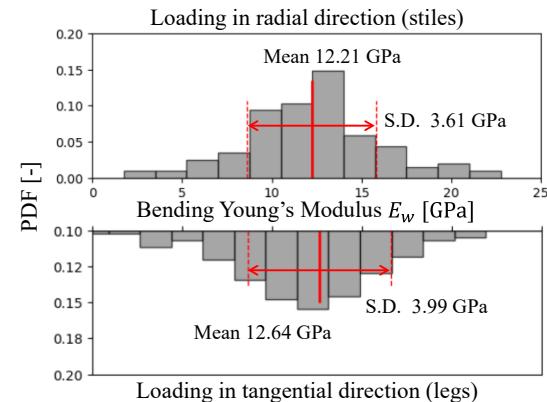


Fig. 4 Histogram of Bending Young's Modulus identified from Bending Strain

した。また、試験体に生じる曲げひずみを計測するために、試験体中央から 20 mm 離れた位置（レーザ変位計によるたわみ計測との干渉回避のため）の上下軸方向にそれぞれひずみゲージ（東京測器研究所 FLAB-5, ゲージ長 5 mm）を貼付した。試験装置と試験体の概要を Fig. A-2 に示す。

(2) 実験結果

本試験では 120 製材を対象としているが、試験体や実験操作に不備があったものなどを除き、1 本の製材について 2 体の試験体両方で結果が得られた 101 製材 202 体をヤング係数およびその不確かさの評価に用いた。

Euler はりモデルでは、支点間距離 $L=12 \times$ (正方形断面の辺長 a)、載荷点距離 $L/3=4a$ の 4 点曲げにおける支点間中央におけるたわみ量は次のようにになる。

$$w = \frac{23}{1296} \frac{PL^3}{EI} \quad (1)$$

ここで、 P は荷重、 E はヤング係数、 I は断面 2 次モーメントである。おおよそすべての試験体で線形関係が確認された荷重範囲 400~750 [N] に対応するたわみ増分 Δw を用いると、この材料の曲げヤング係数は次のように評価できる。

$$E_{def} = \frac{23}{1296} \frac{L^3 \Delta P}{I \Delta w} \quad (2)$$

この式より試験体それぞれについて同定した曲げヤング係数のヒストグラムを Fig. 3 に示す。木表から載荷した試験のデータは正規分布に従わないと判断された ($p < 0.05$)。載荷方向を変えるだけでこのような違いが出ることは考えにくいが、試験片は同じ製材のごく近くから採取されたものであり、自然物である木材特有の欠点や不均一性が影響している可能性は十分に考えられる。

次に、試験体の上下に貼付したひずみゲージにて計測した曲げひずみを用いて曲げヤング係数を同定した。はりモデルでは、4点曲げの載荷点間（中央部）には一様なモーメント M が作用し、その区間に生じる曲げひずみ ε_B の間には次の関係が成立する。

$$M = \frac{2EI}{h} \varepsilon_B = \frac{2EI}{h} \frac{\varepsilon_{lower} - \varepsilon_{upper}}{2} \quad (3)$$

ここで ε_{upper} と ε_{lower} はそれぞれ試験体中央部の上面・下面の軸ひずみである。上述のパラメータ同定と同様の荷重範囲 400~750 [N]に対応するひずみ増分 $\Delta\varepsilon_B$ を用いること、この材料の曲げヤング係数は次のように評価できる。

$$E_{str} = \frac{h \Delta M}{2I \Delta \varepsilon_B} \quad (4)$$

この式より試験体それぞれについて同定した曲げヤング係数のヒストグラムを Fig. 4 に示す。正規性の検定により、木表から載荷、柾目面から載荷のいずれの試験結果のデータも正規分布に従うことを確認した。

