

# Weighted least square B-spline 形状関数を用いた 半陰的 MPM による浸透崩壊解析

Seepage Failure Analysis by Semi-implicit MPM  
with Weighted Least Square B-spline Shape Function

飛彈野 壮真<sup>1)</sup>, 野村 恵佳<sup>2)</sup>, 森口 周二<sup>2)</sup>, 寺田 賢二郎<sup>1)</sup>  
Soma Hidano, Reika Nomura, Shuji Moriguchi and Kenjiro Terada

<sup>1)</sup>東北大学 工学研究科 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail: soma.hidano.a8@tohoku.ac.jp)

<sup>2)</sup>東北大学 災害科学国際研究所 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

In this study, a semi-implicit MPM (material point method) for unsaturated soil slope failure analysis is improved by incorporating a weighted least squares B-spline (WLS B-spline) shape function. This incorporating aims to address numerical instabilities caused by discontinuities in the gradient of linear shape functions when Lagragian particles cross background grid. The governing equations are discretized in time using a fractional-step method and in space using the MPM, with particles representing the soil skeleton. The pore water is described in an Eulerian framework, based on the soil skeleton particles. The WLS B-spline is used to ensure smooth interpolation and to allow the imposition of Dirichlet boundary conditions on free surfaces. A validation study is conducted using a laboratory-scale infiltration-induced slope failure experiment. The results confirm that the proposed method improves the stability, even under large deformations. However, numrical integration errors can occur in regions with low particle density, indicating the need for further extension using extended B-spline shape functions.

**Key Words :** Material Point Method, Unsaturated Soil, Seepage Failure Analysis, Semi-Implicit Time Integration

## 1. 研究背景と目的

地盤の斜面災害は、地震や降雨などの外的作用の影響によって発生する災害である。特に降雨による斜面災害は、土の間隙における流体の体積分率に応じた力学特性の影響を大きく受ける。一般的に土の間隙には水や空気が含まれており、雨水の浸透によって間隙水の体積分率が増加すると、間隙水圧の増加、すなわち、土骨格の有効応力の減少が引き起こされる。このような不飽和土から飽和土への遷移過程での力学特性の変化を考慮しながら、崩壊・流動を扱うことができる数値解析手法として、Material Point Method (MPM) が注目されている。

この MPM は、有限要素法に類似した数値積分アルゴリズムを採用しているが、物体の運動を追従するのは有限要素法の節点の代わりに粒子となる。この性質から、大変形が発生してもメッシュが破断しない特徴があり、特に土砂流動などの解析に対して優位性がある。また、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) を始めとする粒子法と比較すると、粒子間の相互作用を直接的に考慮せず、時間・空間的に固定された Euler 格子点を介して間接的に扱うため、比較的計算コストを抑えやすい特性がある。このような特徴を有する MPM は地盤工学において一定の成果を残してきたが、その多くが飽和土を対象としており、不飽和土への拡張例は比較的少ない [1,2]。また、陽解法の採用が一般的なため、間隙水を微圧縮性と仮定する場合が多い。この場合、非常に大きな水の体積弹性率による間隙水圧の不

安定化に対する対策と、十分に小さな時間刻み幅の設定が要求される [3][4]。

これらの問題に対して、筆者らは間隙水の非圧縮性を仮定できる fractional-step 法を用いた半陰的 MPM の提案を行った [5]。ただし、多くの課題が残されており、その一つが粒子と格子点との間の内挿やマッピングを行う際に用いる形状関数に関する課題である。上記のように MPM では、粒子が物体の運動を追従するのに對し格子点は固定されているため、運動が進むにつれてそれらの空間的な関係性は変動する。特に線形の形状関数を採用する場合には、粒子が格子をまたぐような運動をすると、形状関数の勾配が不連続となることで、土骨格応力の不安定化を引き起こすことが知られている [6]。これに対して、粒子が属する格子の外部にあるような格子点も補間範囲とするような形状関数として、高次の B-spline 形状関数の有効性が確認されているが、その特性ゆえに物体境界にあたる格子点が一意に定まらない。不飽和土の斜面解析においては、運動に伴い変化する自由表面に対して Dirichlet 境界条件を設定する必要があるため、通常の B-spline 形状関数では不適切な境界条件の処理が発生してしまう。そこで境界に当たる格子点を一意に定めるために、重み付け最小二乗法 (WLS: weighted least square) による形状関数の生成を行う WLS B-spline 形状関数 [7] に着目した。本研究では、半陰的 MPM にこの形状関数を導入し、室内浸透崩壊実験の再現解析を通して、その効果検証を行う。

