

安定化 LSMPS 法を用いたフォワードロールコーター におけるリビング不安定性の数値解析

Numerical simulation of ribbing instability in forward roll coating
using the stabilized LSMPS method

尾藤諒宣¹⁾ 林雅江²⁾ 奥田洋司³⁾ 松永拓也⁴⁾

Masanobu Bito, Masae Hayashi, Yoji Okuda and Takuya Matsunaga

¹⁾ 東京大学 新領域創成科学研究科 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, E-mail:bito-masanobu203@g.ecc.u-tokyo.ac.jp)

²⁾ 博 (工) 東京大学 新領域創成科学研究科 助教 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, E-mail:masae@edu.k.u-tokyo.ac.jp)

³⁾ 工博 東京大学 新領域創成科学研究科 教授 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, E-mail:okuda@edu.k.u-tokyo.ac.jp)

⁴⁾ 博 (工) 東京大学 新領域創成科学研究科 講師 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, E-mail:tmatsunaga@edu.k.u-tokyo.ac.jp)

Coating processes are susceptible to appearance defects, notably ribbing instability, when applied under suboptimal conditions. Traditionally, experimental investigations have been employed to explore this phenomenon. However, this requires enormous time and cost, and thus a sufficient investigation of the conditions and mechanisms of its occurrence has not been conducted. Therefore, in this study, aiming to establish the applicability of particle method-based simulations in this field, we simulated the occurrence of ribbing instability in a forward roll coater using the stabilized LSMPS method. Furthermore, we investigated its critical capillary number and validated the simulation's accuracy through comparisons with existing studies.

Key Words : *Computational Fluid Dynamics, Particle Method, Free Surface Flow, Surface Tension, Critical Capillary Number*

1. 序論

コーティング技術は薄膜シリコン太陽電池製造のような太陽電池産業や電子デバイス分野、自動車製造の塗装工程のような自動車産業など多くの分野で活用されており、中でもロールコーターはその高い汎用性から工業界では重要視されている。しかしコーティングプロセスにおいては不適切な条件で塗布を行うとリビング不安定性に代表されるような外観欠陥が生じることが知られており、その発生条件を調査することは大きな意義がある。この発生条件には複数のパラメータが関係しており、その調査を低コストで行うために数値解析の利用が期待されている。

流体の数値解析に用いられる手法としては主に格子法と粒子法が存在し、連続体の移動に合わせて計算点となる粒子を移動させる粒子法は界面の大変形や流体領域の分裂・合体を伴う問題を扱うのを得意としている。中でも本研究には密度を一定に保つように計算する Moving Particle Semi-implicit (MPS 法) [1] が適していると考えられるが、この手法には空間離散化スキームにおいて十分に解像度を高くしても元の微分方程式の真の解に収束しない等の問題がある。そこで Tamai and Koshizuka [2] は重み付き最小二乗法を空間離散化スキームに用いた Least Squares Moving Particle Semi-implicit (LSMPS) 法を提案した。LSMPS 法では最小二乗法における近似次数を任意に設定できるため、高次の次数での収束性が保証されるが、自由表面においては数値不安定化が生じるという課題を持っている。そのような課題を解決すべく開発された Stabilized LSMPS method (安定化 LSMPS

法) [3] [4] は圧力ポアソン方程式と圧力勾配演算子の新しい定式化などを行うことで自由表面の数値安定性を確保している。本研究には自由表面での計算の安定性が不可欠であるため安定化 LSMPS 法が適していると言える。

そこで本研究ではフォワードロールコーターにおけるリビング不安定性の発生を、簡略化した条件・モデルを使用して安定化 LSMPS 法によってシミュレーションするとともに、得られた発生条件 (臨界キャピラリー数) を先行研究と比較することでその精度を検証した。

2. 先行研究

ロールコーターにおけるリビング不安定性の挙動・発生条件はその多くが実験によって調査されてきた。1980 年から 2000 年にかけて Ruschak [5], Marcios et al. [6] はキャピラリー数とロール間ギャップとロール径の比により、フォワードロールコーターにおけるリビング不安定性の発生条件が評価できることを実験によって示している。その後もロールの形状を変化させる等様々な実験が行われてきたが、リビング不安定性の発生条件やメカニズムを解明するには至っていない。またシミュレーションを使用したリビング不安定性の解析に関しても、2009 年に Lie et al. [7] によって行われたものを筆頭に幾つかの研究が存在するが、数・成果ともに十分とは言えないのが現状である。

多くの先行実験において使用された装置は以下の図 1 のようなものである。これは Chong et al. [8] の実験において使用された装置の概略図であるが、これに示

