

高精度 SPH 法を用いた異方透水性地盤の浸透流解析

Advanced SPH simulation for anisotropic seepage flow

井上恵天¹⁾, 高橋和真²⁾, 辻勲平³⁾, 浅井光輝⁴⁾

Yoshitaka Inoue, Kazuma Takahashi, Kumpei Tsuji and Mitsuteru Asai

¹⁾東北大学 大学院工学研究科 土木工学専攻 修士課程

(〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail: inoue.yoshitaka.r8@dc.tohoku.ac.jp)

²⁾東北大学 大学院工学研究科 土木工学専攻 修士課程

(〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail: takahashi.kazuma.p8@dc.tohoku.ac.jp)

³⁾東北大学 大学院工学研究科 土木工学専攻 助教

(〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail: kumpei.tsuji.e1@tohoku.ac.jp)

⁴⁾博 (工) 九州大学 大学院工学研究院 附属アジア防災研究センター 教授

(〒 819-0395 福岡市西区元岡 744, E-mail: asai@doc.kyushu-u.ac.jp)

This paper aims to enhance the numerical accuracy and applicability of seepage flow simulations by extending Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). We introduce a drag force model formulated with permeability tensors to address both isotropic and anisotropic permeability conditions, which allows for practical applications such as crushed shell layers or low-permeable soil materials. To ensure the accuracy of our proposed model, We conduct a series of verifications and numerical experiments through U-tube flow problems, including isotropic and anisotropic cases. Furthermore, this study investigates the implementation of a highly accurate time integration scheme, the Runge-Kutta method. This scheme is crucial for improving the reliability of long-term simulations.

Key Words : SPH, Anisotropic Seepage flow, Runge-Kutta method

1. はじめに

浸透流解析は、地下水の挙動予測や地盤の安定性評価において不可欠であり、その重要性は多岐にわたる。従来、この解析には有限体積法や有限要素法といったメッシュベースの手法 [1] が広く用いられてきたが、複雑な形状の解析領域への適用や自由表面流れと浸透流を統一的に扱う際には境界条件や遷移流の扱いに課題が残されている。

これに対し、Lagrange 記述に基づくメッシュフリーな粒子法は、大変形に伴う自由表面流れや複雑な境界条件の取り扱いの良さにおいて有効性が示されている。中でも、MPS(Moving Particle Semi-implicit) 法や SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics) 法は代表的な手法として知られている。特に、Tsuji et al.[2] は、SPH 法を用いて高精度な浸透流解析手法を提案しており、Taylor 展開の 2 次項までを満足する離散近似モデル SPH(2)[3] の導入と、粒子再配列法 (OPS[4], GDPS[2]) の適用により、従来の SPH 法と比較して高い空間精度と数値計算の安定性を実現している。なお、礫のような粒状体からなる多孔質体を透過する浸透流解析においても、安定した圧力分布と体積保存性の観点からも優れた性能を示している。

しかしながら、上記の手法では多孔質体内部の粒状体の充填率に基づいて抗力を算出しているのに対し、実務に要求される浸透流解析では、実験や計測から推定される透水係数に基づいて解析が行われることが多い。また、貝殻層を用いた越流の侵食抑制工 [5] のように、

貝殻などの扁平な材料を含む地盤では異方透水性を考慮する必要がある。さらに、地盤中には粘土や密な砂といった低透水係数を持つ層も存在し、これらの解析には長時間を要するため、時間積分に関わる誤差の累積を抑制する対策が求められる。これらの課題、すなわち異方透水性や低透水性を持つ地盤での浸透流解析に適応するため、本研究では Tsuji et al. の提案手法を拡張することを試みる。

本研究では、透水係数により定式化された抗力モデルを用いた浸透流解析を実施する。これらは、透水係数テンソルによって表すことにより、異方透水性から等方透水性まで適用可能な解析手法となる。上記の抗力モデルを用いた浸透流解析の精度を、U 字管の浸透流問題 [7] での等方浸透流の解析を通じて検証し、さらに異方透水性を有する地盤を対象とした数値実験を実施した。加えて、低透水領域での解析において問題となる長時間解析に起因する累積誤差の影響を低減するため、時間積分法の高精度化を検討し、簡単な流体解析を通じてその効果を検証する。