## 2. 研究手法

本研究では、土を土粒子がなす土骨格とその間隙から成る混合体として扱う。間隙には、水や空気などの流体が含まれているが、空気の密度が土粒子や水の密度に対して非常に小さい。その性質から簡略化のために、その密度および圧力をゼロと仮定するが行われてきた[1,2]。これにより空気の影響が大きくなることが想定される非常に高い透水係数の地盤や、空気が抜け道を失って土中に残留するような現象などへの表現性能には制限が設けられる。しかしながら、浸透現象の表現や、力学特性の変化をある程度追うことができるところから、本研究においてもこの仮定を採用する。また、粒子は土骨格を代表しており、それを基準としたEuler記述により間隙水を記述する。

### (1) 支配方程式

土粒子および水の密度 $\rho_s, \rho_w$ を用いて、土骨格と間隙水の密度は、 $\bar{\rho}_s = (1 - \theta)\rho_s, \bar{\rho}_w = \theta s_w \rho_w$ と表される。ここで、 $\theta$ は間隙率、 $s_w$ は飽和度である。このとき、土骨格と間隙水から成る混合体の連続式は次式で表される。

$$\theta c_w \frac{D^s p_{c_w}}{Dt} + s_w \nabla \cdot \mathbf{v}_s + \nabla \cdot [\theta s_w (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)] = 0. \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_w$ はそれぞれ土骨格と間隙水の速度を表し、サクションは $p_{c_w} \equiv p_a - p_w \approx -p_w$ として定義する。また、 $c_w$ は比水分容量である。水分特性曲線にはVGモデルを採用し、有効飽和度 $s_{we}$ は以下の式で表される。

$$s_{we} = [1 + (\alpha_{vg} p_{c_w})^{n_{vg}}]^{-m_{vg}}. \quad (2)$$

ここで、 $\alpha_{vg}, n_{vg}, m_{vg}$ はパラメータである。また、土骨格と間隙水の運動方程式は以下のように表される。

$$\bar{\rho}_s \mathbf{a}_s = \nabla \cdot [\sigma' - (1 - \theta) s_w p_w \mathbf{I}] + \bar{\rho}_s \mathbf{b} + \hat{\mathbf{p}}_s, \quad (3)$$

$$\bar{\rho}_w \mathbf{a}_w = -\nabla \cdot (\theta s_w p_w \mathbf{I}) + \bar{\rho}_w \mathbf{b} + \hat{\mathbf{p}}_w. \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{a}_s, \mathbf{a}_w$ は土骨格と間隙水の加速度、 $\mathbf{b}$ は物体力である。また、土骨格の応力 $\sigma'$ は、Hencky超弾性モデルとDrucker-Pragerの降伏基準から求める。加えて、 $\hat{\mathbf{p}}_s, \hat{\mathbf{p}}_w$ は、土骨格と間隙水との相互作用力を表しており、次式で表される。

$$\hat{\mathbf{p}}_s = -\hat{\mathbf{p}}_w = (\theta s_w \bar{\rho}_w g / k_{ws}) (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) - p_w \nabla (\theta s_w) \quad (5)$$

と表す。ここで、 $g$ は重力加速度の大きさであり、透水係数 $k_{ws}$ は、飽和透水係数 $k_{ws}^{sat}$ とパラメータ $\xi_{vg}$ から以下の式で算出する。

$$k_{ws} = k_{ws}^{sat} (s_{we})^{\xi_{vg}} \left\{ 1 - \left[ 1 - (s_{we})^{\frac{1}{m_{vg}}} \right]^{m_{vg}} \right\}^2. \quad (6)$$

### (2) 時間・空間離散化

fractional-step法を時間離散化に採用するため加速度は、時間増分 $\Delta t$ を用いて以下のように分解される。

$$\mathbf{a}_{\alpha}^{n+1} = \frac{\mathbf{v}_{\alpha}^{n+1} - \mathbf{v}_{\alpha}^n}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_{\alpha}^{n+1} - \mathbf{v}_{\alpha}^*}{\Delta t} + \frac{\mathbf{v}_{\alpha}^* - \mathbf{v}_{\alpha}^n}{\Delta t} = \mathbf{a}_{\alpha}^{**} + \mathbf{a}_{\alpha}^*. \quad (7)$$

