

データ駆動型トポロジー最適化による 複数設計変数場の同時最適化

Concurrent Optimization of Multiple Design Variable Fields using Data-Driven Topology Optimization

河邊拓樹¹⁾, Xu Shuzhi²⁾, 矢地謙太郎³⁾
Hiroki Kawabe, Shuzhi Xu and Kentaro Yaji

¹⁾博(科) 大阪大学 工学研究科 特任助教 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: kawabe@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

²⁾Ph.D. Eng. The University of Osaka, Researcher (2-1, Yamadaoka, Suita, Osaka, E-mail: xu@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

³⁾博(工) 大阪大学 工学研究科 准教授 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: yaji@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

This paper presents a concurrent optimization method for multiple design variable fields using data-driven topology optimization. The proposed method is based on a data-driven multifidelity topology optimization, which generates numerous design candidates by low-fidelity model-based topology optimization and evaluates the performance of each candidate by high-fidelity model-based analysis. The high-fidelity evaluation results are used to update the design candidates by an evolutionary algorithm, enabling more global solution search. The efficacy of the proposed method is demonstrated through a benchmark problem of topology optimization for a hybrid solid-infill structure.

Key Words : Topology optimization, Multi-fidelity approach, Data-driven approach, Infill structure

1. はじめに

従来の構造最適化手法に比べ高い自由度で構造を探索できるトポロジー最適化は、軽量設計のための有力な手法である [1]。近年、形状を決定する外殻に多孔質構造を充填する「インフィル構造」に対するトポロジー最適化が注目されている。インフィル構造は軽量性、高剛性、高エネルギー吸収性など優れた性能を有するが、形状全体を多孔質で充填する場合、固体で充填する場合に比べ機械性能で劣りやすい。よって、固体と多孔質を組み合わせた複合インフィル構造が盛んに研究されている [2]。

複合インフィル構造のトポロジー最適化では、複雑な充填構造を直接表現するには多数の設計変数が必要となり、最適化計算の計算コスト増大が課題となる。そのため、均質化されたマクロスケールモデルによる低次元の設計変数を用いて、高次元の設計変数を持つミクロスケールモデルのトポロジー最適化を行う「マルチスケール最適化」が有効である。マルチスケール最適化では、均質化 (homogenization) された均質化モデルを適切に局所化 (de-homogenization) することで、ミクロスケールモデルの構築時に生じる製造不可能な形状を回避できる。ただし均質化モデルと局所化モデルにおける機械性能の差が不可避であり、最適化過程での正確な性能評価が困難である [3]。更に、強度設計に適用する場合、複雑形状における最大応力を評価する必要があり、目的関数空間の強非線形性によって局所解に陥りやすいことも課題である。

より正確な応力評価とより大域的な解探索が可能な手法として、マルチフィデリティ法に基づくデータ駆動型トポロジー最適化 (Data-Driven Multi-Fidelity Topology

Design, D2MFTD) が挙げられる [4]。D2MFTD では、元の最適化問題を簡易化した低精度モデルによるトポロジー最適化によって多数の解候補を生成し、各解候補に対して高精度モデルによる性能評価を行った後、得られた高精度な評価値に基づいて解候補を更新する。更に、進化アルゴリズムに基づく解更新によって大域的な解探索が可能である。

複合インフィル構造を表現するためには固体領域と多孔質領域を表す二つの設計変数場が必要であり、これらの設計変数場を同時に最適化することが望ましい。したがって、本研究では複数設計変数場の同時最適化が可能な D2MFTD を用いた複合インフィル構造のトポロジー最適化を提案する。