2. 計算手法

本研究は、激しい自由表面流れを伴う流体の解析が可能な粒子法のうち、非圧縮性流体を対象とした ISPH(Incompressible SPH) 法に基づいた流体解析を行う。なお、支配方程式に含まれる微分演算子は高精度微分モデル SPH(2)[3] により離散近似するとともに、計算安定化のための粒子再配列法 (OPS[4], GDPS[2]) を

併用した高精度浸透流解析を行う。

(1) 支配方程式

流体のみで構成される自由表面流れと地盤内部を流れる浸透流を統一して記述可能な Darcy-Brinkman 型支配方程式 (1) と、式 (2) の非圧縮性を仮定した質量保存則に基づき解析を行う。また、粒子再配列法による任意の粒子移動を考慮できる ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 記述を適用する。

$$\frac{\partial \mathbf{v}_D}{\partial t} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) \mathbf{v}_D = \frac{\varepsilon}{C_r} \left(-\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu_E \nabla^2 \mathbf{v}_D + \mathbf{f}_d \right) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_D = 0 \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{v}_D 、 p 、 ρ 、 \mathbf{g} は Darcy 流速、圧力、流体密度、重力加速度である。ならびに、 $C_r(\varepsilon)$ 、 $\nu_E(\varepsilon)$ 、 \mathbf{f}_d はそれぞれ、多孔質体の間隙率 ε で決定される仮想質量係数、有効動粘性係数、多孔質体から受ける抗力である。また、相対速度 \mathbf{c} は粒子再配列法による任意の粒子移動量 $\delta \mathbf{r}^{\text{shift}}$ を用いて示される。粒子再配列法には OPS、GDPS を適用している。詳細については、文献 [2] を参照されたい。

(2) 多孔質体から受ける抗力

本研究では、等方・異方透水性を考慮可能な以下の式 (3) に従う抗力モデル [6] を採用した。

$$\mathbf{f}_d = -\|\mathbf{g}\| \mathbf{K}_h^{-1} \mathbf{v}_D = -\|\mathbf{g}\| \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{yx} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{v}_D \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{K}_h は透水係数テンソルであり、一般的に対称テンソル ($k_{xy} = k_{yx}$) となる。特に、 $k_{xx} = k_{yy} = k_h^{\text{iso}}$ かつ $k_{xy} = k_{yx} = 0$ のとき、式 (4) のように等方透水性条件下での抗力となる。

$$\mathbf{f}_d = -\frac{\|\mathbf{g}\|}{k_h^{\text{iso}}} \mathbf{v}_D \quad (4)$$

ここで、 k_h^{iso} は等方透水係数を示す。

(3) ISPH 法のアルゴリズム

本研究で扱う ISPH 法は、Chorin の射影法に従い、以下のように支配方程式 (1) を予測ステップと修正ステップの二段階に分け、速度は陽的に、圧力は陰的に求める半陰解法型の計算スキームである。

$$\mathbf{v}_D^* = \mathbf{v}_D^N + \Delta t \left\{ \frac{\varepsilon^N}{C_r} (\nu_E \nabla^2 \mathbf{v}_D^N + \mathbf{f}_d^N + \mathbf{g}) - (\mathbf{c}^N \cdot \nabla) \mathbf{v}_D^N \right\} \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_D^{N+1} = \mathbf{v}_D^* - \Delta t \frac{\varepsilon^N}{C_r} \left(\frac{1}{\rho} \nabla p^{N+1} \right) \quad (6)$$

ここで、上付き添字 N 、 $*$ 、 $N+1$ はそれぞれ、現在、予測、次の計算ステップを示している。ここで式 (6) の両辺の発散を取り、非圧縮条件 (2) を考慮すると、次の圧力 Poisson 方程式が得られる。

$$\nabla^2 p^{N+1} = \frac{C_r}{\varepsilon^N} \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}_D^* \quad (7)$$

この圧力 Poisson 方程式を離散化し、BiCGstab 法などの線形ソルバーで求解することで、次のステップの圧力 p^{N+1} を求めることができる。そして、式 (6) に従い速度を修正し、次のステップの Darcy 流速を得る。

