

レーザ計測点群を用いた環境中物体の逆解析

Inverse Analysis of Objects in the Environment Using a Laser-scanned Point Cloud

小杉龍矢¹⁾ 遊佐泰紀²⁾ 増田宏³⁾
Ryuya Kosugi, Yasunori Yusa, and Hiroshi Masuda

¹⁾学(工) 電気通信大学大学院情報理工学研究科 (〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: r.kosugi@uec.ac.jp)

²⁾博(工) 電気通信大学大学院情報理工学研究科 准教授 (〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: y.yusa@uec.ac.jp)

³⁾博(工) 電気通信大学大学院情報理工学研究科 教授 (〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: h.masuda@uec.ac.jp)

In this study, we propose an inverse analysis method for objects in the environment using a comparison method between laser-scanned point clouds and finite element analysis. In particular, an optimization problem of vector values obtained by the comparison method is solved using the golden section method to identify the Young's modulus of a deformed acrylic plate. The comparison method can be either distance-based or normal vector-based, and the Young's modulus can be identified from both the methods.

Key Words : Inverse Analysis, Laser Scanner, Point Cloud

1. 緒言

構造物の全体的な形状計測には、地上型レーザースキャナ (Terrestrial Laser Scanner, TLS) が比較的高精度な上に離れた場所からでも測定できる点から有効である。そのため TLS は、形状モデルの作成 [1] や変形後形状拘束条件を伴う有限要素法解析 [2] などに利用されている。このように、点群データを利用した有限要素法解析がさまざま行われているのに対して、TLS で取得できる点群データを解析結果と比較する方法についてはまだ確立されていなかったため、小杉ほかは [3]、点群をメッシュに変換し、比較する方法の性能を定量的に調査した。その結果、点群をメッシュに変換する方法の選択が比較の結果に大きな影響を及ぼすことが判明した。よって、点群とメッシュの比較に最適なメッシュを調べる必要がある。また、小杉ほかの提案比較法 [3] の応用として逆解析が考えられる。変形前後の形状から材料定数を同定する逆解析は既存の方法としてデジタル画像相関法 (Digital Image Correlation, DIC) [4] などがある。しかし、DIC は同定したい材料に対して事前にスプレー塗料を吹く必要があり、数 cm 程度の試験片にしか適用できない。この逆解析を TLS を用いた有限要素法解析で行うことができれば、新たに試験片よりも大きな環境中物体の材料定数や密度、荷重などを同定する手法として有効となる可能性がある。また、既知の材料定数を小杉ほか [3] の提案比較法を用いて同定することによって、最適なメッシュの調査の基準として使用することもできる。

そこで本研究では、点群とメッシュの比較に最適なメッシュを調査するために小杉ほか [3] の提案比較法を用いて、変形前後の形状から材料定数や密度、荷重などを同定する計算手法を提案することを目的とする。特に、変形後の表面を示すメッシュと点群に含まれる点までの距離に基づく比較法 [3]、変形後の表面を示すメッシュの法線ベクトルと点群から作られる法線ベクトルに基づく比較法 [3] を用いて得られるベクトル値の中央

値の最も 0 に近づく値を探索する最適化問題を解いた。最適化問題の解法には黄金分割法 [5] を使用した。数値例には、実際に TLS を用いて計測した自重によって変形させたアクリル板の点群を用いた。実測点群に含まれる外れ値の影響を観察しながら、アクリル板のヤング率の同定を行った。

2. 逆解析に用いる手法

(1) 本研究に用いた有限要素法解析手法

本研究では、平衡方程式の弱形式を有限要素法で離散化した式 (1) を解いている。

$$\mathbf{r} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{S} d\Omega - \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma - \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{b}} d\Omega = \mathbf{0} \quad (1)$$

このとき、 Ω は変形前領域、 Γ_t は表面力が作用する領域 \mathbf{B} はひずみ・節点変位行列、 \mathbf{S} は第二 Piola-Kirchhoff 応力、 \mathbf{N} は形状関数、 $\bar{\mathbf{t}}$ は表面力、 $\bar{\mathbf{b}}$ は物体力を表している。第二 Piola-Kirchhoff 応力 \mathbf{S} は、材料モデルによって決定される。Vladimirov et al. の圧縮性 neo-Hooke モデル [6][7] を使用している。