ここで、土骨格または間隙水の値であることを示すために $\alpha = s, w$ を用いた。また、 $n$ は時刻 $t^n$ での値であることを示す。この分解は、中間速度場 $\mathbf{v}_{\alpha}^*$ と現ステップの速度場 $\mathbf{v}_{\alpha}^{n+1}$ の2つへの分解と捉えることができ、間隙水圧を含む項か否かを判定基準として、それら2つの速度場に運動方程式を分解する。そのうちの中間速度場の運動方程式は、中間速度場の算出と混合体の連続式へ代入することで現ステップ間隙水圧を未知数とするPoisson方程式の導出に用いる。現ステップの速度場の運動方程式は、その間隙水圧に関するPoisson方程式の解を用いて、非圧縮性の条件を満たすように修正された速度場の算出に用いる。これら3つの方程式を各時間ステップで順に解いていくため、土骨格は陽的、間隙水は陰的な手法となる。ただし、本研究では、中間速度場に間隙水圧に関する項を用いないことで発生する数値誤差[8]を抑制するために、前のステップの間隙水圧に関する項を中間速度場の運動方程式に加え、現ステップの間隙水圧の増分を未知数とするPoisson方程式と、それによる修正を行なう現ステップの速度場の運動方程式の3組を採用する。

#### a) 時間離散化

式(7)に基づき中間速度 $\mathbf{v}_{\alpha}^*$ および中間加速度 $\mathbf{a}^*$ 、修正加速度 $\mathbf{a}^{**}$ は、次の関係にある。

$$\mathbf{v}_{\alpha}^* = \mathbf{v}_{\alpha}^n + \mathbf{a}_{\alpha}^* \Delta t, \quad \mathbf{v}_{\alpha}^{n+1} = \mathbf{v}_{\alpha}^* + \mathbf{a}_{\alpha}^{**} \Delta t. \quad (8)$$

この分解に基づき、透水係数に依存した時間刻み幅への制約を緩和するために、運動方程式(3),(4)に含まれる相互作用項を中間速度場を用いて評価する[4,5]。以上を踏まえて、運動方程式を次式のように時間離散化する。

$$\bar{\rho}_s^n \mathbf{v}_s^* / \Delta t - q_{ws}^n (\mathbf{v}_w^* - \mathbf{v}_s^*) = \bar{\rho}_s^n \mathbf{v}_s^n / \Delta t + \nabla \cdot \{\sigma'^n - (1 - \theta^n) s_w^n p_w^n \mathbf{I}\} + \bar{\rho}_s^n \mathbf{b}^n - p_w^n \nabla (\theta^n s_w^n), \quad (9)$$

$$\bar{\rho}_s^n \mathbf{v}_s^{n+1} / \Delta t = \bar{\rho}_s^n \mathbf{v}_s^* / \Delta t - \nabla \cdot [(1 - \theta^n) s_w^n \Delta p_w^{n+1} \mathbf{I}] - \Delta p_w^{n+1} \nabla (\theta^n s_w^n), \quad (10)$$

$$\bar{\rho}_w^n \mathbf{v}_w^* / \Delta t + q_{ws}^n (\mathbf{v}_w^* - \mathbf{v}_s^*) = \bar{\rho}_w^n \mathbf{v}_w^n / \Delta t - \nabla \cdot (\theta^n s_w^n p_w^n \mathbf{I}) + \bar{\rho}_w^n \mathbf{b}^n + p_w^n \nabla (\theta^n s_w^n), \quad (11)$$

$$\bar{\rho}_w^n \mathbf{v}_w^{n+1} / \Delta t = \bar{\rho}_w^n \mathbf{v}_w^* / \Delta t - \nabla \cdot (\theta^n s_w^n \Delta p_w^{n+1} \mathbf{I}) + \Delta p_w^{n+1} \nabla (\theta^n s_w^n). \quad (12)$$

また、混合体の質量保存則(式1)から、間隙水圧の増分を未知数とするPoisson方程式が、次のように導出される。

$$-\theta^n c_w^n \frac{\Delta p_w^{n+1}}{\Delta t} + s_w^n \nabla \cdot \mathbf{a}_s^{**} \Delta t + \nabla \cdot [\theta^n s_w^n (\mathbf{a}_w^{**} - \mathbf{a}_s^{**}) \Delta t] = -s_w^n \nabla \cdot \mathbf{v}_s^* - \nabla \cdot [\theta^n s_w^n (\mathbf{v}_w^* - \mathbf{v}_s^*)]. \quad (13)$$