また、ALE 記述では、以下の輸送速度 \mathbf{w} を用いた粒子の位置更新を行う。

$$\mathbf{x}^{N+1} = \mathbf{x}^N + \Delta t \mathbf{w}^{N+1} \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{w}^{N+1} = \mathbf{v}_D^{N+1} / \varepsilon^N$ とすると Lagrange 記述、 $\mathbf{w}^{N+1} = \mathbf{0}$ とすると Euler 記述となる。本研究の ALE 記述では、粒子再配列法によるシフトベクトル $\delta \mathbf{r}^{\text{shift}}$ を考慮した以下の輸送速度を用いることとした。

$$\mathbf{w}^{N+1} = \frac{\mathbf{v}_D^{N+1}}{\varepsilon^N} + \frac{\delta \mathbf{r}^{\text{shift}}}{\Delta t} \quad (9)$$

なお、ALE 記述に伴って、予測ステップでは、以下の相対速度 \mathbf{c} を用いて求めた移流項を考慮する。

$$\mathbf{c}^{N+1} = \frac{\mathbf{v}_D^{N+1}}{\varepsilon^N} - \mathbf{w}^{N+1} = -\frac{\delta \mathbf{r}^{\text{shift}}}{\Delta t} \quad (10)$$

また、多孔質体には固定された DEM を使用し、流体を扱う ISPH 法との非解像型連成モデルでの解析を行っており、間隙率の算出には Tsuji et al.[2] が提案する間隙率推定モデルを用いた。

3. 等方/異方透水性を考慮した U 字管路を透過する浸透流問題

Peng et al.[7] が実施した多孔質体を有する U 字管内の浸透流問題を対象とし、提案する浸透流解析手法の精度検証と数値実験を行った。解析条件は、図-1 に示した各種パラメータと、初期状態 ($t = 0$ s) において設けられた水位差 ($\Delta H_0 = 1.35$ m) により、多孔質体内部を流体が浸透する。

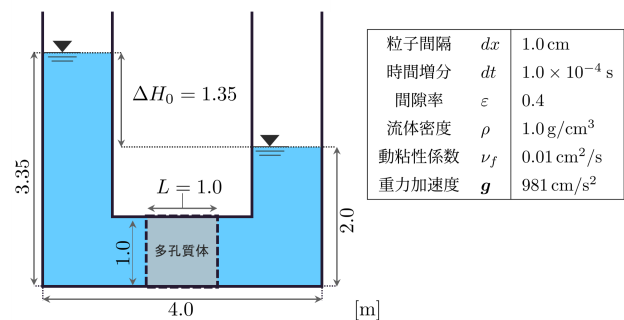


図-1 解析モデルおよび解析条件

(1) 等方透水性の浸透流問題の精度検証

多孔質体が等方透水性を有するものと仮定して、U 字管の透水試験を実施した。ここで、異なる等方透水係数 ($k_h^{\text{iso}} = 0.05, 0.01, 0.005, 0.001$ m/s) の 4 ケースの解析を行い、各ケースにおいて水位差 ΔH と多孔質体中央の断面平均流速 U の時系列変化を計測し、式 (11)、式 (12) に示す理論解と比較し、相対誤差を式 (13)、式 (14) で算

出した。

$$\Delta H^{\text{th}} = \frac{\Delta H_0}{\exp(2k_h^{\text{iso}} t/L)} \quad (11)$$

$$U^{\text{th}} = \frac{\Delta H_0 k_h^{\text{iso}}}{\exp(2k_h^{\text{iso}} t/L)L} \quad (12)$$

$$ERR_{\Delta H} = \frac{\Delta H(t) - \Delta H^{\text{th}}(t)}{\Delta H_0} \quad (13)$$

$$ERR_U = \frac{U(t) - U^{\text{th}}(t)}{U_0} \quad (14)$$

図-2 は水位差 ΔH 、図-3 には多孔質体中央での断面平均流速 U の時刻歴変化を示した。なお、式 (11)、式 (12) の理論解を実線で、提案手法による解析結果を○でプロットしている。また、上部のグラフにはそれぞれの相対誤差の時系列変化を示す。いずれの等方透水係数のケースにおいても ΔH 、 U ともに指数関数的に減少する傾向を再現でき、理論解との相対誤差が最大でも 5% 程度であった。したがって、本研究で用いる浸透流解析手法は、等方浸透流に対して有効であると判断できる。

