

有限被覆法に基づく漂流物を考慮した構造流体連成解析

Fluid-Structure Interaction analysis considering drifting objects
based on Finite Covered Method

古里春花¹⁾, 外里健太¹⁾, 高瀬慎介¹⁾, 金子賢治¹⁾, 田中聖三²⁾,
Haruka FURUSATO, Kenta TOZATO, Shinsuke TAKASE,
Kenji KANEKO, Seizo TANAKA

¹⁾八戸工業大学大学院 (〒 031-8501 青森県八戸市大字妙字大開 88-1)

²⁾広島工業大学工学部環境土木学科 (〒 731-5193 広島県広島市佐伯区三宅 2-1-1)

This paper presents Fluid-Structure Interaction analysis considering drifting objects based on Finite Covered Method. With the help of Finite Cover Method (FCM) as a tool for interface capturing, the effect of debris is taken into account in the fluid-structure interaction analyses with the Navier-Stokes equations. The discontinuous interface boundary between the debris and the fluid is expressed by the Finite Cover Method. The motion of the debris is analyzed by Discrete Element Method (DEM) and the rigid body motion is calculated by using the fluid force action on the debris. For the fundamental research, a numerical examples are presented to demonstrate for the proposed fluid-structure interaction method.

Key Words : Fluid Structure Interaction, Stabilized Finite Covoer Method, Discrete Element Method

1. はじめに

地球温暖化の影響もあり、東北地方においても、集中豪雨の発生件数が増加している。そのため、大雨に起因する土砂災害が発生している。土砂災害が発生すると人命や財産に深刻な被害を与えるため、事前の防災対策が重要である。有効な手段の1つとして、砂防堰堤の設置が行われている。砂防堰堤は、土砂を一時的にとどめ、流出を防ぐことができるため、災害のリスクを軽減する役割を果たしている。従来、主に使用されていたのは不透過型砂防堰堤であったが、このタイプはその構造上、自然の生態系を分断する問題があった。一方で、透過型砂防堰堤は、生態系の連続性を保つことができるため、近年では透過型が主流となっている。また、透過型砂防堰堤は、がれきの計画捕捉量が不透過型と比較して多く、その点でも注目されている。しかし、透過型砂防堰堤付近における、がれき捕捉の挙動についての解析事例は少なく、未解明な部分が多いのが現状である。

そこで本研究では、透過型砂防堰堤ががれきを捕捉する際の力学的挙動を漂流物の形状を詳細に表現可能な有限被覆法を用いた構造流体連成解析手法を構築し、精度検証を行う。具体的には、構造物を複数の剛体要素でモデル化を行い剛体の接触や運動の計算には、個別要素法を用いて解析を行う。また、自由表面を考慮した流体解析には、SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限被覆法を用い、構造物と流体の接触界面位置を正確に表現し相互連成を行う。

2. 流体の数値解析手法

(1) 有限被覆法

有限被覆法 [1] (FCM) は、近似関数が数学領域と支配方程式が満たさるべき物理領域を独立して定義する。そして、FCM では有限要素法 (FEM) における形狀関数の代わりに、解析対象となる物理領域とは独立な PU 条件 (Partition of Unity) を満たす近似関数（以下、PU 重み関数）を数学被覆に導入し、この数学被覆と物理領域の交わりを物理被覆として定義する。物理被覆には、物理変数を近似するための被覆関数と呼ばれる未知パラメータを含む関数を導入する。被覆関数には、PU 重み関数との積により構成される基底関数が一次独立性を満たす限り任意の関数形を利用できるが、本研究では、定数項のみを未知パラメータとして用いることとする。

このように、FCM の近似の考え方は FEM のそれと多少異なるが、被覆中心を節点位置と見なし、これに囲まれる数学被覆を数学要素、物理被覆を物理要素と定義すれば、FEM と等価な近似方法であることを示すことができる。本研究では、FCM の物理要素の基本形状としては1次の四面体要素を用いることにする。FCM では流体の数学領域内に構造物が存在してもよく、流体の物理要素の境界は数学要素と独立に動くことができる。この特徴を利用して、構造物の境界位置を正確に考慮したうえで流れと構造物の剛体運動の相互作用を評価可能な数値解析手法を構築する。なお、流体と構造物の境界位置は、構造物表面をゼロとする距離関数である Levelset 関数作成し、流体領域の定義を行っている。