4. 半身の座面荷重試験

本研究では、解析モデルとして椅子の半身の試験を取り扱った。この試験は椅子の座面の静的強度試験⁹⁾での、弾性域におけるたわみを想定したものである。

(1) 実験方法

木材 4 点曲げ試験で試験体を作製したものと同じ製材のうち、27 本から本試験の試験体を作製した。試験体は前述のとおり、椅子のサブアセンブリである前脚・貫・後脚の 3 部材からなる門型構造体であり、各部材の断面は 35×35 [mm]、高さ 380 [mm]、全幅 470 [mm]となるように各部材の寸法を決定した。接合部は完成品の椅子と同様に、貫と前脚は三枚継、貫と後脚はほど継とし、Fig. 5 に示したような向きで組み立てることを踏まえた位置に加工を施し、木工用接着剤(Franklin・Titebond III ULTIMATE)で接合した。

試験にはオートグラフ（株式会社島津製作所・AG-50kNIS）を使用した。2 点荷重の治具を鉛直方向に毎分 2 [mm]ずつ貫部に負荷し、100 [ms]毎に荷重と変位を測定した。荷重点間距離は 160 [mm]とした。試験体を試験機に固定するため厚さ 6 [mm]のアルミ板に両脚の底面を強力両面テープで固定し、アルミ板をボルトで試験機の定盤に固定した。

(2) 実験結果

試験体27体についての荷重ーたわみ曲線を Fig. 6 に、剛性を Fig. 7 に示す。剛性は、すべての試験体で線形関係が確認された 1000~3000 [N] の荷重範囲で、荷重ーたわみ曲線の傾き $\Delta P / \Delta \delta$ [N/mm] を計算した。試験終了後の試験体では、接合部付近の脚部材の割れや、貫部材の沈み込みが見られていた。脚部材の割れは、年輪に沿った割れや半径方向の割れが見られた。貫部材の沈み込みは、ホゾが潰れたり割れたりしていた。木材は半径方向や円周方向よりも長軸方向の強度が高い。ホゾ部の下面は、ホゾが半径方向や円周方向、ホゾ穴が長軸方向に荷重が加わるため、破壊はホゾの方で生じたと考えた。

5. 不確かさを考慮したシミュレーション

(1) 入力パラメータの不確かさとサンプリング手法

本研究で解析対象とする椅子の半身の各部材は Fig. 5 に示した向きで組み立てた。そのためこのモデルでは、貫部材には「木表」から載荷した試験結果をもとにした曲げヤング係数、脚部材には「柾目面」から載荷した試験結

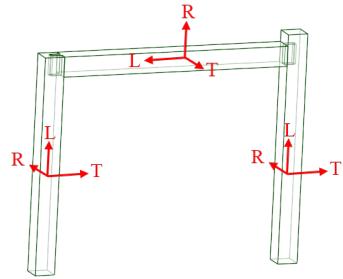


Fig. 5 Orientation of the structure assembly

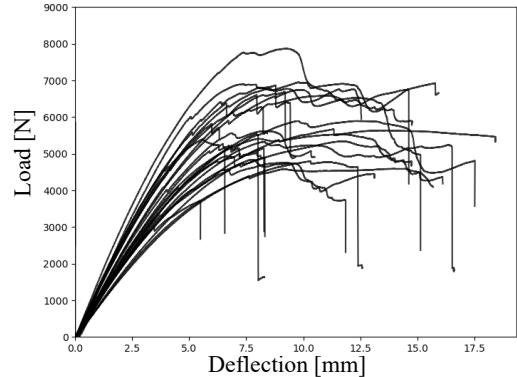


Fig. 6 Load-deflection curves for 27 structures

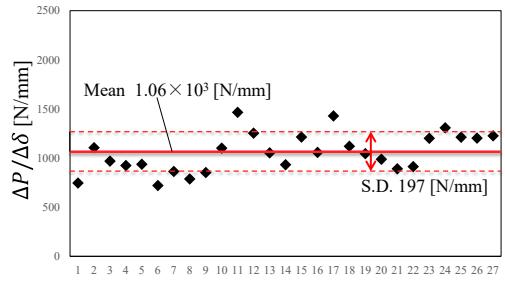


Fig. 7 Slope of load-deflection curves for 27 structures

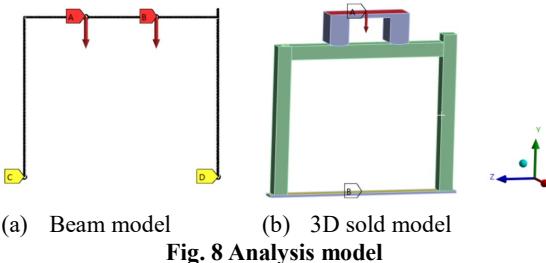
果をもとにした曲げヤング係数を入力パラメータとして用いた。これにより、実際の試験データの不確かさを反映した形で、構造物全体の挙動を解析した。