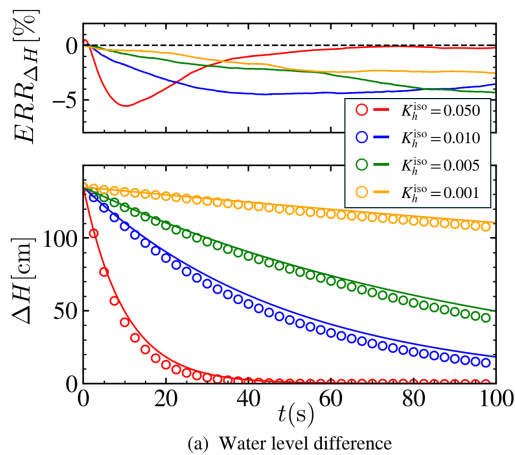


図-2 等方浸透流の水位差と相対誤差

(2) 異方透水性の浸透流問題の数値実験

次に、多孔質体を異方透水性を有する多孔質体と仮定し、同様のモデルで異方浸透流の数値実験を実施した。抗力モデル (3) に、式 (15)、式 (16) で示される異方透水係数 K_h^θ を与えている。ここでは図-4 に示すように、 $\theta = 0^\circ$ の内部構造を基準として、回転角 θ ($-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) の範囲で内部構造が回転した多孔質体を考える。なお、多孔質体を θ だけ回転させたときの透水係数テンソル K_h^θ は回転行列 Q を用いて式 (15) に従って求めることができる。

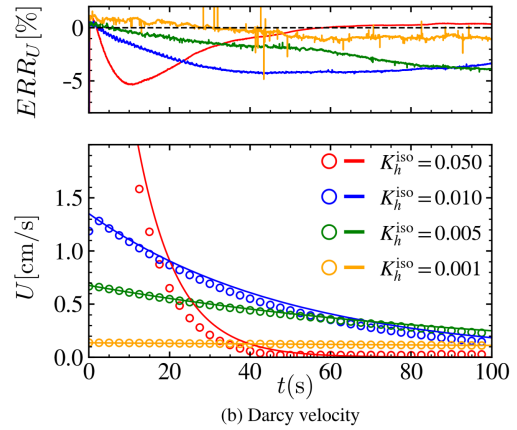


図-3 等方浸透流の断面平均流速と相対誤差

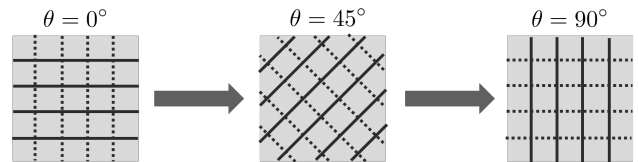


図-4 内部構造を回転させた多孔質体

$$K_h^\theta = Q^T K_h^{0^\circ} Q; \quad Q = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$K_h^{0^\circ} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \quad (16)$$

解析条件として、基準となる透水係数テンソル $K_h^{0^\circ}$ に式 (16) を仮定した。また、式 (15) に従って $\theta = 0^\circ$ 、 45° 、 90° と回転させて得られる透水係数テンソル K_h^θ を用いた解析結果を図-5 に示した。ここで図-1 の U 字管の形状から多孔質体内部の流れは概ね水平であることが想定されるため、 $\theta = 0^\circ$ のケースでは $k_h^{\text{iso}} = 0.05 \text{ m/s}$ 、 $\theta = 90^\circ$ のケースでは $k_h^{\text{iso}} = 0.01 \text{ m/s}$ の理論解を参考値として図-5 に実線で掲載した。

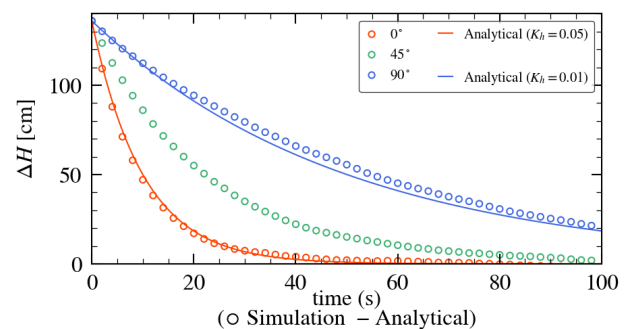


図-5 異方浸透流問題での解析結果

$\theta = 0^\circ$ および $\theta = 90^\circ$ の場合は流れの方向が透水係数テンソルの主方向と一致するため、前述の参考値に良

