

# 共回転有限要素法と格子ボルツマン法による 流体構造連成解析手法の開発

Fluid-structure Interaction Analysis using Co-rotational Finite Element Method  
and Lattice Boltzmann Method

平山大悟<sup>1)</sup> 下畑和希<sup>2)</sup> 野村怜佳<sup>3)</sup> 渡辺勢也<sup>4)</sup> 森口周二<sup>3)</sup> 青木尊之<sup>5)</sup> 寺田賢二郎<sup>3)</sup>  
Daigo Hirayama, Kazuki Shimohata, Reika Nomura, Seiya Watanabe, Shuji Moriguchi, Takayuki Aoki  
and Kenjiro Terada

<sup>1)</sup>東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: daigo.hirayama.r1@dc.tohoku.ac.jp)

<sup>2)</sup>東京科学大学工学院 (〒 152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

<sup>3)</sup>東北大学災害科学国際研究所 (〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

<sup>4)</sup>九州大学応用力学研究所 (〒 816-0811 福岡県春日市春日公園 6-1)

<sup>5)</sup>東京科学大学総合研究院 (〒 152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

This study proposes a fluid-structure interaction analysis method that combines the finite element method based on the co-rotational formulation, which allows the representation of a number of destructive phenomena, with a fluid analysis approach using the adaptive mesh refinement lattice Boltzmann method. This integration facilitates the relocation of the computational grids and the consistent transfer of physical quantities in response to the fluid-structure boundary motion, thereby allowing the reproduction of fluid force-induced failure. Through several numerical analysis examples, we demonstrate that the proposed method is effective in fluid-structure interaction analysis involving large deformation problems with failure.

**Key Words :** Co-rotational formulation, Lattice Boltzmann method, Adaptive mesh refinement, Fluid-structure interaction, Fracture analysis

## 1. 序論

津波や洪水に代表される水害は、防潮堤などの土木構造物の損傷・機能低下を招くが、数値シミュレーションによりこうした構造物の被害を予測・評価することは防災・減災の観点から重要である。先行研究 [1] では、共回転定式化に基づき、接触・摩擦および結合力による仕事の変化を適切に表現する定式化により、動的接触・大回転運動とき裂の発生・進展を解析可能なマルチステージ動的破壊シミュレーション手法が提案されている。しかし構造物の破壊現象を考慮可能な流体構造連成解析は、複雑なき裂進展の表現が難しいことや、き裂面に高解像の流体計算格子を配置することで計算コストが増大してしまうといった課題がある。

そこで本研究では、破壊問題を含む流体構造連成解析手法を実現するために、格子ボルツマン法に基づく流体解析手法 [2] と前述の共回転有限要素法とを組み合わせた手法を開発する。界面付近に高解像格子を集中的に配置することで計算コストを大きく削減できる、Adaptive mesh refinement (AMR) 法 [3] も実装する。

## 2. 流体・固体解析手法

### (1) 共回転定式化に基づく

#### 動的破壊シミュレーション手法

本研究では、固体の解析に共回転定式化に基づく有限要素法を用いる。共回転定式化は、固体領域の各有限要素に対して剛体運動に追従する局所座標系を導入

することにより、物体の運動を剛体回転とひずみを生じる純粋な変形に分離する手法であり、Crisfield ら [4] によって定式化された。Simo and Tarnow [5] の Energy-momentum 法におけるエネルギー平衡の考え方をもとに時間方向の離散化を行い、Laursen [6] の定式化を元に接触・摩擦の仮想仕事および接触力を導出することで、共回転定式化に基づく動的接触・大回転解析手法を定式化する。

また、き裂の発生・進展解析には、あらかじめすべての要素を分離してメッシュ生成し、連続体としての運動を表すために多点拘束により結合しておき、増分ステップを更新する前の破壊判定によって基準値に達した面の拘束を解除することによりき裂進展を表現する selective activation strategy [7] を採用する。き裂の発生時には、要素表面間に結合モデルを作用させることにより、破壊による仕事の変化を適切に考慮する。