ここで、修正加速度 $\mathbf{a}_s^{**}$ に対し、式(10),(12)を代入することで、修正加速度を中間速度と間隙水圧の増分に置き換えることができる。このとき、これらの2式は式(8)を基にして修正加速度の式へと変形して代入する。

### b) 空間離散化

空間離散化にはMPMを用いるため、Lagrange粒子に加えて、Euler格子を使用する。このとき、粒子が任意の物理量 $\Phi$ を保持するため、格子点の物理量は各ステップで粒子から次式でマッピングすることで獲得する。

$$\Phi_I = \frac{\sum_p N_{pI} m_p \Phi_p}{\sum_p N_{pI} m_p}. \quad (14)$$

ここで、下付き添え字の $p, I$ は、それぞれ粒子、格子点の物理量であることを表し、 $N_{pI}$ は格子点 $I$ の粒子 $p$ に対する基底関数である。また、運動方程式および圧力Poisson方程式の解である各格子点での中間速度や現ステップの速度、間隙水圧の増分となるため、次式のように格子点から粒子へと次式で内挿する。

$$\Phi_p = \sum_I N_{pI} \Phi_I. \quad (15)$$

ここで、速度については一般に次の二種類の内挿が用いられる。

$$\mathbf{v}_{ap}^{n+1} = \mathbf{P} \mathbf{v}_{ap}^n + \mathbf{S} \mathbf{a}_{al}^{n+1} \Delta t, \quad (16)$$

$$\mathbf{P} = \begin{cases} \mathbf{SS}^+ & : \text{Option A} \\ \mathbf{I} & : \text{Option B} \end{cases} \quad (17)$$

ここで、格子から粒子への内挿はマトリクス $\mathbf{S}$ であり、粒子から格子へのマッピングは $\mathbf{S}^+$ である。ただし前述のとおりMPMでは前のステップの格子の情報は保存されない。そのため、Option Aについては粒子からのマッピングが必要なため、以下の関係式を用いた。

$$\mathbf{S} \mathbf{v}_{al}^{n+1} = \mathbf{S} (\mathbf{v}_{al}^n + \mathbf{a}_{al}^{n+1} \Delta t) = \mathbf{S} \mathbf{S}^+ \mathbf{v}_{ap}^n + \mathbf{S} \mathbf{a}_{al}^{n+1} \Delta t. \quad (18)$$

Option Aは、数値粘性が大きい代わりに計算が発散しにくい特徴があり、後者は数値粘性が抑制される代わりに、数値誤差の蓄積しやすく計算が発散しやすい。そのため、大変形を対象とする本研究では、過度な数値粘性を許容してOption Aを採用し、計算の安定性を重視した。

また、間隙水圧も速度と同様にOption A,Bの内挿が考えられる。ただし、既往研究[5]を踏まえて、崩壊の表現のためにOption A、浸透の表現のためにOption Bを使用することを目的に飽和度に応じてそれらを切り替える以下の手法を採用する。

$$p_{wp}^{n+1} = \begin{cases} \sum_I N_{pI} p_{wl}^{n+1} & (s_{wp}^n = 1): \text{Option A} \\ p_{wp}^n + \sum_I N_{pI} \Delta p_{wl}^{n+1} & (s_{wp}^n < 1): \text{Option B} \end{cases} \quad (19)$$

### (3) WLS B-spline 形状関数

MPMでは粒子が物体の運動を追従するが、格子は時間・空間的に固定されている。そのため、粒子が特定の格子に留まらず、格子をまたぐような運動が生じる。この際、格子間で勾配が不連続となるような線形の形状関数では、応力などに数値不安定性が発生する[6]。これに対しては、格子間で $C^1$ 以上の連続性を有する高次のB-spline形状関数が有効であることが一般に知ら