好に沿う結果となった。等方浸透流との解析結果の違いは、多孔質体内部の流速の鉛直方向成分に起因する抗力の大きさが、等方浸透流の場合と異なることに起因すると考えられる。また、図-5において、 0° と 90° の解析結果の間にプロットされているのは、 $\theta = 45^\circ$ のとき式 (17) のように透水係数テンソルが表されるため $\theta = 0^\circ$ と $\theta = 90^\circ$ の水平方向成分の透水係数の値の間であることを踏まえると妥当であると判断した。

$$\mathbf{K}_h^{45^\circ} = \begin{bmatrix} 0.03 & -0.02 \\ -0.02 & 0.03 \end{bmatrix} \quad (17)$$

(3) 考察

高精度 SPH 法を用いた等方浸透流解析において、水位差および流速の時系列変化は理論解との整合性を示した。この結果は、同手法を用いた浸透流解析の妥当性を支持するものである。また、異方浸透流に関する数値実験では、内部構造の回転角の変化に伴う透水性の低下が観測された。この水平方向成分の透水係数は、基準となる透水係数テンソルから推測される透水係数の範囲内 (0.01 から 0.05 の間) に収まっており、本手法が異方透水性を概ね再現可能であることを示唆している。

一方で、等方浸透流解析における水位差、断面平均速度の誤差は、時間経過に伴い増加する傾向が認められた。比較的水位差、断面平均流速の変動量が小さい透水係数が 0.005 m/s 以下ケースにおいて、時間経過とともに誤差が増加傾向にあることが確認できる。これは、透水係数に起因する時間増分の制約が、長時間のシミュレーションにおいて累積誤差を増大させる一因となる。

4. 時間積分法の高精度化

上記の考察でも記したように、低透水係数に起因する時間増分の制約の緩和のための完全陰解法の解析手法の開発が急がれる中、浸透流解析において、長時間の解析は避けられない。現在の ISPH 法のスキームでは、陽的 Euler 法で時間積分を解いているため、累積誤差の影響が懸念され、より高次の収束性を示す時間積分法の導入を行う必要がある。本研究では、2 段および 3 段の Runge-Kutta 法を ISPH 法に導入し、従来の陽的 Euler 法での ISPH 法との比較を行った。

(1) Runge-Kutta 法による ISPH 法のアルゴリズム

松永ら [8] によると、移流項を明示的に含むことで、速度更新を空間変化と時間変化に分離して計算することができる。その結果、従来のアルゴリズムで発生していた時間進行依存の時間増分に関する誤差をなくすることができ、Runge-Kutta 法による時間積分の高精度化の影響を正確に表現できるようになる。以下には、射影法による非圧縮性流体解析に対する 2 段の Runge-Kutta 法 [9] を ISPH 法へ適用したアルゴリズムを示す。ここで、下付きの数字は、Runge-Kutta 法のステップ数を示し、 $\hat{\mathbf{v}}^{N+1}$ は、 \mathbf{x}^N の位置での速度を意味する。

1. 仮速度 \mathbf{v}^* を求める。

$$\mathbf{v}_1^* = \mathbf{v}^N + \Delta t (\nu \nabla^2 \mathbf{v}^N + \mathbf{g} + (\mathbf{v}^N \cdot \nabla) \mathbf{v}^N) \quad (18)$$

2. 圧力 Poisson 方程式を解き、圧力 p_1 を求める。

$$\nabla^2 p_1 = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}_1^* \quad (19)$$

3. 速度 \mathbf{v}_1 を更新する。

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p_1 \quad (20)$$

4. 仮速度 \mathbf{v}_2^* を求める。

$$\mathbf{v}_2^* = \mathbf{v}_1 + \frac{1}{2} \Delta t (\nu \nabla^2 \mathbf{v}^N + \mathbf{g} + (\mathbf{v}^N \cdot \nabla) \mathbf{v}^N) \quad (21)$$

$$+ \frac{1}{2} \Delta t (\nu \nabla^2 \mathbf{v}_1 + \mathbf{g} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1) \quad (22)$$