(2) 距離に基づく比較法

距離に基づく比較法は小杉ほか [3] が提案した既存手法で、点群とメッシュの距離に着目した比較法である。以下に比較法の内容を示す。まず、点群データを三角形メッシュに変換する。この 2(4) 項のアルゴリズムを使って探索した三角形に、解析結果である変形後のメッシュの節点 i から垂線を下ろす。この垂線の長さを h_i 、垂線の足を含む三角形の面積を A_i とする。このとき、距離に基づく比較のためのベクトル値を

$$v_i = \frac{h_i}{\sqrt{A_i}} \quad (2)$$

とする。

(3) 法線ベクトルに基づく比較法

法線ベクトルに基づく比較法は小杉ほか[3]が提案した既存手法で、点群とメッシュの一致度を評価するために、点群とメッシュの法線ベクトルに着目した比較法である。点群データは、初めは法線の情報を持たないが点群処理によって法線の情報を持たせることができる。距離に基づく比較法と同様に、まず点群をメッシュに変換することで点群の法線ベクトルを得た。具体的には、原木ほか[2]の変形後形状の拘束条件に用いている三角形メッシュの法線ベクトルを算出し、ある頂点を含む全ての三角形の法線ベクトルの平均をとる方法を採用している。法線情報の付与と対応関係の一致には2(4)項のアルゴリズムを用いている。以下に比較法の内容を示す。

有限要素法解析に用いるモデルの各要素面 e の単位法線ベクトルを \mathbf{n}_e 、要素面 e と対応する点群から得られる単位法線ベクトルを $\bar{\mathbf{n}}_e$ とする。この対応する法線ベクトルも2(4)で説明するアルゴリズムで決定する。このとき、法線ベクトルに基づく比較のためのベクトル値を

$$v_e = |\bar{\mathbf{n}}_e - \mathbf{n}_e| \quad (3)$$

とする。法線ベクトルに基づく比較法は、単位ベクトルの差を用いているため距離に基づく比較法と違って v_e の最大値は2である。

(4) 対応関係の決定法

距離に基づく評価法の節点と三角形メッシュの対応関係の決定と法線ベクトルに基づく比較法の点群から作られる法線ベクトルと三角形メッシュの法線ベクトルの対応関係の決定には、小杉ほか[3]で提案されているものと同様に図-1の接触解析で多用されるNode-to-Surfaceアルゴリズム[8]を使用した。Node-to-Surfaceアルゴリズムの内容は以下の通りである。

1. 点Pから最も近い三角形メッシュの頂点Aを探索する。ただし、点Pは距離に基づく比較法の場合は解析結果である変形後のメッシュの節点、法線ベクトルに基づく比較法の場合は解析結果である変形後のメッシュの要素の中心を表す。
2. その頂点Aに隣接する三角形のうち、点Pから三角形に下ろした垂線が三角形内に含まれる三角形を探索する。
3. 探索した三角形のうち点Pに最も近い三角形に対して v_i や v_e を適用する。

ここで条件が満たされる三角形が存在しない場合は、その点Pに対して式(2)や式(3)を適用しない。このように対応関係が得られない場合があるのがNode-to-Surfaceアルゴリズムの特徴である。

(5) 中央値の最適化問題

中央値による評価法は、式(2)や式(3)により作成されるベクトル値の中央値を求めたものである。中央値は、

$$s = \text{median } v_i \quad (4)$$

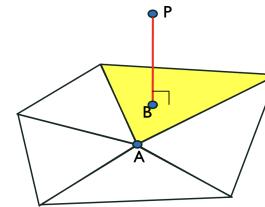


図-1 Node-to-Surface アルゴリズム

で表される。中央値を採用した理由としては、小杉ほか[3]の結論より中央値が最も実測点群に含まれる外れ値やノイズの影響を受けにくいと考えられるからである。

v_i や v_e の中央値を目的関数 $s(\alpha)$ 、変数 α をヤング率 E などとしたとき

$$s(\alpha) \rightarrow \min \quad (5)$$

の最適化問題として定式化することができる。

(6) 黄金分割法

式(5)の最適化問題の解法には黄金分割法[5]を使用した。黄金分割法は目的関数が单峰関数であることを前提に探索区間を縮小しながら最小点を探索する方法で分割点の計算に黄金比 ϕ の逆数を使用するのが特徴である。本研究における逆解析に用いた黄金分割法の内容は以下の通りである。

