

SPH法による異方性弾塑性解析

Anisotropic Elasto-plastic Anaylysis by Smoothed Particle Hydrodynamics

呂 学龍1), 伊木 大地2) 全 世原3)松井 和己4) 山田 貴博5)  
Xuelong LYU, Daichi IGI, Sewon JEON, Kazumi MATSUI, Takahiro YAMADA

- 1)横浜国立大学 環境情報研究院 博(工) (〒240-8501 神奈川県横浜市保土ケ谷区常盤台79番7番,  
E-mail: lu-xuelong-tc@ynu.ac.jp)  
2)GreenHigh(株) (〒197-0004 東京都福生市南田園1-4-18,E-mail: info@aisph.co.jp)  
3)横浜国立大学 環境情報学府 (〒240-8501 神奈川県横浜市保土ケ谷区常盤台79番7番,  
E-mail: jeon-sewon-yk@ynu.jp)  
4)横浜国立大学 環境情報研究院 准教授 (〒240-8501 神奈川県横浜市保土ケ谷区常盤台79番7番,  
E-mail: kzm@ynu.ac.jp)  
5)横浜国立大学 環境情報研究院 教授 (〒240-8501 神奈川県横浜市保土ケ谷区常盤台79番7番,  
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp)

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), a meshless Lagrangian computational method, is particularly adept at modeling large deformations, fracture dynamics, and intricate multiphysics material behavior. Anisotropic elasto-plastic analysis—essential for advanced materials such as fiber-reinforced composites and crystallographic systems—demands rigorous consideration of direction-dependent mechanical properties, which critically govern performance under operational loads. In this study, we extend the SPH framework by incorporating anisotropic elasto-plastic constitutive models and evaluate its numerical accuracy.

**Key Words** : Anisotropic, Elasto-plastic,Smoothed particle hydrodynamics,meshless

1. はじめに

航空宇宙部材や生体インプラントなど,軽量性と高強度を両立させる先進材料開発において,材料の異方性(方向依存性)は性能設計の鍵となる。例えば,炭素繊維強化複合材(CFRP)では繊維配向が引張強度を支配し,チタン単結晶合金では結晶方位が疲労寿命を決定する。このような異方性材料の弾塑性挙動を正確に予測するためには,方向依存の降伏条件や非対称塑性流則を考慮した数値モデルが多数提案されている。

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) は,天体物理学的な応用[1,2]のために開発されて以来,大ひずみ変形,流体-構造相互作用,および材料破壊をシミュレーションするためのメッシュレス手法として進化してきた。そのラグランジュ的な性質は,広く使われている有限要素法(FEM)などに悩ませるメッシュ依存の問題を回避する。

著者らは,Bonetら[3,4,5]提案されたCorrected SPH法を採用し,カーネル関数を参照配置のパーティクルと固定させ,カーネル関数をラグランジュ型に適用し,ASME V&V-40に準じ,弾塑性解析の精度が汎用FEMコードの結果と比較し同等な精度を有することを確認した[6]。

本研究では,シンプルな等方硬化速度非依存の直交異方性を上述したフレームワークに拡張し,汎用FEMコードの結果と比較する。

2. 基礎理論

固体変形過程では,パーティクルの参照配置を $\mathbf{X}$ ,現在配置 $\mathbf{x}$ ,変位 $\mathbf{u}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}$$
 (1)

質量,運動量,エネルギー保存方程式は以下である。

$$\rho] = \rho_0$$
 (2)

$$\ddot{\mathbf{u}} = \frac{1}{\rho_0} \nabla_0 \cdot \mathbf{P}^T$$
 (3)

$$\dot{e} = \frac{1}{\rho_0} \dot{\mathbf{F}} : \mathbf{P}$$
 (4)

変形勾配 $\mathbf{F}$ は

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{X}} = \frac{d\mathbf{u}}{d\mathbf{X}} + \mathbf{I}$$
 (5)

ヤコビアンまたは体積変化率Jは

$$J = \det(F) = \frac{dV}{dV_0} \quad (6)$$

変形勾配テンソルFより異方性弾性ひずみを次式に与える.

$$\epsilon = \frac{1}{2}(F^T F - I) \quad (7)$$

直交異方性弾性コンプライアンスマトリックス $D^{-1}$ は

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{-\nu_{xz}}{E_x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{zx}}{E_z} & \frac{-\nu_{zy}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Vonmisesの降伏関数

$$\varphi(\sigma) = \sqrt{3J_2} - \sigma_y(\epsilon_p) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\mathbf{S}\| - \sigma_y(\epsilon_p) \quad (9)$$

Eはヤング率,vはポアソン比である.