離散化した局所座標系の変位の増分  $\delta \bar{\mathbf{d}}$  が、離散化した全体座標系における変位の増分  $\delta \mathbf{d}$  と変換行列  $\mathbf{T}$  で表されるとき、線形化方程式は次式で与えられる。

$$\left( \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \mathbf{K}^t + \mathbf{K}^{tG} + \mathbf{K}^{tC} + \mathbf{K}^{tD} \right) \delta \mathbf{d} = - \left( \mathbf{F}^{\text{mas}} + \mathbf{F} + \mathbf{F}^{\text{cnt}} + \mathbf{F}^{\text{dis}} - \mathbf{F}^{\text{ext}} \right) \quad (1)$$

ここで、上付きの  $\bar{\bullet}$  は局所座標系の変数を表す。  $\mathbf{F}^{\text{ext}}$ ,  $\mathbf{F}^{\text{mas}}$ ,  $\mathbf{F}^{\text{cnt}}$ ,  $\mathbf{F}^{\text{dis}}$  はそれぞれ全体座標系における外力ベクトル、慣性力ベクトル、接触による内力ベクトル、結合

力モデルによる内力ベクトルを表し、 $\mathbf{K}^{tG}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}^{tC}$ ,  $\mathbf{K}^{tD}$  はそれぞれ全体座標系における幾何剛性行列, 整合質量行列, 接触による接線剛性行列, 結合力モデルによる接線剛性行列である. また  $\mathbf{K}^t$ ,  $\mathbf{F}$  は全体座標系における接線剛性行列, 内力ベクトルであり, それぞれ  $\mathbf{T}^T \mathbf{K}^t \mathbf{T}$ ,  $\mathbf{T}^T \mathbf{F}$  とする.  $\mathbf{K}^t$ ,  $\mathbf{F}$  は局所座標系における接線剛性行列と内力ベクトルである.

## (2) 格子ボルツマン法

格子ボルツマン法 [8] は, 格子点上で並進・衝突する仮想粒子の速度分布関数について, その時間発展を陽的に計算することで運動を記述する, 非圧縮性流体のための流体解析手法である. 本研究では, 速度分布関数を 27 方向の速度で離散化する D3Q27 速度モデルを用いる. BGK モデル [9] を用いて, 仮想粒子の衝突により速度分布が局所平衡状態へ緩和すると仮定すると, 速度分布関数  $f$  の時間発展方程式は以下の様になる.

$$\begin{aligned} f_{ijk}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_{ijk}\Delta t, t + \Delta t) \\ = f_{ijk}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau} \left\{ f_{ijk}(\mathbf{x}, t) - f_{ijk}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) \right\} + G_{ijk}(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, 添字  $i, j, k \in \{-1, 0, 1\}$  は速度分布関数の方向を表し, 添字 eq は局所平衡状態の速度分布関数を示す.  $\mathbf{c}$  は速度分布関数の速度であり,  $\tau$  は速度分布関数の衝突項にかかる緩和係数,  $G_{ijk}$  は重力などによる外力を表す. 流体の密度と速度は, 速度分布関数から次式により求められる.

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \sum_{k=-1}^1 f_{ijk}(\mathbf{x}, t) \quad (3)$$

$$\rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \sum_{k=-1}^1 \mathbf{c}_{ijk} f_{ijk}(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

## (3) Adaptive Mesh Refinement (AMR) 法

Adaptive Mesh Refinement (AMR) 法 [3] では, 界面近傍などの高い計算制度が必要な領域に高解像度の格子を割り当て, その他の領域には低解像度の格子を割り当てることで, 直交格子と同程度の計算精度を保ちながら計算コストやメモリ使用量の削減が可能である.