れている。そこで本研究では、制御点として格子点を採用する次の2次B-spline形状関数[7]を採用する。

$$N_I(\mathbf{x}_p) = w\left(\frac{x_p - x_I}{h}\right)w\left(\frac{y_p - y_I}{h}\right)w\left(\frac{z_p - z_I}{h}\right), \quad (20)$$

$$w(\xi) = \begin{cases} -\|\xi\|^2 + \frac{3}{4} & \text{if } 0 \leq \|\xi\| \leq \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}\|\xi\|^2 - \frac{3}{2}\|\xi\| + \frac{9}{8} & \text{if } \frac{1}{2} \leq \|\xi\| \leq \frac{3}{2}, \\ 0 & \text{if } \frac{3}{2} \leq \|\xi\|. \end{cases} \quad (21)$$

ここで、 $h$ は格子長さ、 $\mathbf{x}$ は座標を示し、 $p, I$ は粒子、格子点の値であることを示す。例えば、1次元空間において、 $0 \leq x \leq 6$ の範囲に $h=1$ の格子を想定すると、その格子点が張るB-spline形状関数は、図-1(a)に示すとおりである。

この図から格子点上においても、他の格子点と重みを分け合っていることが確認でき、Dirichlet境界条件を適切に表現できないことがわかる。これに対し、物体の運動に伴い変化しない領域境界等の自明な境界に対しては開ノットベクトルの適用が有効だが、自由表面等の変化する境界については同様の問題が発生する。特に本手法では自由表面において、運動方程式に対して不飽和領域では非排水を既定するために $\mathbf{v}_w = \mathbf{v}_s$ とする境界条件や、間隙水圧に対して飽和領域における流入・流出を既定するために $p_w = \bar{p}_w$ ( $\bar{p}_w$ は既定値)とする境界条件を設ける。そのため、自由表面に対して、これらのDirichlet境界条件を適切に設定できないことが大きな問題となる。そこで本研究では、自由表面において重み付け最小二乗法(WLS)によるB-spline形状関数の張り直しを行う[7]。このWLS 2次B-spline形状関数は次式で表される。

$$\hat{N}_I(\mathbf{x}_p) = C(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) N_I(\mathbf{x}_p). \quad (22)$$

ここで、 $C$ は $\mathbf{P}(\mathbf{x}) = (1 \ x \ y \ z)^T$ を用いて次式で表される。

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) = \mathbf{P}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p)^T \mathbf{M}(\mathbf{x}_p)^{-1} \mathbf{P}(\mathbf{x}_I - \mathbf{x}_p), \quad (23)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}_p) = \sum_{I=1}^{n_I} N_I(\mathbf{x}_p) \mathbf{P}(\mathbf{x}_I - \mathbf{x}_p) \mathbf{P}(\mathbf{x}_I - \mathbf{x}_p)^T. \quad (24)$$

WLS B-spline形状関数の具体形は図-1(b)に示す。

### 3. 斜面浸透崩壊実験の再現解析

斜面浸透崩壊実験[5]の再現解析を通して、WLS B-spline形状関数の効果検証を行う。この解析で使用する材料パラメータを表-1、寸法および境界条件、解析モデルを図-2に示す。解析モデルは準3次元モデルであり、速度格子のサイズは $0.01 \times 0.01 \times 0.01$ mで、一格子あたり $2 \times 2 \times 1$ の粒子を配置する。実験では、左の水槽の水位が120sで0.62mまでを上昇させ、その後は一定の水位を保ったため、それと同等の水圧を境界条件として既定することで流入を表現した。ただし、水槽からの流入口の粒子が裂けて圧力Poisson方程式が収束しないことを防ぐために、その周辺の粒子の粘着力を $c = 10$ kPaとした。また、実験は浸透開始から2940sまで行われたため、解析においても同様の解析時間を設定した。WLS B-spline形状関数を用いた解析では、

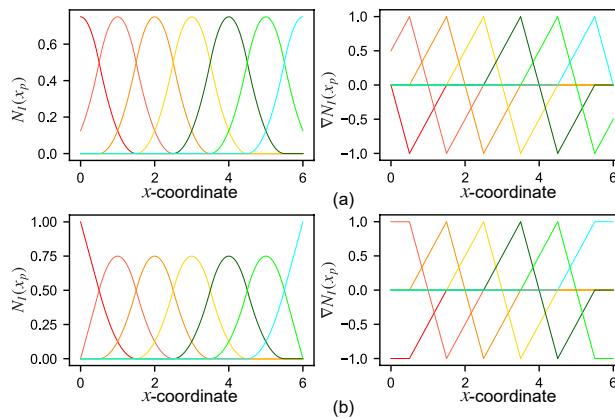


図-1 2次のB-spline形状関数とその勾配：(a)一般的なB-spline形状関数，(b)WLS B-spline形状関数

$\Delta t = 2.0 \times 10^{-4}$  s とし、各時間ステップで  $1.0 \times 10^{-8}$  kg を下回る質量を有した格子点は計算から除外した。