5. 圧力 Poisson 方程式を解き、圧力 p_2 を求める。

$$\nabla^2 p_2 = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}_2^* \quad (23)$$

6. 速度 $\hat{\mathbf{v}}^{N+1}$ を更新する。

$$\hat{\mathbf{v}}^{N+1} = \mathbf{v}_2^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p_2 \quad (24)$$

7. 位置を更新する。

$$\mathbf{x}^{N+1} = \mathbf{x}^N + \Delta \mathbf{r} = \mathbf{x}^N + \Delta t \hat{\mathbf{v}}^{N+1} + \delta \mathbf{r}_{\text{PSTs}} \quad (25)$$

8. Taylor 展開に基づき、粒子移動 $\Delta \mathbf{r}$ による速度補間を行う。

$$\mathbf{v}^{N+1} = \hat{\mathbf{v}}^{N+1} + \sum_{k=1}^m \frac{1}{k!} (\Delta \mathbf{r} \cdot \nabla)^k \hat{\mathbf{v}}^{N+1} \quad (26)$$

(2) 2 次元 Taylor-Green 渦問題

本稿では、松永ら [8] が検証問題として取り上げていた 2 次元 Taylor-Green 渦問題を対象に精度検証を行った。この問題では、ニュートン流体の非圧縮性流れを扱い、以下に示す Navier-Stokes 方程式と連続の式に従って流体解析を行う。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} \quad (27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (28)$$

ここでは、2 次元 Taylor-Green 渦を検証問題としてあげ、上記のアルゴリズムに従い、陽的 Euler 法と 2 段および 3 段の Runge-Kutta 法という異なる時間積分法の性能を比較検証した。計算領域を $[-L, L] \times [-L, L]$ としたとき、速度および圧力の理論解を以下に示す。

$$v_x(x, y, t) = U \exp\left(-\frac{2\pi^2 U}{\text{Re}L} t\right) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{L}\right) \quad (29)$$

$$v_y(x, y, t) = -U \exp\left(-\frac{2\pi^2 U}{\text{Re}L} t\right) \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{L}\right) \quad (30)$$

$$p(x, y, t) = \frac{\rho U^2}{4} \exp\left(-\frac{4\pi^2 U}{\text{Re}L} t\right) \left\{ \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \cos\left(\frac{2\pi y}{L}\right) \right\} \quad (31)$$

本解析では、解析領域周辺に周期境界条件を課すとともに、式 (29)、式 (30) に従う速度を各粒子の初期速度として付与し、前述の解析アルゴリズムに沿って時間発展を計算する。初期の粒子分布は正方格子状に等間隔に配置し、その他の解析条件として、 $\text{Re} = 1000$, $L = 1 \text{ m}$, $U = 1 \text{ m/s}$, $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$ を使用する。また、空間微分には Taylor 展開の 2 次の項まで満足する離散近似モデル SPH(2)[3] を用いて、粒子再配列法には OPS[4], GDPS[2] を適用した。

(3) 相対誤差ノルムの時系列変化

初期粒子間隔 $\Delta x = 0.01 \text{ m}$, 時間増分 $\Delta t = 0.005 \text{ s}$ を与えて解析を行った。数値解と理論解の誤差評価のため、以下の L_2 ノルムによる速度の相対誤差を求め、得られた時系列変化を図-6 に示す。

$$L_2 = \sqrt{\frac{\sum_i \|\mathbf{v}_{\text{SPH},i} - \mathbf{v}_{\text{exact},i}\|^2}{\sum_i \|\mathbf{v}_{\text{exact},i}\|^2}} \quad (32)$$