試験から得られた曲げヤング係数のデータはSmartUQにインポートし、各データについて分布形状の推定をおこなったのち、その結果をもとにGeneral LHD (General Latin Hypercube Design) の機能を用いて、前脚・後脚・貫の3部材それぞれに用いる曲げヤング係数について一般的な実験計画法 (DOE) であるLHDを作成した。このときDOEポイントの数は初期設定に従い $n=100$ とした。

(2) 解析手法

作成したサンプリングデータセットを入力パラメータとして使用し、ANSYSを用いた椅子の半身をモデルに静的構造解析を行った。シミュレーションはビーム要素および3Dソリッド要素の手法を用いて行い、それぞれの手法から得られる「たわみ」および「剛性」といった応答を算出する。

この結果をもとにSmartUQを活用してエミュレータを作成し、「入力パラメータの不確かさを考慮したシミュレーション結果」を効率的に取得する。不確かさの伝播解析では、入力として4点曲げ試験から得られた曲げヤング率のばらつきを適用することで、各解析手法が実験結果を説明するために十分であるかを確認する。



(a) Beam model

(b) 3D solid model

Fig. 8 Analysis model

a) はりモデルでの解析

ビーム要素での解析モデルを Fig. 8 (a) に示す。以下 u_x , u_y , u_z は軸方向の変位を, r_x , r_y , r_z は軸回りの回転を表す。貫には 2 点に 1000 [N]ずつ、Y 軸負の方向に力をかけた。荷重点間距離は $a=160$ [mm] であり、2 点の中心は貫の中心と一致する。後脚は $u_x = u_y = u_z = 0$ で固定し、前脚は $u_x = u_y = 0$ として Z 方向の滑りを許容した。脚と貫の接合部はいずれも $r_y = r_z = 0$ とした。

材料パラメータを Table. 1 に示す。直行異方性弾性ベースにしており、前節で作成したサンプルデータを用いて $E_x = E_y = E_z$ としてヤング係数（便宜上木表から載荷した実験の平均値を記載した）に不確かさを与える。

ANSYS は標準で Timoshenko はり理論に基づいて解析を行う。ここでせん断弾性係数を非常に大きく設定することで、曲げ変形のみを考慮できるため Euler はり理論としても解析を行った。曲げヤング係数の同定については前述の通りであるが、Timoshenko はり理論では曲げモーメント-曲げひずみ関係から求めたヤング係数を、Euler はり理論では荷重-たわみ関係から求めたヤング係数をもとにしたサンプルデータを用いた。

b) ソリッド要素での解析

Fig. 8 (b) に示すように、ソリッド要素の解析モデルには荷重を付加するための治具および固定用の床を剛体としてモデルに追加した。貫への荷重は治具の上面に 2000 [N] のリモート荷重を与えた。また床は $u_x = u_y = u_z = 0$, $r_x = r_y = r_z = 0$ として固定した。床に対して後脚はボンドで固定、前脚は摩擦係数 0.2 の接触条件とし、前脚の浮き上がりを許容した。また、貫と脚の接合部および貫と治具の接触部分の接觸条件はいずれもボンドとした。

半身の材料パラメータを Table. 1 に示した通りである。木材のヤング係数の異方性はおよそ $E_x:E_y:E_z = 1:0.1:0.05$ であり、 E_x を曲げモーメント-曲げひずみ関係から求めた曲げヤング係数をもとにしたサンプルデータを用いてばらつかせると同時に、この比率に従い E_y や E_z の値を決定した。せん断弾性係数およびポアソン比は固定値とした。治具および床は、ANSYS 標準の構造用鋼とした。