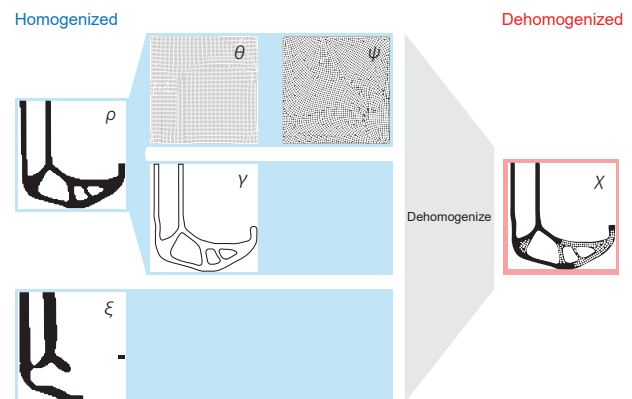


図-1: マルチスケール最適化の概要

2. 複合インフィル構造の定式化

(1) マルチスケール最適化

本研究で用いる複合インフィル構造のマルチスケール最適化の概要を図1に示す。均質化モデルの最適化では、外殻・固体領域・多孔質領域をすべて含むインフィル領域を表す変数場 ρ と、固体領域を表す変数場 ξ が設計変数となる。まず、インフィル領域 ρ から外殻を表す変数場 γ と主応力方向場 θ を抽出する。本研究では充填する多孔質構造として主応力方向に沿うラティス構造を考えるため、主応力方向場 θ からラティス構造の変数場 ψ を生成する。局所化モデルにおける複合インフィル構造を表す設計変数場 χ は、均質化モデルで求められた変数場 ψ , γ , ξ から一意に決定される。複合インフィル構造の変数場 χ に基づき境界適合メッシュを生成し、応力解析によって目的関数すなわち体積・最大応力を高精度に評価する。

(2) 均質化モデル

複合インフィル構造の要素弾性行列は、インフィル領域の設計変数場 ρ 、固体領域の設計変数場 ξ によって式 (1) のように表される。

$$C_e(\rho_e, \xi_e) = (\epsilon + (1 - \epsilon)\rho_e^p)(\xi_e^p C_s + (1 - \xi_e)^p C_p). \quad (1)$$

ここで、 ρ_e , ξ_e はそれぞれ各要素におけるインフィル領域、固体領域の設計変数である。 ϵ は数値安定性を確保するための定数であり、 p は最適化において設計変数の二値化を促進するためのペナルティ係数である。また、 C_s , C_p はそれぞれ固体材料、充填ラティス構造の弾性行列であり、各材料のヤング率 E_i 、ポアソン比 ν_i によって式 (2) のように表される。添字 s , p はそれぞれ固体材料、充填ラティス構造を表す。

$$C_i = \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_i & 0 \\ \nu_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu_i}{2} \end{bmatrix}, \quad (i = s, p). \quad (2)$$

与えられた境界条件下で剛性方程式を解くことで、各要素における歪みベクトル ϵ_e を求めた後、上記の弾性行列を用いて各要素における応力ベクトル σ_e が算出される。

目的関数の評価に使用される有効応力 σ_e^* は、応力ベクトル σ_e から求められるミーゼス応力 σ_e^{VM} を用いて式 (3) のように表される。

$$\sigma_e^* = \sigma_e^{\text{VM}} (\xi_e^p + (1 - \xi_e)^p). \quad (3)$$

最大応力最小化問題は式 (4) のように定式化される。

$$\begin{aligned} & \underset{\rho, \xi}{\text{minimize}} && \max(\sigma_e^*) \approx \left(\sum_{e=1}^{N_e} \sigma_e^{*P} \right)^{\frac{1}{P}}, \\ & \text{subject to} && \sum_{e=1}^{N_e} \rho_e \leq V_b N_e, \\ & && \sum_{e=1}^{N_e} \xi_e \rho_e \leq V_s V_b N_e, \\ & && 0 \leq \rho_e, \xi_e \leq 1, \quad (e = 1, 2, \dots, N_e). \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 N_e は要素数であり、制約条件の第一式はインフィル構造全体が設計領域に占める割合を V_b 以下、第二式は固体領域がインフィル構造に占める割合を V_s 以下に制約することを示す。 P は p ノルムを表し、 P が十分大きい場合、 $\max(\sigma_e^*)$ は σ_e^* の最大値に近似される。

(3) 局所化モデル

均質化モデルにおける応力ベクトル σ_e を用いて、各要素における主応力方向角 θ_e が算出される。主応力方向の単位ベクトル $\mathbf{e}_{1,e}$ と、 \mathbf{e}_1 に垂直な単位ベクトル $\mathbf{e}_{2,e}$ は式 (5) のように表される。

$$\mathbf{e}_{1,e} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_e) \\ \cos(\theta_e) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_{2,e} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \\ \sin(\theta_e) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

本研究では多孔質領域の充填構造として一般的な正弦波関数によるラティス構造を用いる。ラティス構造を表現する変数場として ψ_e を導入し、式 (6) のように定義する。

$$\psi_e = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(P_d \phi_e), \quad P_d = \frac{2\pi}{d}. \quad (6)$$