本研究で用いる支配方程式は、非圧縮粘性流体にお

ける Navier-Stokes の運動方程式と連続式で以下のように表される。

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, p) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、 ρ は密度、 \mathbf{u} は流速ベクトル、 p は圧力、 \mathbf{f} は物体力ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソルである。また、Newton 流体を仮定し、構成則には次式を用いる。

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{I} は 2 階の単位テンソル、 μ は粘性係数であり、 $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ は次式で定義される変形速度テンソルである。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (4)$$

(2) 安定化有限被覆法

3 次元流れ場の支配方程式 (1), (2) に対して有限被覆法を用いた SUPG/PSPG 法 [2,3] を適用すると、次式のような安定化有限被覆法による離散化方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \rho \int_{\Omega^P} \mathbf{w}^h \cdot \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{u}^h - \mathbf{f} \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega^P} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}^h) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}^h, p^h) d\Omega + \int_{\Omega^P} q^h \nabla \cdot \mathbf{u}^h d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e^P} \left\{ \tau_{\text{supg}} \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{w}^h + \tau_{\text{pspg}} \frac{1}{\rho} \nabla q^h \right\} \\ & \cdot \left\{ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{u}^h - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}^h, p^h) \right\} d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e^P} \tau_{\text{cont}} \nabla \cdot \mathbf{w}^h \rho \nabla \cdot \mathbf{u}^h d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_g} \bar{p}(\mathbf{u}^h - \bar{\mathbf{u}}^h) \cdot \mathbf{w}^h = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 Ω^P は Navier-Stokes 方程式の物理領域、 \mathbf{u}^h , p^h は、それぞれ速度と圧力の有限要素近似式、 \mathbf{w}^h , q^h は、それぞれ運動方程式と連続式に対する重み関数の近似式、 \bar{p} はペナルティー定数、 $\bar{\mathbf{u}}^h$ はペナルティー境界面での速度である。安定化項である第 4,5 項は要素ごとに定義される不連続量であるため、要素ごとの領域 Ω_e^P での積分の総和となる。ここで、 e は要素番号、 n_{el} は要素数である。また、第 4 項は移流の卓越に対して安定化を施す SUPG 項、および圧力振動を回避するための PSPG 項であり、第 5 項は自由表面の数値不安定性を回避するための衝撃捕捉 (Shock-Capturing) 項 [4]、ペナルティ項は構造壁面上での Dirichlet 型境界条件を考慮するために付加したものである。また、 τ_{supg} , τ_{pspg} , τ_{cont} は、すべて安定化パラメータである。

(3) Phase-Field 法を用いた界面捕捉

式 (1), (2) を支配方程式とする液体（水）の 3 次元流れ場における自由表面と気体（空気）との界面位置の表現方法は、固定メッシュを用いた Euler 的手法である

界面捕捉法 [4,5] と移動メッシュを用いた Lagrange 的手法である界面追跡法 [6] の二つに分類することができる。本研究では、碎波等の複雑な自由表面形状を表現する必要性があるため、固定メッシュを用いた Euler 的手法の 1 つである Phase-Field 法を採用することにする。なお、流体と構造物の境界位置は、Levelset 関数を用いて、流体領域を定義している。同様に自由表面形状を Levelset 関数を用いて表現することも可能であるが、Levelset 関数を用いた解析では、Levelset 関数の再初期化等の処理が必要になり、計算負荷の観点から、本研究では、Phase-Field 法を用いて解析を行う。

Phase-Field 法では、次式に示す保存形式に修正された Allen-Cahn 型移流方程式 [7] を解くことで自由表面位置を決定する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi &= \frac{\epsilon}{\delta} \nabla \cdot (\delta(\nabla \phi) - F_a), \\ F_a &= \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 ϵ は移動度、 δ は界面領域の代表幅である。また、 ϕ は Phase-Field 変数を表し、気体であれば 0.0、液体であれば 1.0、自由表面上であれば 0.5 をとるものとする。そして、各要素における流体の密度 ρ と粘性係数 μ は、液体（水）と気体（空気）の密度 ρ_l , ρ_g と粘性係数 μ_l , μ_g 、Phase-Field 関数 ϕ を用いて次式のように求められる。