比較のために、線形の形状関数を採用した場合の結果も示すが、この解析では間隙水圧場の安定化のために Sub-grid 法 [9] を採用しており、間隙水圧場の格子は速度格子の倍のサイズとして  $0.02 \times 0.02 \times 0.01$  m と設定した。時間刻み幅は  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$  s とした。この線形の形状関数を採用した場合の、浸透からの経過時間が 2500 s から 2600 s の間ににおける、間隙水圧分布を図-3 に示す。この図に示すとおり、崩壊土砂先端付近の粒子は格子をまたぐ運動をしているために、動きが緩慢となり、一時停止の挙動が見受けられた。これは上記の格子間で勾配が不連続な線形の形状関数の影響だと考えられる。

これに対して、WLS 2次 B-spline 形状関数を用いた解析結果を図-4 に示す。この図から、2600 s ~ 2800 s にかけて崩壊土砂が停滞せずに流動する挙動が確認できる。これは、2次 B-spline 形状関数による、格子間の形状関数の勾配の不連続性が解消されたことによるものと考えられる。しかしながら、線形の形状関数よりも各格子点が有する補間範囲が拡大したこと、崩壊土砂の先端などの粒子数が少ない領域で、粒子から受け取る物理量の絶対値が小さい格子点が発生しやすくなっている。これにより、積分精度低下が発生して 2900 s 以降に過度な負圧が見受けられ、その結果、流動挙動の阻害が確認された。これに対しては、十分な大きさの物理量を持たない格子点の重みを十分な大きさの物理量を有する格子点へと移譲する extended B-spline (EBS) 形状関数 [10] が有効であることが知られているが、WLS B-spline 形状関数への拡張は行われていない。

#### 4. 考察

本研究では、線形の形状関数が有する格子間の勾配不連続性に由来する数値不安定性の解消を目的に、不飽和土を対象とする半陰的 MPM に対して WLS B-spline 形状関数の導入を行い、斜面浸透崩壊実験を通して、その効果検証を行った。WLS B-spline 形状関数による数値不安定性の抑制によって、粒子が格子をまたぐ場合にも形状関数の勾配がなめらかに遷移するため、不自

表-1 斜面浸透崩壊実験の再現解析で使用する材料パラメータ

パラメータ	記号 (単位)	値
土粒子密度	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	2731
初期間隙率	$\theta^{init}$	0.50
Young 率	$E$ (MPa)	3.00
Poisson 比	$\nu$	0.30
粘着力	$c$ (kPa)	0.0
粘着力 (浸水口付近)	$c$ (kPa)	10.0
内部摩擦角	$\phi$ (°)	35.0
ダイレイタンシー角	$\psi$ (°)	0
水密度	$\rho_w$ (kg/m <sup>3</sup> )	1000
飽和透水係数	$k_{ws}^{sat}$ (m/s)	$4.21 \times 10^{-3}$
最小飽和度	$s_w^r$	0.02
最大飽和度	$s_w^s$	1.0
初期飽和度	$s_w^{init}$	0.1
初期間隙水圧	$p_w^{init}$ (kPa)	-4.31
不飽和水分特性	$\alpha_{vg}$	0.28
パラメータ	$n_{vg}$	12.898
	$m_{vg}$	0.923
	$\xi_{vg}$	0.5