ここで、 P_d はラティス構造の周期を表し、 d はラティス構造の周期を調整する係数である。 ϕ_e は各要素におけるラティス構造の位相角であり、式 (7) の最適化問題を解くことで決定される。

$$\begin{aligned} & \underset{\phi}{\text{minimize}} && \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N_e} (\nabla \phi_e - \mathbf{e}_{1,e})^2, \\ & \text{subject to} && \nabla \phi_e \cdot \mathbf{e}_{2,e} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

インフィル領域の設計変数 ρ_e から抽出された外殻領域の変数場 γ_e を用いて、局所化モデルにおける複合インフィル構造分布は式 (8) のように表される。

$$\chi_e = \min(\rho_e \psi_e + \gamma_e, \xi_e). \quad (8)$$

式 (8) の χ_e を閾値 0.5 で二値化することで複合インフィル構造を決定し、境界適合メッシュを用いた応力解析によって元問題の目的関数値である体積・最大応力を高精度に評価する。

3. データ駆動型トポロジー最適化

D2MFTD による最適化過程は主に初期解の生成、解候補の性能評価、解候補の更新、新たな解候補の生成の4つに大別される。初期解の生成では、式 (4) の均質化

モデルを用いたトポロジー最適化において、 V_s を固定値とし、 V_b の値を変化させることで多数の解候補すなわちインフィル領域 p_e と固体領域 ξ_e の組を取得する。解候補の性能評価では、各解候補に対して局所化モデルを用いた応力解析を行い、目的関数値を算出する。解候補の更新では、得られた目的関数値を基に Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) によって解候補をランク付けし、最も優れたランクすなわちパレートフロントに属する解候補を次世代の解候補として選択する。その後、多目的最適化の解品質評価に広く用いられるハイパーボリューム指標 (Hypervolume Indicator, HVI) によってパレートフロントの品質を評価し、収束判定を行う。HVI は特に二目的最適化問題において、パレートフロントが目的関数空間に占める面積に相当し、パレートフロントの前進すなわち解の改善に伴って HVI の値が増加する。収束しなかった場合、現解候補の特徴を引き継いだ新たな解候補を生成するため、複数チャンネルの変分オートエンコーダ (Multi-Channel Variational Autoencoder, MC-VAE) を用いる。VAE はエンコーダとデコーダの二つのニューラルネットワークから構成され、潜在空間に一度エンコードされデコーダを通して再構成されたデータと入力データの誤差が最小となるように学習される。その際、学習モデルは各入力データの特徴が連続的な確率分布に従うよう学習されるため、入力データとなる現解候補を潜在空間上で補間することで新たな解候補を生成することが可能である。特に、MC-VAE は複数のチャンネルを有する画像データを入力とし、ネットワークに畳み込み層を導入することで、各チャンネルに格納された変数場の相互関係を学習できるため、インフィル領域と固体領域の相関を考慮した解候補の生成が可能である。性能評価、解更新、新解候補生成の過程を収束するまで反復することで、解探索を行う。

4. 数値実装例

最大応力最小化問題のベンチマークとして一般的な L 字ブラケット構造を設計対象とした。問題設定の概要を図 2 左部に示す。均質化モデルでは構造メッシュ、局所化モデルでは図 2 右部に示すような境界適合メッシュを用いた。 $L = 64$ [mm] とし、天井部 Γ_0 を完全固定し、L 字先端部 Γ_F に $F = 1$ [N] の荷重を与えた。固体材料、充填ラティス構造の各物性値はヤング率 $E_s = 1.0$ [Pa], $E_p = 0.3$ [Pa], ポアソン比 $\nu_s = \nu_p = 0.3$ とした。均質化モデルにおいてペナルティ係数 $p = 3$, p ノルム $P = 12$, 要素数 $N_e = 80 \times 80$, インフィル領域における固体領域の割合 $V_s = 0.5$ とした。設計領域におけるインフィル領域の体積率は $V_b \in [0.35, 0.7]$ の範囲から 100 個の候補を取得し、100 個の初期解を得た。

反復間の HVI 相対誤差が 5 反復続けて 0.1% を下回る、もしくは反復数が 250 に達した場合、最適化を終了する収束判定の下で D2MFTD を実行した結果、反復数 330 で収束した。HVI を初期反復で正規化した値の推移を図 3 に示す。最適化開始からほぼ単調に HVI が増加し、最終反復で 1.31 となったことから、最適化構造の性能が十分に改善されたことが分かる。