1. ヤング率の最小点が存在する初期範囲 $[\alpha_l, \alpha_u]$ を設定する。
2. 黄金比の逆数 τ を用いて分割点のヤング率を以下のように計算する。

$$\alpha_a = \alpha_l + (1 - \tau)I, \alpha_b = \alpha_l + \tau I \quad (6)$$

このとき $I = \alpha_u - \alpha_l$, $\tau = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.6108$ である。

3. 求めたヤング率を目的関数 $S(\alpha)$ の変数 α に代入し、 $S(\alpha_a) < S(\alpha_b)$ のとき区間を $[\alpha_l, \alpha_b]$, $S(\alpha_a) > S(\alpha_b)$ のとき区間を $[\alpha_a, \alpha_u]$ に更新する。図-2に縮小の様子を示す。
4. 収束条件 ϵ を事前に設定し、更新後の区間の幅 $I' = \alpha_l - \alpha_b$ または $I' = \alpha_a - \alpha_u$ が $I' < \epsilon$ となるまで分割と更新を繰り返す。
5. 区間の中点を最小値とする。

以上のことから黄金分割法は既存の分割点の関数値を再利用するため無駄な計算を抑えられ、比較法の適用回数を効率的に抑えることができる。また分割比率が黄金比で固定されているため、区間の縮小が安定している。一方、目的関数が单峰関数でなければならぬが本研究における数値例では距離に基づく比較法 v_i 、法線ベクトルに基づく比較法 v_e ともに等間隔のヤング率で初期範囲内の目的関数をプロットした図-3、4にて单峰性を確認している。