本研究では, ツリー構造を用いて再帰的に計算領域を分割するツリー型の AMR 法を用いることでき裂界面近傍での高解像性と計算コストの双方を実現することを目指す. 3次元計算におけるツリー構造では, 計算領域は領域の物理特性に応じて 8 つの領域に分割される. 図-1 において始点となる領域の節点を根ノードと呼び, 実線で繋がれた上側のノードを親ノード, 下側のノードを子ノードと呼ぶ. 子ノードを持たない末端のノードをリーフと呼ぶ. 分割された領域は根ノードの子ノードに割り当てられ, さらにこれらの領域を再帰的に分割していくことにより, 分割の深度によって格子の解像度を変えることが可能である. 異なる解像度間における速度分布関数は線形補間により適宜近似される.

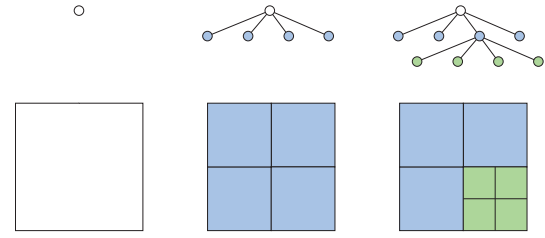


図-1: ツリー構造における格子生成

## 3. 連成手法

固体と流体が界面を介した相互作用の連成について, 各支配方程式を個別に求解し, 移動境界を考慮した物理量の受渡しによって表現する.

### (1) レベルセット法

固体の移動境界情報を流体解析上の境界情報として入力するため, レベルセット法を用いる. 固体を完全に包囲する直交格子に対し各格子点から固体表面まで  $|\nabla \phi| = 1$  を満足し,  $\phi(\mathbf{x}) = 0$  等値面で固体表面の形状一致するようなレベルセット関数  $\phi(\mathbf{x})$  を流体解析領域内に設定する. ここで, レベルセット関数は固体領域外部で  $\phi(\mathbf{x}) > 0$ , 固体領域内部で  $\phi(\mathbf{x}) < 0$  を満たす. 有限要素法に基づくレベルセット法では, 有限要素メッシュから固体表面の三角形ポリゴンを抽出し, 各格子点からの最小距離を計算したのちに内外判定による符号決定を行うことでレベルセット関数を作成する.

### (2) 移動境界条件

流体計算においては, 格子点の間にある壁の位置を高精度に表現できる Interpolated bounce-back に基づく移動境界条件 [10] を課す. これは流体内の格子点から壁内部の格子点に移動する速度分布関数を逆向きの速度をもって元の格子点へと跳ね返すことで, 境界条件を与える手法である. 壁近傍の格子点と壁との距離の比  $q$  に応じて次式のように速度分布関数を更新する.

$$f_{ijk}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \begin{cases} 2q f_{\bar{ijk}}(\mathbf{x}, t) + (1 - 2q) f_{\bar{ijk}}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_{ijk}\Delta, t) + \frac{6w_{ijk}\rho(\mathbf{c}_{ijk} \cdot \mathbf{u}_{\text{wall}})}{c^2} & 0 \leq q \leq 0.5 \\ \frac{1}{2q} \left\{ f_{\bar{ijk}}(\mathbf{x}, t) + \frac{6w_{ijk}\rho(\mathbf{c}_{ijk} \cdot \mathbf{u}_{\text{wall}})}{c^2} \right\} + \frac{(2q - 1)}{2q} f_{ijk}(\mathbf{x}, t) & 0.5 < q \leq 1.0 \end{cases} \quad (5)$$

ここで添え字  $\bar{ijk}$  は逆向きの速度分布関数の方向,  $\mathbf{u}_{\text{wall}}$  は壁の移動速度,  $w_{ijk}$  は  $ijk$  方向の重み係数を表す.