Table. 1 Wood material parameters in each model

	Euler beam	Timoshenko beam	3D Solid
E_x [GPa]	9.89	12.6	12.6
E_y [GPa]	9.89	12.6	1.26
E_z [GPa]	9.89	12.6	0.63
ν_{xy}	0	0	0.4
ν_{yz}	0	0	0.7
ν_{zx}	0	0	0.55
G_{xy} [GPa]	100	0.4	0.4
G_{yz} [GPa]	100	0.4	0.012
G_{zx} [GPa]	100	0.4	0.2

6. シミュレーション結果と設計への適用

a) シミュレーション結果

Euler はり、Timoshenko はり、ソリッド要素の 3 種類のシミュレーションについて、曲げヤング係数の平均値での解析結果における最終的な Y 方向の変形量のコンター図を Fig. 9 に示す。本解析では、この Y 方向の変形量の最小値の絶対値を取り貫のたわみ δ [mm] として用いた。また、荷重 $P = 2000$ [N] をたわみで割った値 P/δ [N/mm] を半身の剛性として評価した。

100 個のサンプルに対するシミュレーション結果について、SmartUQ を用いると応答曲面が得られる。例として、Timoshenko はりモデルにおける剛性の応答曲面にシミュレーション結果 100 ケースをプロットしたものを Fig. 10 に示す。貫のヤング係数を軸に置いている応答曲面はシミュレーション結果が曲面上に分布していることから、貫のヤング係数が支配的なモデルであるといえる。

b) 予測モデルと実験値の比較

100 個のサンプルに対するシミュレーション結果をもとに、SmartUQ の機能を用いてエミュレータ（予測モデル）を作成した。エミュレータに、曲げ試験から得られたヤング係数の分布をもとにしたモンテカルロサンプリング 100000 ポイントを入力し、その出力を実験値と比較し評価した。

比較方法として、「シミュレーションと実験が一致するか」という観点での評価が挙げられるが、この場合の「一致」とはどのような状況であるか、明確な基準は設けられていない。ここで、本稿では「シミュレーションの 95% 予測区間 (Prediction Interval: PI) が実験結果の 95% を含むとき、シミュレーションと実験が一致する」と定義し、結果を評価した。

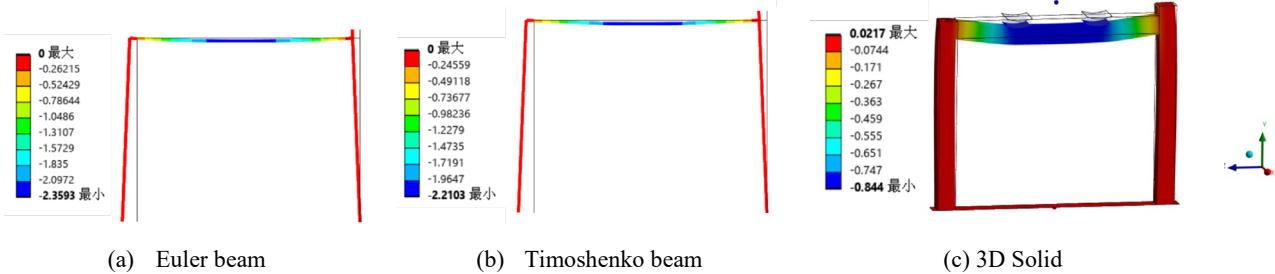


Fig. 9 Final Y-directional deformation in each model simulation

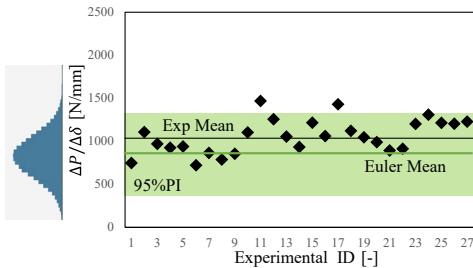


Fig. 11 Experimental (N=17) and Euler model simulations (Average & Prediction Interval) results