3. アクリル板を用いた数値例

(1) 解析条件

アクリル板を用いた数値例は、変形している形状をTLSを用いて点群で取得することを想定している。こ

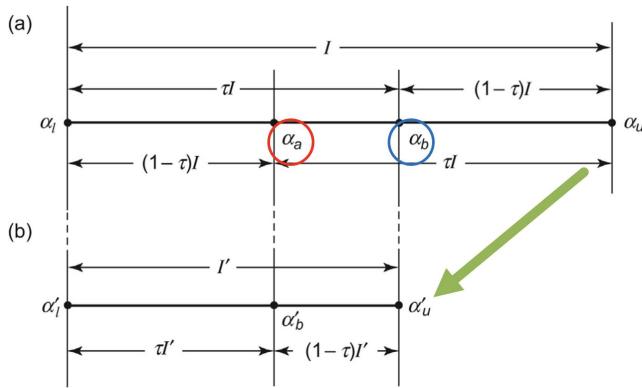


図-2 黄金分割法の範囲縮小

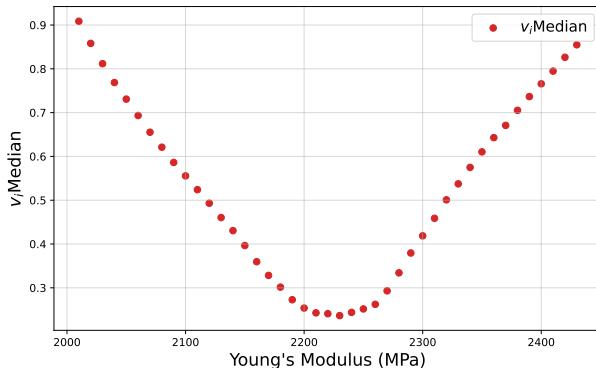


図-3 距離に基づく比較法のヤング率と中央値の関係

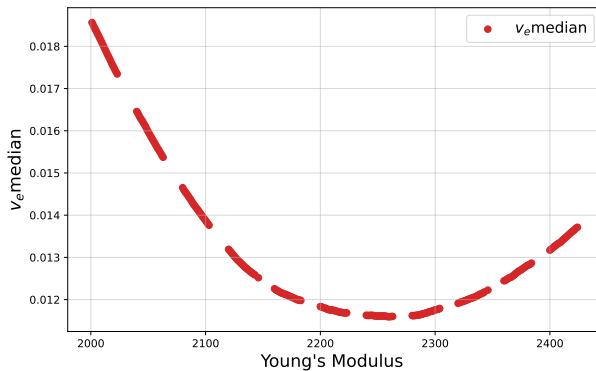


図-4 法線ベクトルに基づく比較法のヤング率と中央値の関係の数値例は原木ほか [2] によって行われた測定であり、データは小杉ほか [3] のものを使用した。以下に測定の詳細を示す。アクリル板を 2 つのスイベルバイスにより固定し、水平方向から 78.91° 傾けて TLS によって点群を取得した。点群取得に用いた TLS は、FARO Lasor Scanner Focus X 330 であり、分解能 1/1、品質 2 × に設定した。TLS と板の間の距離は約 2,280 mm でポイント距離 1.534 mm/10m で測定を行った。アクリル板の寸法は図-5 に示す。

本研究に用いた解析モデルについて説明する。この解析モデルも小杉ほか [3] が使用したものと同様である。TLS で測定を行ったアクリル板の状態をできるだけ忠実に再現するように、解析モデルを作成した。板は図-5 の

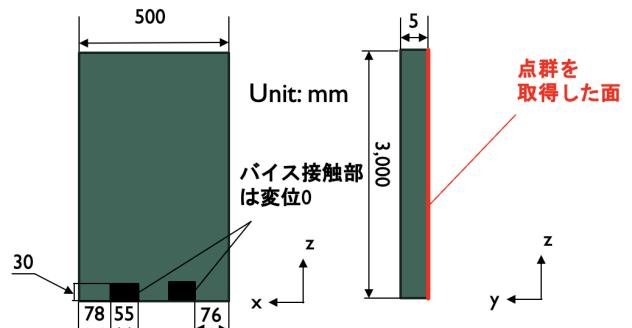


図-5 アクリル板の寸法

寸法で、ポアソン比を 0.3 とした。要素数 60,000 の四面体二次要素であり、節点数 100,903、密度は 1.18×10^{-6} kg/mm³、また重力加速度は、板が水平から 78.91° 傾いていたため、y 軸方向に 1.887 m/s²、z 軸方向に -9.627 m/s² とすることで再現した。角度は、角度計をアクリル板下面に当て計測した。また板を固定するバイスと板の接觸面での変位は 0 とした。

本研究にて、同定したいヤング率の初期範囲は、2,000 ~ 2,400 MPa で探索を行った。探索の収束条件は探索区間が $\epsilon = 0.1$ MPa よりも小さくなることとした。法線ベクトルに基づく比較法では、三角形メッシュの各三角形の法線ベクトルを用いて作成した法線ベクトルを用いた。

実測点群はノイズが含まれるため点群から三角形メッシュを作成する際にダウンサンプリングといった処理が必要である。本研究では、変形後拘束条件を伴う有限要素法解析のための点群処理方法(処理方法 1)[2]を採用した。この点群処理方法を採用した理由は小杉ほか [3] の結果にて最も小さいベクトル値の中央値を示していたからである。

変形後形状拘束条件を伴う有限要素法解析のための点群処理方法を以下に示す。

1. まず、比較したい有限要素法解析のモデルと原点が一致するように座標変換を行った。
2. 次に点群の外れ値を削除するために、ある点を k としたときその点の近傍 ζ 個の点までの距離 l_k を求め、式(7)を満たす点のみ抽出した。

$$l_k < \frac{1}{Z} \sum_{k=1}^Z l_k + q \sqrt{\frac{1}{Z} \sum_{k=1}^Z \left(l_k - \frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z l_j \right)^2} \quad (7)$$