されるように流体を一定量まで満たした直方体容器の中に距離 H_0 だけ離れた、一定速度で回転する2つのロールが対称に設置され、ロールがフォワード回転によって流体を巻き上げる様子を観察するという仕組みとなっている。本研究でもこれと同様のモデルを用いた解析を行う。

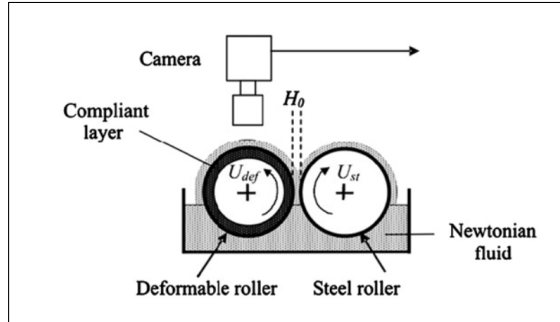


図-1 実験装置の概略図 (Chong et al. [8])

3. 解析方法

(1) 数値解析条件

本研究では、リビング不安定性の発生条件をキャピラリー数 Ca と、ロール間ギャップとロール径の比 H_0/R によって評価し、Chong et al. [8] 及び Coyle et al. [9] の実験と比較を行う。ただしキャピラリー数は以下の式 (1) で定義され、 μ, σ は流体の粘度と表面張力係数を、 U はモデルのロール周速を表している。

$$Ca = \frac{\mu U}{\sigma} \quad (1)$$

本解析では流体条件としてレイノルズ数 $Re = 25$ 、フルード数 $Fr = 1.0$ とした。各無次元数は以下の式 2 から式 3 で定義され、 R はモデルのロール半径、 ρ は流体密度、 g は重力加速度を示す。このとき流体の物性値は $\rho = 1.0 \text{ kg/m}^3$ 、 $\mu = 0.02 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ となる。また $g = 2.0 \text{ m/s}^2$ 、 $U = 1.0 \text{ m/s}$ であり、 H_0/R が 0.0143, 0.0167, 0.02, 0.025, 0.0333 の 5 つの値において Ca を 0.25 から 8 まで変化させて解析を行なった。粒子法における粒子間距離は 0.003 m とした。

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gR}} \quad (2)$$

$$Re = \frac{\rho UR}{\mu} \quad (3)$$

(2) 装置モデル

先行実験を参考にして図 2 のような三次元のモデルを作成した。このモデルは上の実験装置を簡略化したものであり、2 つのロールは同速度で回転する全く同じのものであり、表面形状は滑らか、材質は考慮しないも

のとしている。流体は容器の半分程度まで満たし、容器の z 軸方向に周期境界を設定している。

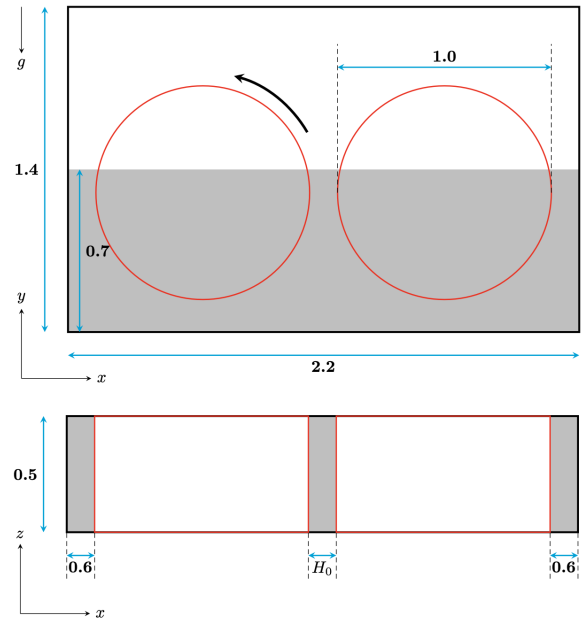


図-2 解析に用いた直方体容器とロールの形状 (単位は m)

4. 解析結果及び考察

図 3 に $H_0/R = 0.0167, Ca = 1.0$ 、図 4 に $H_0/R = 0.0167, Ca = 0.75$ の結果を示す。これはそれぞれ斜め・上から見た数値シミュレーション結果である。図 4 では液膜表面の圧力分布は一定であるのに対し、図 3 ではその圧力分布は場所による強弱が鮮明に現れている。このように数値シミュレーション結果からロール表面に縞模様状の構造が形成されているのが確認でき、その形状は実験結果ともよく一致している。

また図 5 には $H_0/R = 0.0167, Ca = 1.0$ 及び $H_0/R = 0.0167, Ca = 0.75$ の場合のロール表面の液膜の断面図を示している。これによると液膜の厚みは 2 粒子分であり、リビング不安定性が発生した $H_0/R = 0.0167, Ca = 1.0$ の場合には周囲より圧力の高い領域の粒子が盛り上がっていることが視覚的にわかるのに対して、発生していない $H_0/R = 0.0167, Ca = 0.75$ ではそれがなく平坦になっている。