$$\rho = \rho_l \phi + \rho_g (1 - \phi) \quad (7)$$

$$\mu = \mu_l \phi + \mu_g (1 - \phi) \quad (8)$$

Allen-Cahn 方程式 (6) に対して、SUPG 法に基づく安定化有限被覆法を適用すると以下のようない離散化方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^P} \phi_*^h \left(\frac{\partial \phi^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \phi \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega^P} \epsilon \nabla \phi_*^h \cdot \nabla \phi d\Omega + \int_{\Omega^P} \phi_*^h \frac{\epsilon}{\delta} \nabla F_a d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e^P} \left(\tau_\phi \mathbf{u}^h \cdot \nabla \phi_*^h \right) \\ & \cdot \left(\frac{\partial \phi^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \phi^h - \frac{\epsilon}{\delta} \nabla \cdot (\delta(\nabla \phi) - F_a) \right) d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 ϕ^h および ϕ_*^h は、Phase-Field 変数 ϕ とその重み関数の有限要素近似式である。また、 τ_ϕ は安定化パラメータであり、次式で定義されている。

$$\tau_\phi = \left[\left(\frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{2\|\mathbf{u}^h\|}{h_e} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

3. 構造の解析手法

(1) 個別要素法による接触の表現

本研究で使用した個別要素法 [8] は、法線方向の接触力を表現するバネとダッシュポット、および接線方向の接触力を表現するバネとダッシュポットがあり、接線方向には摩擦力を制御するためのライダーが存在する。

要素同士が接触している間はこのモデルによって接触力が評価され、運動方程式に反映される。この接触力モデルによって、法線方向の接触力 \mathbf{F}_n と接線方向の接触力 \mathbf{F}_s は以下のように表現される。

$$\mathbf{F}_n + C_n \dot{\mathbf{u}} + K_n \mathbf{u} = 0 \quad (11)$$

$$\mathbf{F}_s + C_s \dot{\mathbf{v}} + K_s \mathbf{v} = 0 \quad (12)$$

ここで、 \mathbf{u} は法線方向の貫入量ベクトル、 $\dot{\mathbf{u}}$ は法線方向の貫入速度ベクトル、 \mathbf{v} は接線方向の貫入量ベクトル、 $\dot{\mathbf{v}}$ は接線方向の貫入速度ベクトルである。また、 K_n は法線方向のバネ定数、 C_n は法線方向のダッシュポットの減衰係数、 K_s は接線方向のバネ定数、 C_s は接線方向のダッシュポットの減衰係数である。

(2) 個別要素法を用いた剛体要素

球要素を用いる個別要素法では、球要素を剛結することで複雑な剛体モデルを表現することが可能である。このとき、剛体を構成する球要素がそれぞれ個別に接触判定を行っており、球要素ごとに計算された接触点と接触力の情報を剛体の重心に作用する力に換算することで剛体の運動を表現している。すなわち、剛体要素 g の重心に関する次の運動方程式を解く。

$$\frac{d(m_g \mathbf{v}_g)}{dt} = \mathbf{F}_g \quad (13)$$

$$\frac{d(\mathbf{I}_g \boldsymbol{\omega}_g)}{dt} = \mathbf{M}_g \quad (14)$$

ここで、 m_g は剛体の質量、 \mathbf{v}_g は剛体の速度ベクトル、 \mathbf{I}_g は慣性モーメントテンソル、 $\boldsymbol{\omega}_g$ は剛体の角速度ベクトルである。重心に作用する力 \mathbf{F}_g 及びモーメント \mathbf{M}_g は剛体を構成する球要素 i に対して接觸しているすべての要素に関する接触力の総和として以下のように書き下せる。

$$\mathbf{F}_g = \sum^i (\mathbf{F}_n + \mathbf{F}_s) \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_g = \sum^i (\mathbf{N} \times \mathbf{F}_s) \quad (16)$$

このとき、 \mathbf{x}_i を球要素 i の重心座標、 \mathbf{x}_g を剛体の重心座標として $\mathbf{N} = (\mathbf{x}_i + r_i \mathbf{n}) - \mathbf{x}_g$ である。なお、 r_i は球要素 i の半径、 \mathbf{n} は球要素 i の重心から接觸している球要素の重心へと向かう法線方向の単位ベクトルである。また、本研究では、球要素は剛体モデルの表面にのみ配置し、計算負荷を軽減している。剛体の姿勢管理には、クオータニオン（四元数）を導入している。