ここで Z は点の総数、 q は任意のパラメータで、 $q = 1, \zeta = 4$ とした。

3. ダウンサンプリングにて変形後表面形状を適切に抽出するため、ある点の近傍の座標の $q = 1$ をその点の座標とする平滑化を 2 回行った。
4. 解析の計算コスト削減のために Farthest Point Sampling (FPS) アルゴリズムによるダウンサンプリングを行った。
5. ダウンサンプリング後、Ball Pivoting アルゴリズムを用いて三角形メッシュを作成した。
6. 作成した三角形メッシュに対して、重みなし Laplacian 平滑化を 10 回実施した。

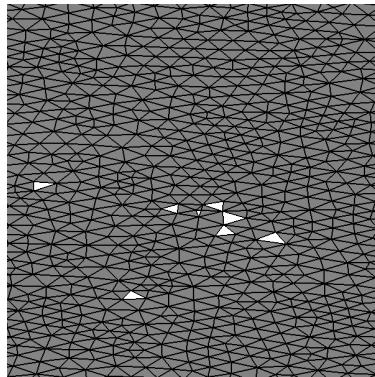


図-6 点群処理後の作成されるメッシュの様子

三角形メッシュ作成時に必要となる最近傍探索等は、Open3D ライブライ [9] を用いて実施した。この点群処理方法の特徴はデータ量削減の際に点の数を基準にしていることである。

図-6 に本研究のアクリル板の点群に対して処理を行った後のメッシュの拡大図を示す。図から読み取れるように本研究に用いた処理方法では、変形後形状拘束条件を伴う有限要素法解析のために凹凸がないように平滑化処理を多く行っている。凹凸の有無は同定の精度に影響すると予想される。

(2) 結果と考察

まず、距離に基づく比較法の黄金分割法による最適化の様子を評価結果を図-7、法線ベクトルに基づく比較法の黄金分割法による最適化の様子を評価結果を図-8 に示す。図-3, 4 と比較することによって、単峰性を持つ目的関数の最小点を求めることができていることを確認できる。次に距離に基づく比較法の黄金分割法の各解析結果を表-1、法線ベクトルに基づく比較法の黄金分割法の各解析結果を 2 にまとめた。それぞれ 21 回の解析で同定を完了し、収束条件 $\epsilon = 0.1 \text{ MPa}$ より範囲が小さくなることを満たしている。距離に基づく比較法の同定結果は、2,230.29 MPa、法線ベクトルに基づく比較法は 2,259 MPa となり比較法による差は約 30 MPa であった。

本研究の場合、密度とヤング率が変形量に依存しているため、解析条件にて設定した密度 $1.18 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ を変更すればヤング率の同定結果は変わると考えられる。またアクリル板のヤング率は文献値 [10] 2,200~3,200 MPa であることから今回の同定結果に関してどの程度の精度があるかを判断することはできない。よって、距離に基づく比較法と法線ベクトルに基づく比較法のどちらがより文献値に近いのかはわからない。

4. 結言

本研究では、小杉ほか [3] の提案比較法である距離に基づく比較法によって得られる v_i 、法線ベクトルに基づく比較法によって得られる v_e の中央値と最適化問題の解法である黄金分割法を用いることによって、変形前後の形状からヤング率を同定できることを示した。ただし、同定の結果はヤング率以外の材料定数の影響も受ける関係や文献値 [10] に幅があるためその精度につ