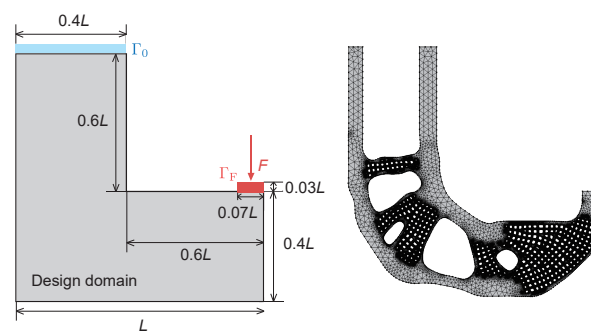


図-2: 問題設定

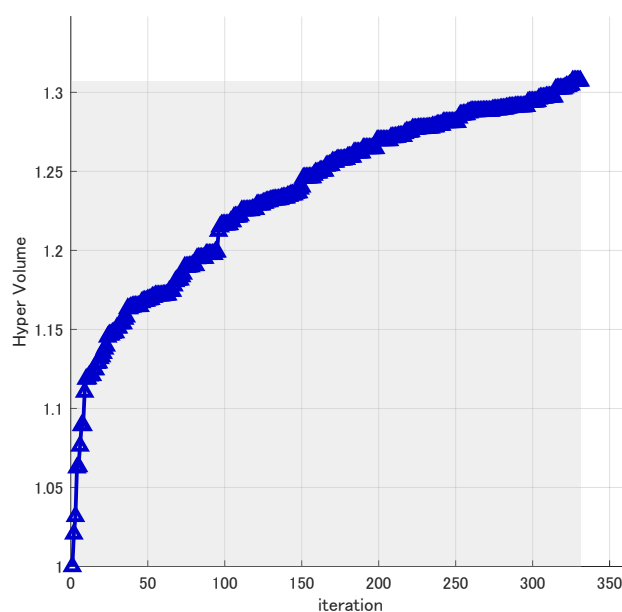


図-3: 正規化ハイパーボリューム指標の推移

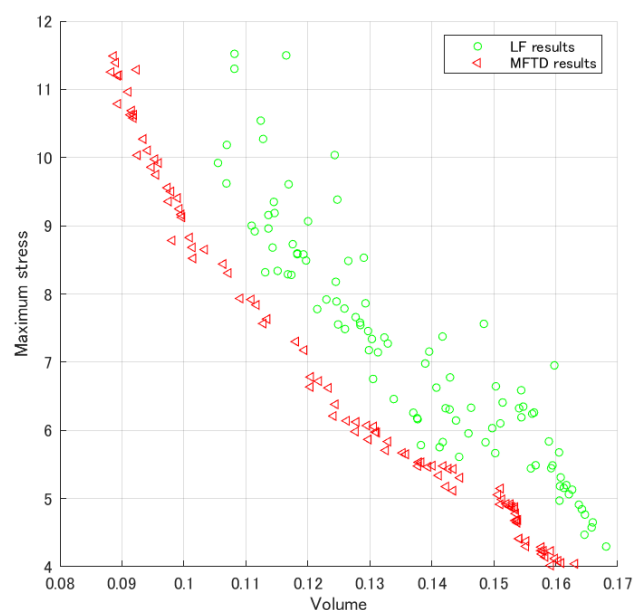


図-4: 初期解と収束解の目的関数

初期解と収束解の目的関数を図4に示す。初期解は目的関数空間上に不規則に分布しており、最大応力最小化問題における強非線形性によって局所解に陥りやすいことが確認できる。一方で、収束解は比較的均等に分布しており、進化アルゴリズムに基づく解更新によってより大域的に解探索が行われたと考えられる。また、すべての収束解が初期解を上回る性能を有しており、同等の最大応力を有する初期解が最適化によって体積が10%程度削減されたことが確認できる。

得られた収束解の局所化モデル、及び抜粋した解の変位場、ミーゼス応力場を図5に示す。体積の異なる多様な複合インフィル構造が得られたことが分かる。最適化構造は、固定箇所から鉛直下向きに二本に分かれて伸び、L字曲げ部分を経て荷重箇所で合流する主要部材と、その間を繋ぐ補助部材から構成されている。主要部材は固定箇所に近いほど固体領域が多く占めるが、体積が大きな収束解ほど固体領域の割合が大きい。図5の応力場からも確認できる通り、大きな応力が働く主要部材に対してヤング率の高い固体領域が多く配置されており、定性的にも妥当だと考えられる。ただし、L字曲げ部から先端部にかけては比較的応力が小さいため、ラティス構造が配置されていることが確認できる。また、補助部材については、体積の大きな収束解ほどL字曲げ部を支える部材の本数が多く、部材の材料はラティス構造が多くを占める。応力集中の生じやすいL字曲げ部を支える上で、体積すなわち質量が小さい場合は少ない本数の固体部材、大きい場合は多数のラティス構造を補助部材として配置することが効率的であると示唆される。よって、D2MFTDによってインフィル領域・固体領域を同時に最適化することで、効率的な複合インフィル構造を設計することが確認された。