流体から物体に働く抗力は Momentum-exchange Method [11] により計算を行う. 物体と流体粒子の衝突により運動量が交換されると仮定し, 粒子が物体と衝

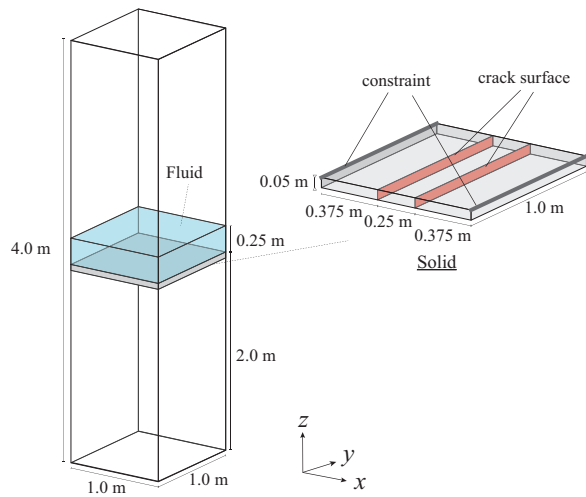


図-2: 平板の破壊解析における計算条件

突する前後の運動量の変化を求めることで、固体表面と速度分布関数の移動方向  $ijk$  の交点における流体力  $F_{ijk}$  が以下のように求められる。

$$F_{ijk}(\mathbf{x}, t) = (c_{ijk} - \mathbf{u}_{\text{wall}})f_{ijk}(\mathbf{x}, t) - (c_{i\bar{j}\bar{k}} - \mathbf{u}_{\text{wall}})f_{i\bar{j}\bar{k}}(\mathbf{x}, t + \Delta t) \quad (6)$$

一方固体解析では、上式で求められた流体力が固体表面上の節点力へと分配される。固体表面上の三角形ポリゴンの自然座標  $(\xi, \eta)$  上で与えられる流体力  $\mathbf{F}$  は3節点三角形要素の一次形状関数  $N_a(\xi, \eta)$  を用いることで、次のように節点  $i$  上での流体力  $\mathbf{f}_a$  へと変換される。

$$\mathbf{f}_a = N_a(\xi, \eta)\mathbf{F}(\xi, \eta) \quad (7)$$

#### 4. 数値計算例

固体の破壊現象を含む流体構造連成解析を行うことを目的として、平板の上に水柱を設置し、流体の重さによる固体の破壊現象を考慮した数値解析を行う。計算の初期条件は図-2に示す通りであり、平板の上に高さ0.25 m水柱を設置し、平板の上面において両端の変位を拘束するが回転自由度は許容する。また、本解析例ではあらかじめ特定の要素間に潜在的なき裂面を挿入して破壊はこの面のみで生じることとする。固体の材料物性値は表-1に示す値を使用する。流体は水を想定し、密度  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ 、動粘度  $\nu = 1.0 \times 10^{-6}$  とする。流体解析において、領域境界で滑りなし条件を課すが、固体は底面のみで接触し、それ以外の領域は自由に運動できるものとする。また、本計算例においてはAMR法を適用しており、計算条件は最小格子幅  $\Delta x = 1.563 \times 10^{-2} \text{ m}$ 、時間刻み幅  $\Delta t = 3.125 \times 10^{-4} \text{ s}$  という設定の下、動的に格子が細分化される条件下で解析を行う。

解析結果のスナップショットを図-3に示す。この図から、平板は流体の重量により破壊面でき裂が生じ、分離した部材は重力により流体とともに落下している様子が確認できる。このとき、落下する部材には部材上面の流体から作用する負圧により鉛直上向きの力が作用するため、自由落下よりも遅い速度で落下することとなる。

また、落下した流体は底面に衝突し跳ね上げられるが、跳ね返った流体が落下する部材に鉛直上向きの力を作用させることにより、部材の落下速度が減少する様子が観察される。最終的には、領域の底部に滞留した流体に部材が落下し、浮力を受けることで底面との接触は発生しなかった。また、破壊発生前後における応力のコンター図を図-4に示す。この図から、破壊が発生し部材が分離する直前の  $t = 1.8 \text{ s}$  では、き裂面周辺の応力が大きくなっている。破壊発生後応力が解放され、低下していることがわかる。以上より、提案手法では流体の作用による固体の破壊現象と、大変位・大回転運動を表現可能であることが示された。