次にリビング不安定性の発生条件を見るために図 6 に解析結果と実験結果のグラフを示す。このグラフにおいて各点は本研究で得られた結果、実線と点線は各先行研究で得られた臨界 Ca を示している。

解析結果を見ると本研究で得られたリビング不安定性の発生条件は、 $H_0/R = 0.0333$ では $Ca > 8.0$ となるか発生しない、 $H_0/R = 0.025$ では $Ca \geq 2.75$ 、 $H_0/R = 0.02$ では $Ca \geq 1.5$ 、 $H_0/R = 0.0167$ では $Ca \geq 1.0$ 、 $H_0/R = 0.0143$ では $Ca \geq 0.75$ である。これより本シミュレーションでもリビング不安定性の発生条件として Ca と H_0/R の組み合わせによって決まる臨界 Ca が存在することが確認でき、同時に H_0/R と臨界 Ca の間に正の相関あることが確認できる。したがってフォワードロー

ルコーターでは低 H_0/R , 高 Ca であるほどリビング不安定性が発生しやすくなることが本シミュレーションからも確認できた。これは先行研究と定性的に一致している。

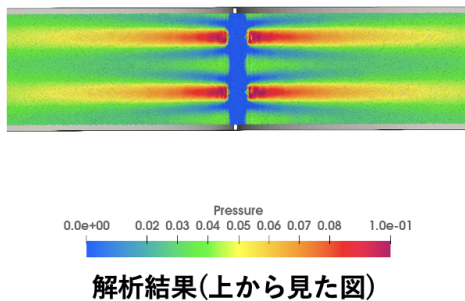
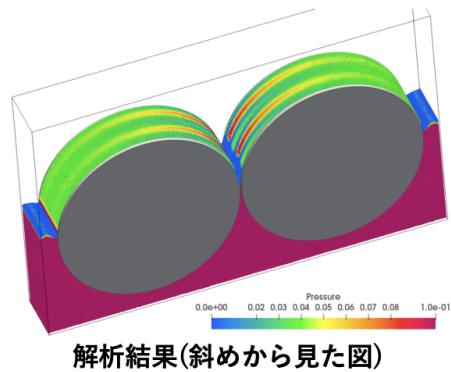


図-3 $H_0/R = 0.0167$, $Ca = 1.0$ における解析結果と実験画像の比較 (色は圧力の大きさを表す)

また先行研究と比較すると、本研究の結果は Chong et al. の実験結果 [8] と一定の連続性が見て取れるが、Coyle et al. の実験結果 [9] とは大きく乖離している。この差異は主に装置におけるレイノルズ数の違いに起因すると考えられる。レイノルズ数が大きいほど慣性力の効果が支配的となるため、流れは安定化しリビング不安定性が発生しにくくなると推測できる。Lie et al. の研究 [7] でも同様にレイノルズ数が大きくなることで流れの安定性が増し、リビング不安定性が発生しにくくなることが言われている。本研究は $Re = 25$ であり、Chong et al. の実験 [8] のレイノルズ数 (約 20) に近い値であることからこれらの結果が類似していることは妥当であり、レイノルズ数が 1 以下であった Coyle et al. の実験 [9] と本研究の結果が大きく乖離していることは整合性が取れている。

一方でリビング不安定性の発生条件がレイノルズ数によって変化することを考慮すると、シミュレーションの精度を検証するには本研究の結果は十分であるとは言えない。包括的な精度検証を行うにはより広範囲のレイノルズ数条件で数値シミュレーションを行うこと

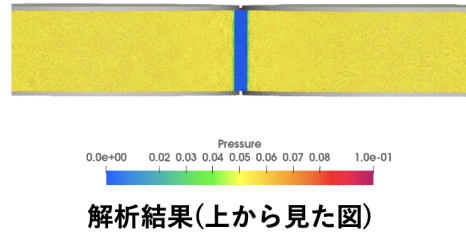
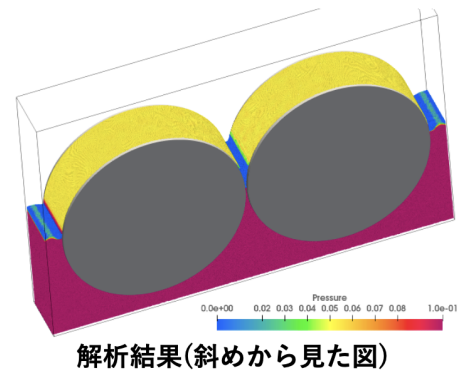


図-4 $H_0/R = 0.0167$, $Ca = 0.75$ における解析結果と実験画像の比較 (色は圧力の大きさを表す)