式(13)から、時間ステップ n と時間ステップ $n+1$ における剛体の速度ベクトルを \mathbf{v}_g^n 、 \mathbf{v}_g^{n+1} とすると、

$$\mathbf{v}_g^{n+1} = \mathbf{v}_g^n + (\mathbf{F}_g / m_g) \Delta t \quad (17)$$

となる。ここで、 Δt は微小時間増分量である。また、式(14)から、時間ステップ n と時間ステップ $n+1$ における剛体の角速度ベクトルを $\boldsymbol{\omega}_g^n$ 、 $\boldsymbol{\omega}_g^{n+1}$ とすると、

$$\boldsymbol{\omega}_g^{n+1} = \boldsymbol{\omega}_g^n + (\mathbf{I}_g^{-1} \mathbf{M}_g - \mathbf{I}_g^{-1} \mathbf{F}_n \times \mathbf{v}_g^n) \Delta t \quad (18)$$

となる。また、剛体重心の位置座標 \mathbf{x}_g の更新は、剛体の速度ベクトルを用いて次式により更新する。

$$\mathbf{x}_g^{n+1} = \mathbf{x}_g^n + \mathbf{v}_g^n \Delta t \quad (19)$$

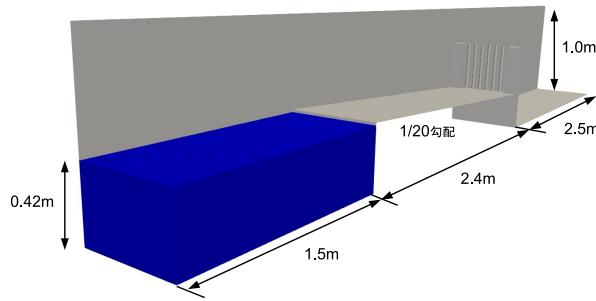


図-1 解析モデル（水路）

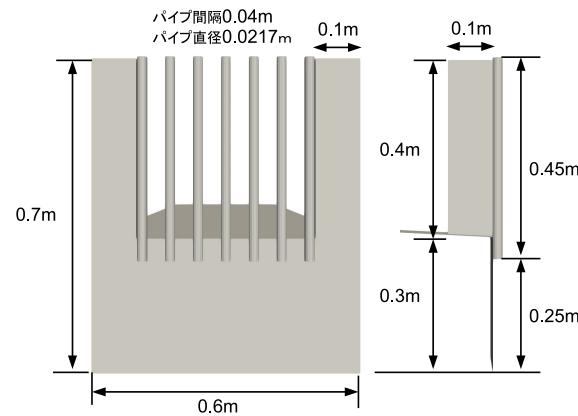


図-2 解析モデル（透過型砂防堰堤）

4. 数値解析例

FCM を用いた構造流体連成解析の検証を行うため、数値解析例として、水路内に透過型砂防堰堤模型を模擬した模型実験の再現解析を行う。解析モデルを図-1,2 に示す。透過型砂防堰堤模型は、勾配 1/20 の斜面に設置した。スリット部の 7 本のパイプ（直径 0.0217m）が設置されており、0.04m 間隔で設置されている。流体解析では、図-3,4 に示すように、最小メッシュ幅は、スリップ部付近は、0.005m、自由表面付近は 0.01m になるようにメッシュを生成している。解析条件として、斜面流入部には、初期水位 0.42m を設置し、瓦礫 20 本を投入解析を行った。瓦礫の寸法は、直方体 ($0.20m \times 0.02m \times 0.02m$) であり、密度は $0.59g/cm^3$ に設定した。また、DEM の解析で用いているバネ定数は $1.0 \times 10^6 N/m$ 、反発係数は 0.2、摩擦角は 30 度を用いた。時間像分量は、流体解析では、 $1.0 \times 10^{-3}s$ 、DEM の解析では、 $1.0 \times 10^{-6}s$ を用いている。流体解析の 1 ステップに対して、DEM の計算を複数ステップ行うことで構造と流体の全体の計算時間を揃えて解析を行っている。