表-1: 平板の破壊解析における解析パラメータ

	固体
Young's modulus $E$	35 GPa
Poisson's ratio $\nu$	0.30
density $\rho$	$2.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
tensile strength $f_t$	0.20 MPa
cohesion $c$	4.00 MPa
internal friction angle $\phi$	38.7 deg
friction coefficient $\mu$	0.800
penalty parameter (nomal dir.) $\epsilon_N$	$1.0 \times 10^5$
penalty parameter (tangential dir.) $\epsilon_T$	$1.0 \times 10^5$
gravitational acceleration $g$	$9.80 \text{ m/s}^2$

#### 5. 結論

本研究では、共回転定式化に基づく有限要素法による動的破壊解析手法と適合細分化格子ボルツマン法による大規模流体解析手法を組み合わせた、流体構造連成解析手法の開発を行なった。物体表面の移動境界の追跡と固体解析と流体解析の間の情報の受け渡しのためにレベルセット法を適用した。物体表面に作用する流体力については、有限要素法における節点力へと変換することにより、流体の作用を考慮した有限要素解析を可能とした。数値計算例では、流体の作用による固体の破壊の発生と、自由界面を持つ流体解析および流体と固体の相互作用による固体の大変位・大回転運動を適切に表現可能であることを例示した。今後は、大きな弾性変形を伴う固体を用いた解析や、任意のき裂面での破壊問題、き裂面に流入する流体を考慮した問題を取り扱い、適用範囲を拡大することを課題としたい。

#### 参考文献

- [1] 鈴木峻: 共回転定式化に基づくマルチステージ動的破壊シミュレーション手法の開発, 博士論文, 東北大学大学院工学研究科, 2021.
- [2] Watanabe, S., Kawahara, J., Aoki, T., Sugihara, K., Takase, S., Moriguchi, S. and Hashimoto, H.: Free-surface flow simulations with floating objects using lattice boltzmann method, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 17, No. 1, p. 2211143, 2023.