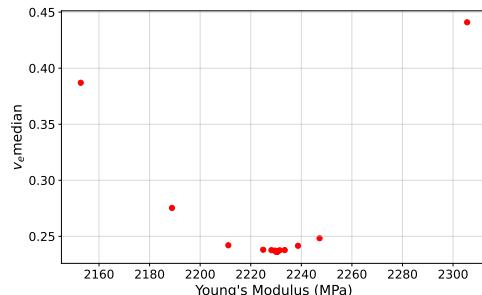


図-7 距離に基づく比較法の黄金分割法による最適化の様子

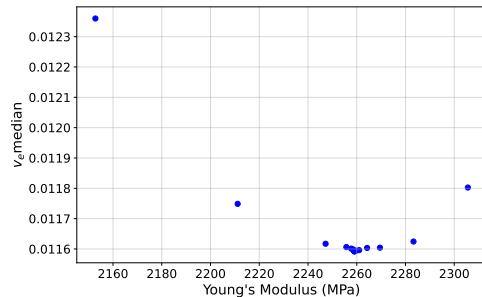


図-8 法線ベクトルに基づく比較法の黄金分割法による最適化の様子

表-1 距離に基づく比較法の黄金分割法の各解析結果

解析回数	ヤング率 (MPa)	中央値
1	2152.79	0.387
2	2247.21	0.248
3	2305.57	0.441
4	2211.15	0.242
5	2188.85	0.275
6	2224.92	0.238
7	2233.44	0.237
8	2238.70	0.242
9	2230.18	0.236
10	2228.17	0.238
11	2231.43	0.238
12	2229.41	0.2372
13	2230.65	0.2368
14	2229.89	0.2370
15	2230.37	0.2362
16	2230.48	0.2366
17	2230.30	0.2361
18	2230.25	0.2363
19	2230.32	0.2362
20	2230.28	0.2362
21	2230.29	0.23616

いては不明であった。

今後は荷重など、境界条件の値の同定にも適用する予定である。さらにノイズや外れ値を含まない計算機上で作成できる仮想点群にて同様の同定を行い、同定の精度の調査を行う予定である。また、パイプなどのアクリル板には曲面を持つような数値例への適用も検討している。

表-2 法線ベクトルに基づく比較法の黄金分割法の各解析結果

解析回数	ヤング率 (MPa)	中央値
1	2152.79	0.01235989
2	2247.21	0.01161727
3	2305.57	0.011802564
4	2211.15	0.011748805
5	2269.50	0.011604289
6	2283.28	0.011624505
7	2260.99	0.011596241
8	2255.73	0.011606287
9	2264.24	0.011603324
10	2258.98	0.011592943
11	2257.74	0.011601269
12	2259.75	0.011594408
13	2258.51	0.011598474
14	2259.27	0.011593192
15	2258.80	0.011594672
16	2259.09	0.01159287
17	2259.16	0.011592941
18	2259.05	0.011592826
19	2259.02	0.011592799
20	2259.01	0.011592783
21	2259.01	0.011592791

謝辞: 本研究は日本学術振興会科研費 JP22K14167 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] H. M. Lee, H. S. Park. Estimation of deformed shapes of beam structures using 3D coordinate information from terrestrial laser scanning. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 29, No. 1, pp. 29-44, 2008.
- [2] H. Haraki, Y. Yusa, H. Masuda. Finite element analysis with deformed shape constraints generated by laser-scanned point clouds. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 125, Issue 19, p. e7555, 2024.
- [3] 小杉龍矢, 原木響也, 遊佐泰紀, 増田宏. レーザスキャナによる点群データを用いた有限要素法解析の妥当性確認に関する基礎的検討. 第29回計算工学講演会論文集, 1103-1108, 2024.
- [4] L.-X. Lin, M.-J. Xu, J.-J. Xu, H. Lu, C.-H. Ye, C. Yu, J.-M. Chen. Measurement and evaluation of strain fields in T23 steel based on digital image correlation method. *Journal of Central South University*, Vol 24, pp. 1977–1985, 2017.
- [5] 北山哲士. 工学系のための最適設計法機械学習を利用した理論と実践. 共立出版, 2021.
- [6] K. Hashiguchi, Y. Yamakawa. *Introduction to Finite Strain Theory for Continuum Elasto-plasticity*, Wiley, 2012.
- [7] I. N. Vladimirov, M. P. Pietryga, S. Reese. On the modelling of non-linear kinematic hardening at finite strains with application to springback - Comparison of time integration algorithms. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 75, No. 1, pp. 1-28, 2008.
- [8] P. Wriggers. *Computational Contact Mechanics*, Springer, 2006.
- [9] Q. Zhou, J. Park, V. Koltun. Open3D : A modern library for 3D data processing. *arXiv.1801.09847*, 2018.
- [10] 株式会社 KDA. “PMMA（アクリル）樹脂物性表1”. プラスチックの専門サイト KDA のプラスチック加工技術. https://www.kda1969.com/materials/pla_mate_pmma2.htm, (参照 2024-07-01)