数値解析結果として、図-5 にスリット構造に瓦礫が衝突滞留している状態の解析結果を示す。この図より漂流物同士が接觸しながら流れしていく様子を見ることができる。

5. おわりに

本研究では、安定化有限被覆法を用いた構造流体連成解析手法を提案し、漂流物が透過型砂防堰堤に衝突、滞留する挙動の解析を行った。構造物の接觸挙動は剛

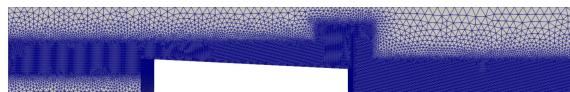


図-3 メッシュ分割図（全体）

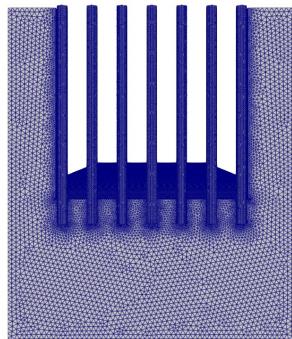


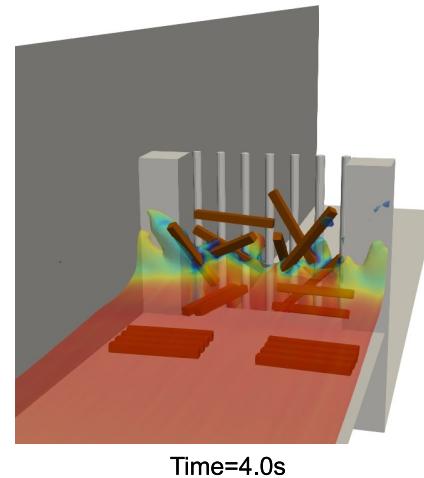
図-4 メッシュ分割図（スリット部）

体要素を用いた個別要素法を用い、自由表面流れ解析にはPhase-Field法を用いた安定化有限被覆法を用いて解析を行った。これにより、瓦礫を模擬した構造物が接触を伴いながら相互連成し解析が行うことが可能となり、また、透過構造物に漂流物が滞留することにより起る水位差の現象も捉えることができ、本手法の有効性を示すことができた。

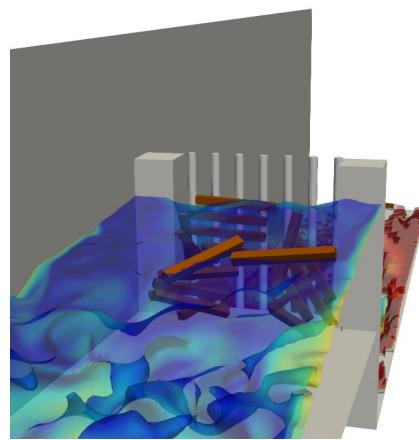
今後の課題として、実験結果との比較を行い、本手法の妥当性の検討、瓦礫模型の形状や密度を変更することによる透過構造物への閉塞状況の変化、瓦礫が混じることによる構造物に及ぼす流体力の変化について検討を行う予定である。

参考文献

- [1] Terada, K., Asai, M. and Yamagishi, M. : Finite Cover method for linear and nonlinear analyses of heterogeneous solids, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.58, Issue 9, pp.1321-1346, 2003.
- [2] Brooks, A.N., Hughes, T.J.R.: streamline-upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 32, pp.199-259, 1982.
- [3] Tezduyar, T.E.: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations : *Advanced in Applied Mechanics*, 28, pp.1-44, 1991.
- [4] Aliabadi,S., and Tezduyar, T.E.: Stabilized-finite-element/interface-caputuring technique for parallel computation of unsteady flows with interfaces, *Compute Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190, pp.243-261, 2000.



Time=4.0s



Time=7.0s

図-5 解析結果

- [5] Hichols, B.D., Hir, C.W., Hotchkiss, R.S. : SOLA-VOF: A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries, *Los Alamos Scientific Lab. Report*, LA-8355, 1985.
- [6] Hughes, T.J.R., Liu, W.K. and Zimmermann, T.K. : Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flow, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 29, pp.329-349, 1981.
- [7] N. Tanaka, J. Matsumoto and S. Matsumoto: Phase-field model-based simulation of motions of a two-phase fluid on solid surface, *Journal of Computational Science and Technology*, Vol.7 No.2, pp.322-337, 2013.
- [8] Cundall, P. A. : A Computer model for simulating progressive, Large Scale movement in blocky rock system, *Proceedings of ISRM Symposium*, pp.11-18, 1971.