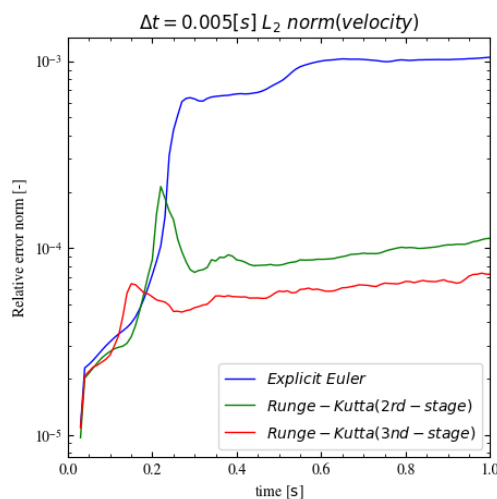


図-6 各種時間積分法による相対誤差の時系列変化

図-6 では、陽的 Euler 法に比べ、Runge-Kutta 法を適用することで 1 オーダーほどの誤差の低減が見られる。加えて、2 段の Runge-Kutta 法よりも 3 段の Runge-Kutta 法のほうが誤差は減少しており、時間積分法の高精度化による時間依存の誤差の改善が確認できた。また、 $t = 0.2 \text{ s}$ での誤差の増大は、粒子配置の乱れに起因する誤差であり、粒子再配列法が適用され粒子配置の乱れが解消すると誤差の増大が収まっていることが確認できる。陽的 Euler 法では、一度発生した誤差がそのまま累積している一方で、Runge-Kutta 法では改善する傾向が見られる。

5. 結言

本研究では、Darcy-Brinkman 型支配方程式に基づき ISPH 法を用いて浸透流解析を実施した。このとき、透水係数テンソルに従う抗力モデルを用いて、U 字管の

浸透流問題を通じて等方浸透流解析の精度を確認した。さらに、異方透水性を有する多孔質体における浸透流の数値実験を実施し、使用した異方透水性の抗力モデルの妥当性を定性的に評価し、透水係数テンソルを用いた抗力モデルの適用可能性が示された。ここで、低透水性地盤の浸透流解析での長時間解析に起因する累積誤差の増加を指摘し、対策として時間積分法の高精度化の効果を Taylor-Green 渦問題を通じて検証した。従来の陽的 Euler 法と比較して、2 段、3 段の Runge-Kutta 法を適用することで数値誤差の低減を確認した。今後は、低透水係数による時間増分の制約を緩和する完全陰解法の導入を検討し、計算コストを抑えたより実用的な浸透流解析手法の開発を目指す。

謝辞: 本研究は、JSPS 科研費 JP-23K19132, 24K17481 ならびに公益社団法人河川財団の河川基金助成事業を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- [1] 藤澤和謙, 西村伸一, 村上 章: 有限体積法による浸透流の動的挙動に関する数値解析, 土木学会応用力学論文集, Vol.13, pp.195-202, 2010.
- [2] Tsuji, K., Fujioka, S., Morikawa, D.S. and Asai, M.: A reliable SPH(2) formulation for Darcy-Forchheimer-Brinkman equation using a density-based particle shifting in the ALE description. *Comp. Part. Mech.*, pp.1-29, 2024.
- [3] Asai, M., Fujioka, S., Saeki, Y., Morikawa, D.S. and Tsuji, K.: A class of second-derivatives in the Smoothed Particle Hydrodynamics with 2nd-order accuracy and its application to incompressible flow simulations, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 415, 2023.
- [4] Khayyer, A., Gotoh, H., Shimizu, Y.: Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context. *J. Comput. Phys.*, Vol.332, pp.236-256, 2017.
- [5] 大埜明日香, 小林薫, 大和田繁, 釜土則幸, 安原一哉: 堤防の越水に対する破碎貝殻を用いた侵食・吸出し抑制に関する基礎的検討, 土木学会論文集 B3 (海洋開発), Vol.77, pp.L373-L378, 2021.
- [6] Zienkiewicz, O. C. and Chan, A.H.C. and Pastor, M. and Schrefler, B.A. and Shiomi, T.: *Computational geomechanics*, Vol.613, 1999.
- [7] Peng, C., Xu, G., Wu, W., Yu, W. and Wang, C.: Multiphase sph modeling of free surface flow in porous media with variable porosity. *Comput. Geotech.*, Vol. 81, pp. 239-248, 2017.
- [8] 松永 拓也, 越塚 誠一, 粒子法における時間進行法の改良, 日本機械学会論文集, 2021, 87 巻, 895 号, p. 20-00437
- [9] Sanderse, B., Koren, B.: Accuracy analysis of explicit Runge-Kutta methods applied to the incompressible Navier-Stokes equations, *J. Comput. Phys.*, Vol.231, pp. 3041-3063, 2012.