5. おわりに

本研究では、複数設計変数場の同時最適化が可能なD2MFTDを用いた複合インフィル構造のトポロジー最適化を提案した。数値実装例を通して、提案手法によって効率的な複合インフィル構造の設計が可能であることを示した。本研究では均質化モデルにおいてラティス構造が等方性材料であると仮定したが、今後は異方性材料を考慮した均質化モデルを導入することで、より高性能な局所化モデルの解探索を目指す。

謝辞: 本研究はJSPS 科研費 23H03799 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Bendsøe et al.: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.71, pp.197-224, 1988.
- [2] Chen et al.: Topology optimization of sandwich structures with solid-porous hybrid infill under geometric constraints, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.382, No.117152, 2023.
- [3] Pantz et al.: A post-treatment of the homogenization method for shape optimization, *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol.47, No.3, pp.1380-1398, 2008.
- [4] Yaji et al.: Data-driven multifidelity topology design using a deep generative model: Application to forced convection heat transfer problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.388, No.114284, 2022.

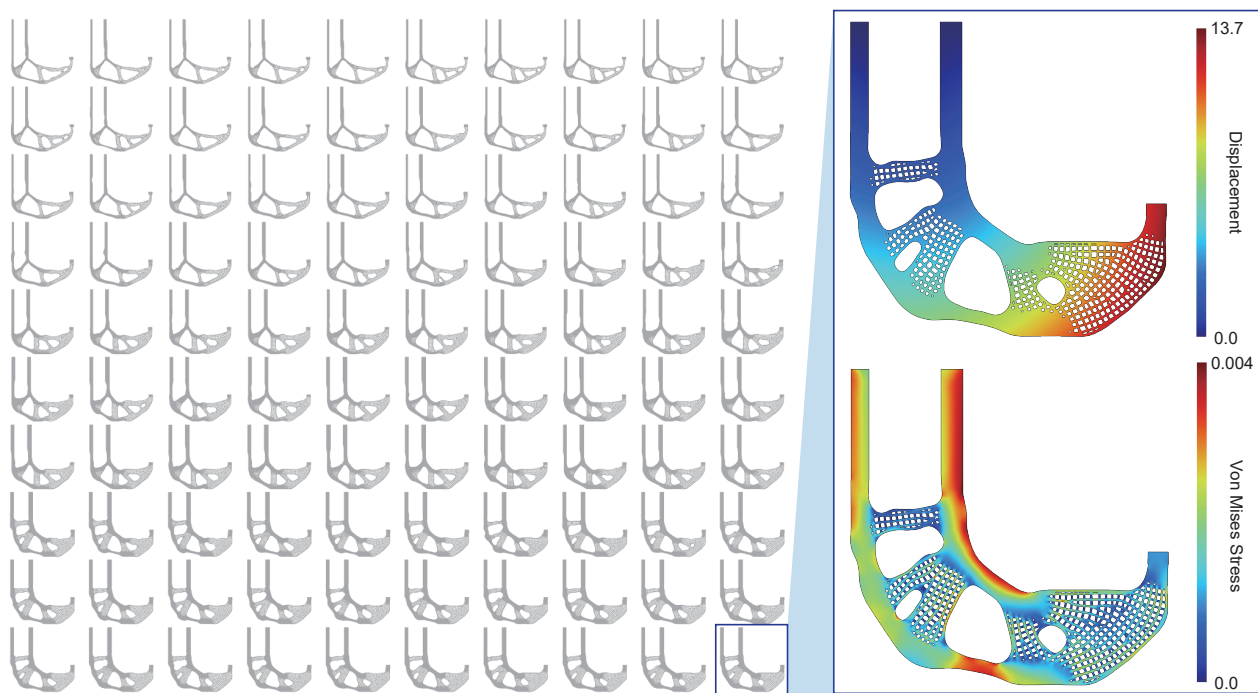


図-5: 収束解の局所化モデル