### 3. 検証モデルと結果

実装した直交異方性プログラム検証するため,板モデルを用いて検証を行った.つまり,直交異方性プログラムに等方性材料物性を用いて,直交異方性プログラムの妥当性確認する.

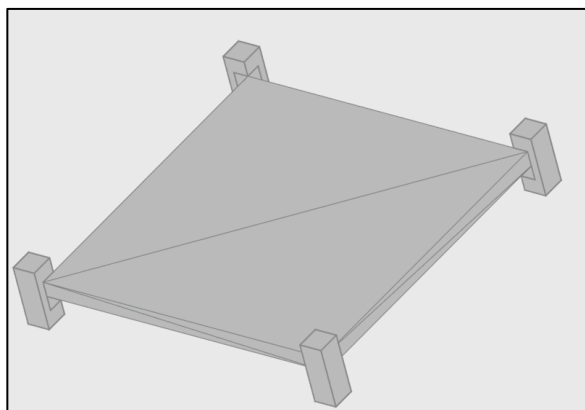


Fig.1.コード検証用板モデル中心強制変位

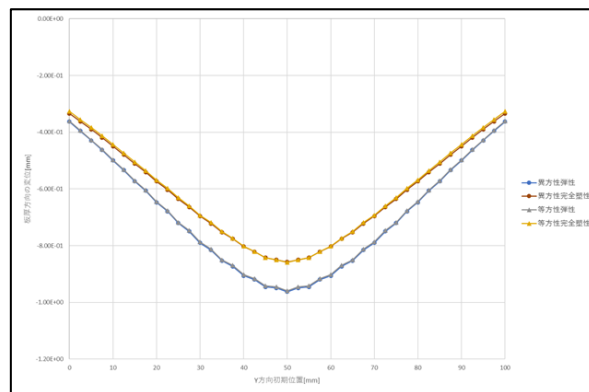


Fig.2.Y方向位置50mmでの変位比較

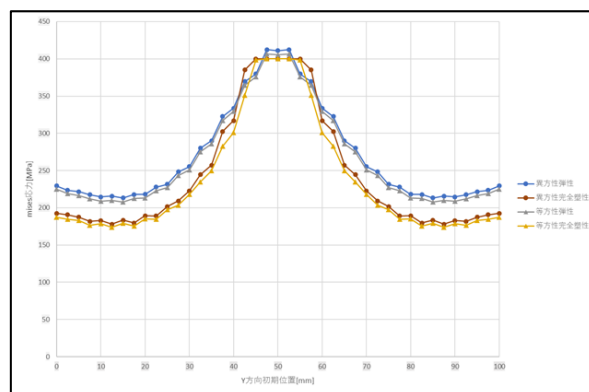


Fig.3.Y方向位置50mmでのVonmises応力比較

直交異方性コードを検証するため,[6]で作成した有限ひずみ弾塑性のコードと比較した.Y方向位置5mm,10mm-90mmの間は10mm間隔での変位,Vonmises応力(Fig2,Fig3は応力集中しやすい位置)が良好に一致した.

また,汎用FEMコードとも方位0度と90度に置いて,直交異方性の物性値を設定し完全塑性にて比較した.