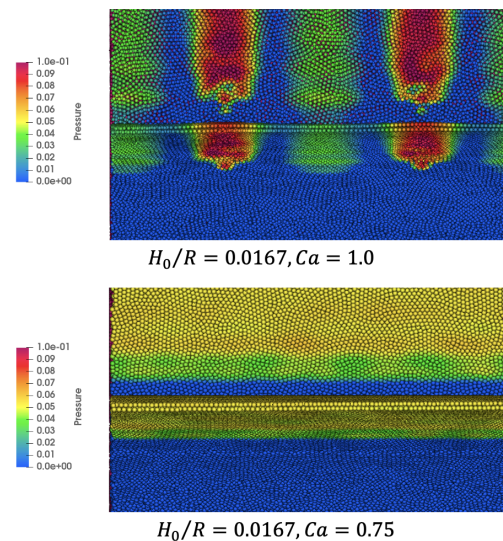


図-5 ロール表面の液膜の断面図 (色は圧力の大きさを表す)

で、レイノルズ数とリビング不安定性の関係を定量的に評価することが必要である。加えて本研究では計算コストの制約から十分な解像度を確保することが困難であったため、先行研究と比較すると一部の H_0/R でしかシミュレーションを行えなかった。十分な解像度をもってシミュレーションを行うための解析プログラムの高速化やアルゴリズム改良が今後の課題である。

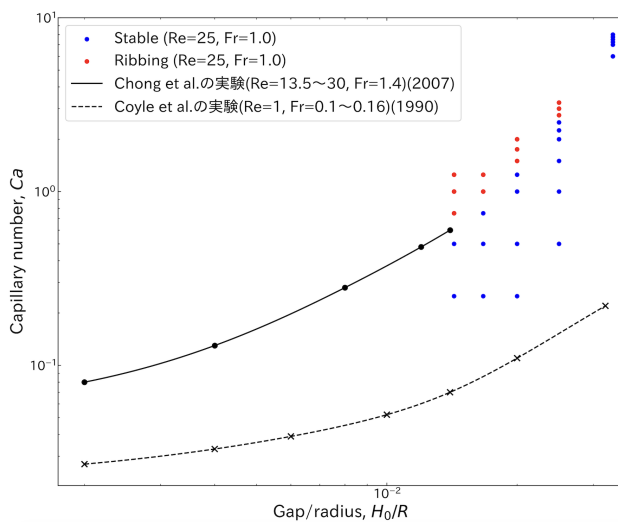


図-6 シミュレーション結果と先行研究の比較

5. 結論

フォワードロールコーターにおけるリビング不安定性の発生について安定化LSMPS法を用いた数値シミュレーションを実施した。またキャピラリー数とロール間ギャップとロール径の比によってリビング不安定性の発生条件を評価し、先行研究と比較することでその再現性や精度の検証を行なった。その結果、数値シミュレーションによってリビング不安定性を再現することができた。発生条件の比較においても定性的な一致が確認でき、部分的ではあるが定量的な一致が得られた。発生条件の評価ではレイノルズ数等のパラメータも考慮する必要がある。

参考文献

- [1] S. Koshizuka., and Y. Oka. 1996. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. Nuclear science and engineering, 123(3), 421-434.
- [2] T. Tamai., and S. Koshizuka. 2014. Least squares moving particle semi-implicit method: An arbitrary high order accurate meshfree Lagrangian approach for incompressible flow with free surfaces. Computational Particle Mechanics, 1, 277-305.
- [3] T. Matsunaga., and S. Koshizuka. 2022. Stabilized LSMPS method for complex free-surface flow simulation. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 389, 114-416.
- [4] 玉井佑, 柴田和也, and 越塚誠一. 2013. Taylor 展開を用いた高精度 MPS 法の開発. 日本計算工学会論文集, 2013, 20130003-20130003.
- [5] K. J. Ruschak. 1982. Boundary conditions at a liquid/air interface in lubrication flows. Fluid Mech, 119, 107-120.
- [6] Marcios., Carvalho., and L. E. Scriven. 1997. Deformable roll coating flows: steady state and linear perturbation analysis Fluid Mech, 339, 143-172.
- [7] K. N. Lie., Y. M. Chiu., and J. Y. Jang. 2009. Ribbing Instability analysis of foward roll coating. Journal of Mechanics, 25, 2.
- [8] Y. H. Chong., P. H. Gaskell., and N. Kapur. 2007. Coating with deformable rolls: An experimental investigation of the ribbing instability. Chemical Engineering Science, 62, 4138-4145.
- [9] D. J. Coyle., C. W. Macosko., and L. E. Scriven. 1990. Stability of symmetric film-splitting between counter-rotating cylinders. Fluid Mech, 261, 437-458.