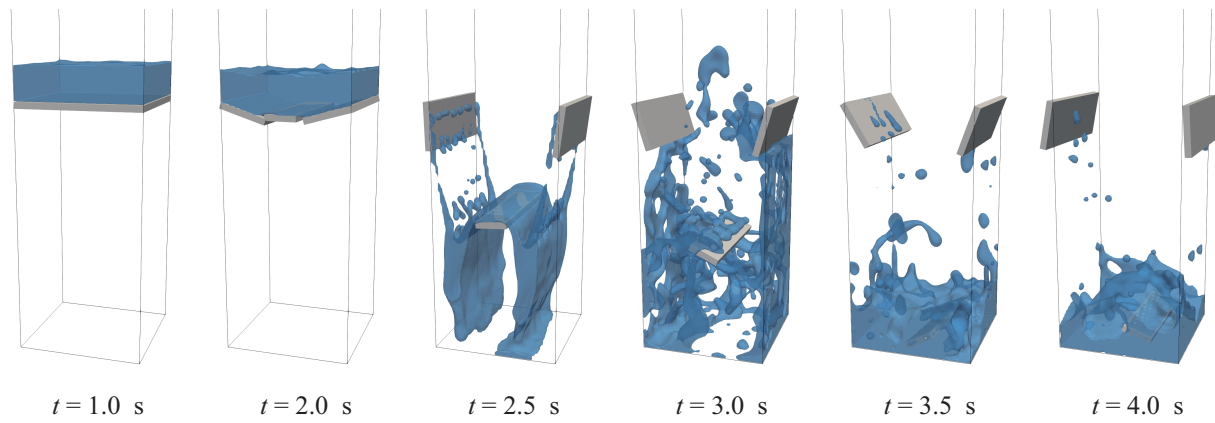


図-3: 平板の破壊解析における解析結果のスナップショット

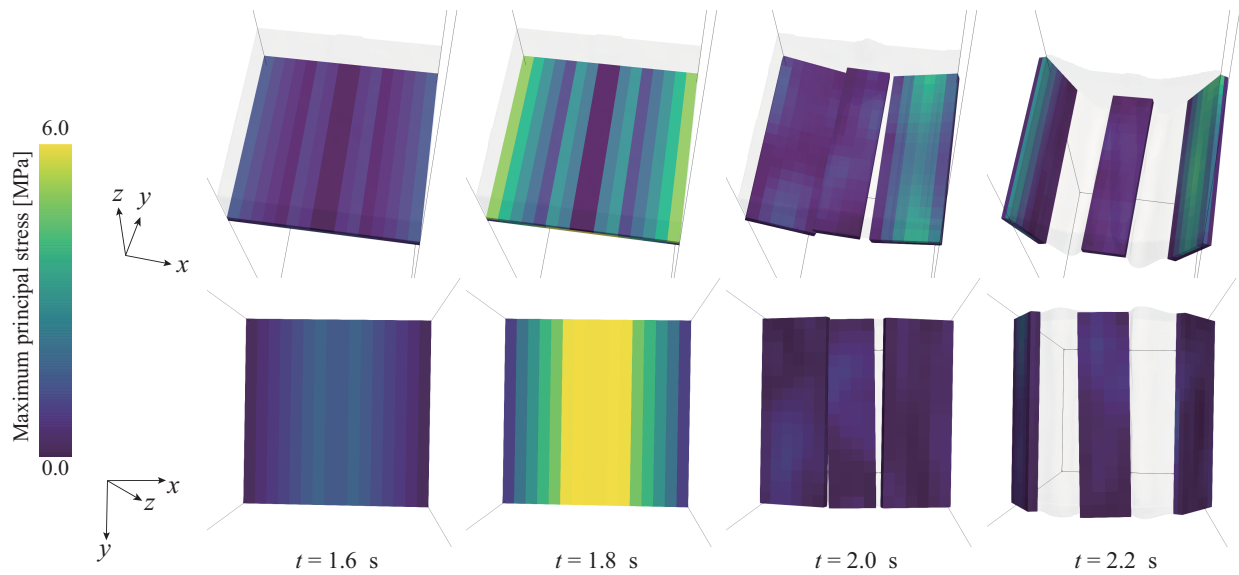


図-4: 平板の破壊解析における応力のコンター図

- [3] Berger, M. J. and Oliger, J.: Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 53, No. 3, pp. 484–512, 1984.
- [4] Moita, G. F. and Crisfield, M. A.: A finite element formulation for 3-D continua using the corotational technique, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 39, No. 22, pp. 3775–3792, 1996.
- [5] Simo, J. C. and Tarnow, N.: The discrete energy-momentum method. Conserving algorithms for non-linear elastodynamics, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, Vol. 43, No. 5, pp. 757–792, September 1992.
- [6] Laursen, T. A.: *Computational Contact and Impact Mechanics: Fundamentals of Modeling Interfacial Phenomena in Nonlinear Finite Element Analysis*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2003.
- [7] Woo, K., Peterson, W. M. and Cairns, D. S.: Selective activation of intrinsic cohesive elements, *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Vol. 2, No. 12, pp. 1061–1068, November 2014.
- [8] Wolf-Gladrow, D. A.: *Lattice-gas cellular automata and lattice Boltzmann models: an introduction*, Springer, 2024.
- [9] Bhatnagar, P. L., Gross, E. P. and Krook, M.: A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Phys. Rev.*, Vol. 94, pp. 511–525, May 1954.
- [10] Gao, H., Li, H. and Wang, L.-P.: Lattice boltzmann simulation of turbulent flow laden with finite-size particles, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 65, No. 2, pp. 194–210, 2013, Special Issue on Mesoscopic Methods in Engineering and Science (ICMMES-2010, Edmonton, Canada).
- [11] Wen, B., Zhang, C., Tu, Y., Wang, C. and Fang, H.: Galilean invariant fluid–solid interfacial dynamics in lattice boltzmann simulations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 266, pp. 161–170, 2014.