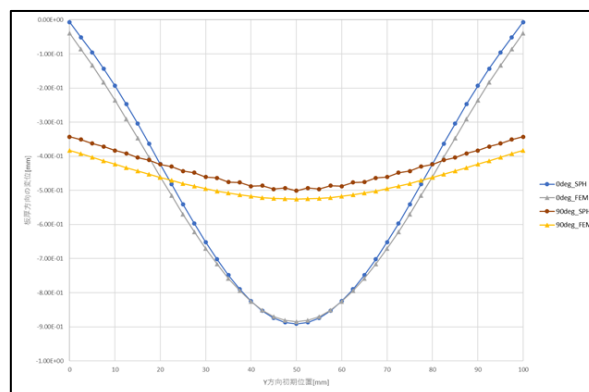


Fig.4.Y方向位置30mmでの変位比較

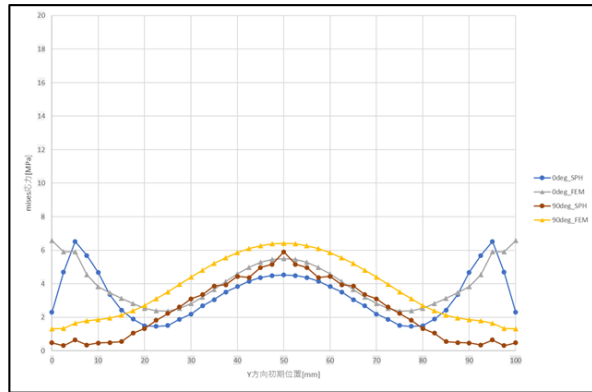


Fig.5.Y方向位置30mmでのVonmises応力比較

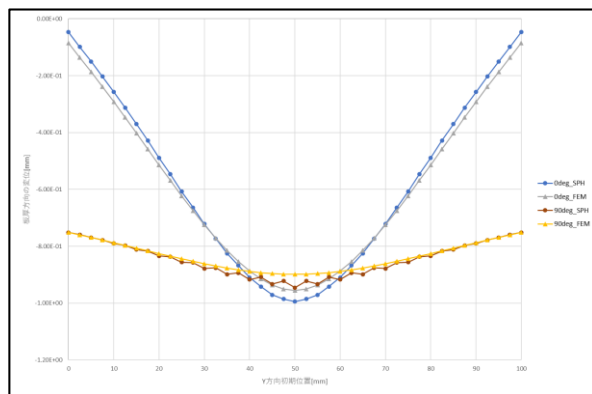


Fig.6.Y方向位置50mmでの変位比較

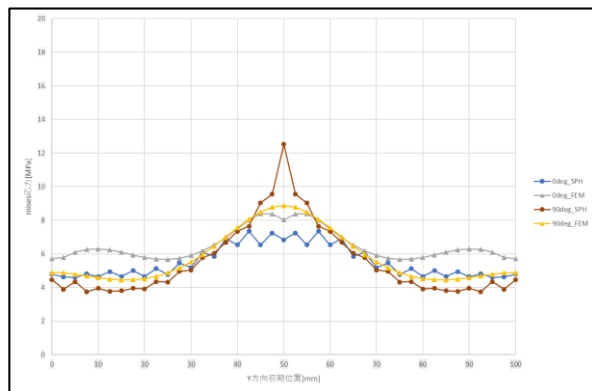


Fig.7.Y方向位置50mmでのVonmises応力比較

方位0度と90度の変位は汎用FEMコード(Fig4, Fig6)と良好に一致した。また、応力集中部(Fig5)なども定性的に一致した。

#### 4. まとめ

本研究では、SPH(粒子)法を用いて、等方硬化速度非依存の直交異方性をCorrected SPHフレームワークに拡張し、汎用FEMコードの結果と比較した。方位0度と90度の変位は汎用FEMコード(Fig4, Fig6)と良好に一致した。

また、応力集中部(Fig5, Fig7)なども定性的に一致した。

よって、Corrected SPHフレームワークに拡張した等方硬化速度非依存の直交異方性モデルは妥当であり、直交異方性材料への適用可能と予測する。

しかし、全体的に汎用FEMコードに比べ、応力は低く出る傾向がある。拘束部においては、逆に応力が高く出ていることも確認した。

今後、方向依存の降伏条件(Hillの降伏条件)や境界条件の検討をする予定である。

#### 参考文献

- [1] L.B. Lucy, A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, *Astron. J.* 82 (1977) 1013–1024.
- [2] J.J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 30 (1992) 543–574.
- [3] J. Bonet, S. Kulasegaram, Remarks on tension instability of Eulerian and Lagrangian Corrected Smooth Particle Hydrodynamics (CSPH) methods, *Internat. J. Numer. Methods Engrg.* 52 (2001) 1203–1220.
- [4] J. Bonet, T.-S. Lok, Variational and momentum preservation aspects of Smooth Particle Hydrodynamic formulations, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 180 (1999) 97–115.
- [5] J. Bonet, T.-S. Lok: Variational and momentum preservation aspects of Smooth Particle Hydrodynamics formulations, *Comput. Methods Appl. Engrg.* 180, 77-115, 1999.
- [6] 呂学龍:SPH法による有限ひずみ弾塑性解析のV&V, 計算工学講演会論文集, Vol.29, 2024.
- [7] 後藤仁志:粒子法 連続体・混相流・粒状体のための計算科学, 森北出版株式会社, 2020.
- [8] 浅井光輝:明快粒子法 SPH, MPS, DEMの理論と実践, 丸善出版, 2022.
- [9] 呂学龍:SPH法による衝撃解析, 横浜国立大学, 博士論文, 2011.