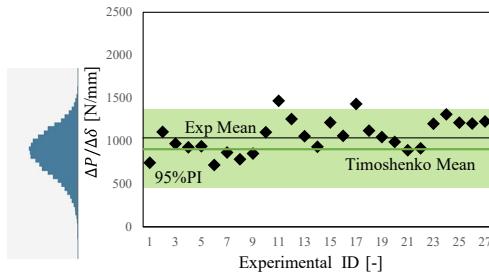


Fig. 12 Experimental (N=17) and Timoshenko model simulations (Average & Prediction Interval) results

各モデルにおけるエミュレータと実験それぞれの結果から求めた剛性の値の比較をFig. 11～13に示す。スチュードントのt分布を用いて、シミュレーション結果における、平均の95%信頼区間（Confidence Interval: CI）および次の実験値の95%予測区間を計算した。平均の95%信頼区間は平均値 \bar{x} に対して次のように計算できる。

$$\mu = \bar{x} \pm t_{0.025,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

ここで s は標準偏差、 n は標本数、 $t_{0.025,n-1}$ はスチュードントt分布に関わる値で、式(1)内で与えられる限界内で確率分布の95%が見つかることを保証する値である。ただし、 $n = 100000$ と大きくエミュレータの出力の平均値に対して平均の信頼区間 $\pm 3.0 \sim 4.6$ [N/mm]であり、区間幅が1%未満であったためFig. 11～13には載せなかった。エミュレータから求められた剛性の平均値は、ビームモデルでは15%ほど実験値より小さく、ソリッドモデルでは75%実験値より大きい結果となった。平均値の比較により、ソリッドモデルは実験と一致しないと言えそうだが、ビームモデルはいずれも実験結果と一致しないとは言い切れない。次に、95%予測区間については次の式から計算される。

$$x_{n+1} = \bar{x} \pm t_{0.025,n-1} e_{s,next} \quad (2)$$

ここで、 $e_{s,next}$ は x の次の値に対する標準誤差である。い

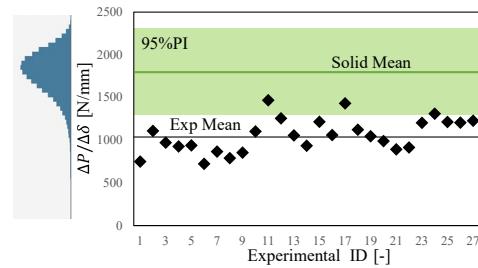


Fig. 13 Experimental (N=17) and 3D Solid simulations (Average & Prediction Interval) results

ずれのモデルも剛性の95%予測区間に95%以上の実験値を含むものではなく、実験結果と一致しないと判断できた。一致しなかった理由として、モデルの接合部条件や境界条件、実験での荷重点の凹み等様々な要因が重なっていると考えたが、本研究では議論しなかったため、今後の研究でモデルを更新していく必要がある。

7. おわりに

本稿では、構造体の全体挙動における不確かさに関して、シミュレーションの出力と実験結果を比較し、評価した。平均値の評価に加えて予測区間を考慮することにより、今回作成したいずれのモデルに対応するエミュレータも、不確かさを考慮したうえで実験結果と一致しないことを明確に提示できた。設計段階での材料選別の指標の決定等の場面で、効率的な設計支援に寄与することが期待される。そのためにも、今後の課題として接合部や境界条件等の不確かさ要因を特定し、それらを考慮したモデルへのアップデートの必要性が挙げられる。

参考文献

- [1] ASME: *ASME V&V 10-2019 Standard for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics*, ASME, 2020.
- [2] ASME: *ASME VVUQ 10.2-2021 The Role of Uncertainty Quantification in Verification and Validation of Computational Solid Mechanics Models*, ASME, 2022.
- [3] ASME: *ASME V&V 40-2018 Assessing Credibility of Computational Modeling Through Verification and Validation: Application to Medical Devices*, ASME, 2018.
- [4] 日本規格協会, JIS Z 2101:2009 木材の試験方法, 2009.
- [5] 日本規格協会, JIS S 1203:1998 家具－椅子及びスツール－強度と耐久性の試験方法, 1998.