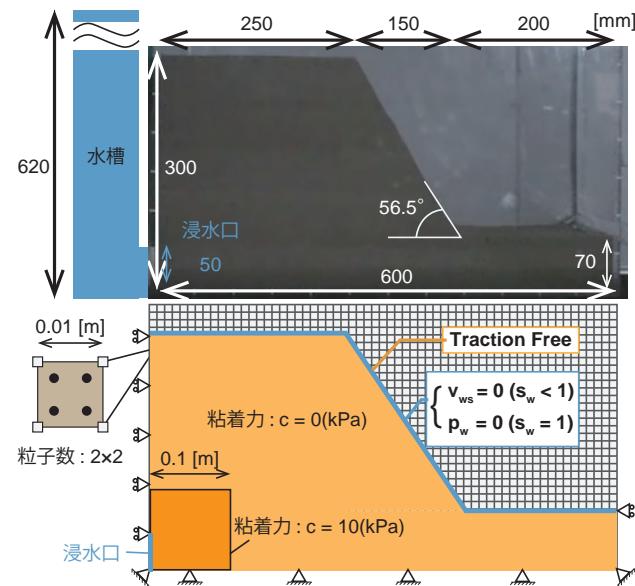


図-2 寸法、境界条件および解析モデル

然な一時停止を伴わない流動挙動を再現できた。しかしながら、線形の形状関数を採用する場合に比べて、十分な大きさの物理量を有しない格子点が発生しやすくなり、積分精度の低下に伴う数値不安定性が顕著となつたため、WLS B-spline 形状関数を EBS へと拡張する必要性が確認された。

#### 参考文献

- [1] Ceccato, F., Yerro, A., Girardi, V. and Simonini, P.: Two-phase dynamic MPM formulation for unsaturated soil, *Computers and Geotechnics*, Vol. 129, p. 103876, 2021.

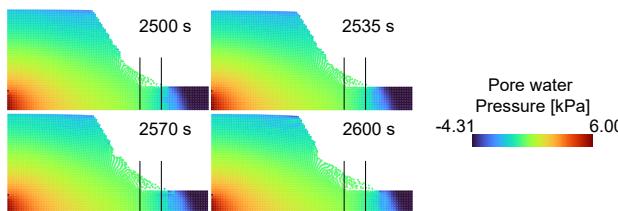


図-3 線形の形状関数を採用した解析における間隙水圧場のスナップショット(浸透開始後 2500 s ~ 2600 s)

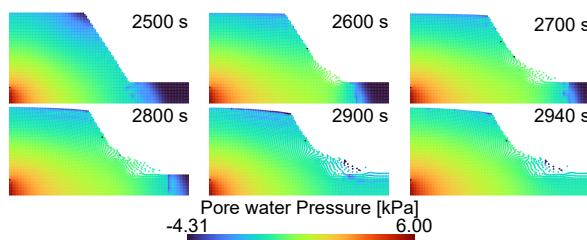


図-4 WLS 2次 B-spline 形状関数を採用した解析における間隙水圧場のスナップショット(浸透開始後 2500 s ~ 2940 s)

- [2] Yamaguchi, Y., Makinoshima, F. and Oishi, Y.: Simulating the entire rainfall-induced landslide process using the material point method for unsaturated soil with implicit and explicit formulations, *Landslides*, Vol. 20, pp. 1617–1638, 2023.
- [3] Mieremet, M., Stolle, D., Ceccato, F. and Vuik, C.: Numerical stability for modelling of dynamic two-phase interaction, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 40, No. 9, pp. 1284–1294, 2016.
- [4] Kularathna, S., Liang, W., Zhao, T., Chandra, B., Zhao, J. and Soga, K.: A semi-implicit material point method based on fractional-step method for saturated soil, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 45, No. 10, pp. 1405–1436, 2021.
- [5] Hidano, S., Yamaguchi, Y., Takase, S., Moriguchi, S., Kaneko, K. and Terada, K.: Semi-implicit material point method for simulating infiltration-induced failure of unsaturated soil structures, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 48, No. 10, pp. 2661–2699, 2024.
- [6] Nguyen, V. P., de Vaucorbeil, A. and Bordas, S.: *The Material Point Method: Theory, Implementations and Applications*, Springer, 2023.
- [7] Nakamura, K., Matsumura, S. and Mizutani, T.: Taylor particle-in-cell transfer and kernel correction for material point method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 403, p. 115720, 2023.
- [8] Zienkiewicz, O., Taylor, R. and Nithiarasu, P.: *The Finite Element Method for Fluid Dynamics*, Butterworth-Heinemann, 7 edition, 2014.

[9] Bressan, A. and Sangalli, G.: Isogeometric discretizations of the stokes problem: stability analysis by the macroelement technique, *IMA Journal of Numerical Analysis*, Vol. 33, No. 2, pp. 629–651, 2013.

[10] Yamaguchi, Y., Moriguchi, S. and Terada, K.: Extended B-spline-based implicit material point method for saturated porous media, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 48, No. 16, pp. 4057–4085, 2024.