

ラティス構造ヒートシンクのユニットパターンの選定と密度分布の探索による最適設計

Optimal Design of Lattice Structure Heat Sinks via Unit Pattern Selection and Density Distribution Exploration

菊池優斗¹⁾, 関佳吾²⁾, 矢地謙太郎³⁾, 藤田喜久雄⁴⁾, 斎藤龍紀⁵⁾, 牛島邦晴⁶⁾
Yuto Kikuchi, Keigo Seki, Kentaro Yaji, Kikuo Fujita, Tatsuki Saito and Kuniharu Ushijima

¹⁾大阪大学 大学院工学研究科 博士前期課程学生 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: kikuchi@syd.mech.osaka-u.ac.jp)

²⁾大阪大学 大学院工学研究科 博士前期課程学生 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: seki@syd.mech.osaka-u.ac.jp)

³⁾博(工) 大阪大学 大学院工学研究科 准教授 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: yaji@mech.osaka-u.ac.jp)

⁴⁾工博 大阪大学 大学院工学研究科 教授 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: fujita@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

⁵⁾東京理科大学 大学院工学研究科 博士前期課程学生 (〒 125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1, E-mail: 4524518@ed.tus.ac.jp)

⁶⁾博(工) 東京理科大学 工学部機械工学科 教授 (〒 125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1, E-mail: kuniharu@rs.tus.ac.jp)

The application of lattice structures in heat sinks has gathered significant attention due to trends in compactness, high performance, and multifunctionality. Despite their advantages, lattice structures also face challenges such as high pressure loss. For addressing them, a design method has been proposed that applies topology optimization framework to optimize the lattice density on a per-unit basis. The method involves selecting a single lattice unit from various patterns, which strongly influences both heat sink performance and structural characteristics. In this study, we investigate the influence of unit pattern selection on the optimal structural design of lattice heat sinks across several distinct lattice configurations, and validate their effectiveness in air-cooled operation.

Key Words : Lattice density optimization, Homogenization, Forced convection, Heat sink

1. 緒言

近年、製品の性能向上に伴い、より高性能なヒートシンクの設計が求められる。多数存在する冷却装置の1つとして、ヒートシンクは熱設計として重要な役割を果たしている。製品が高性能化するにあたって発熱密度の上昇は避けられず、ヒートシンクの小型化・高性能化の需要は増加傾向にある。加えて、ヒートシンクの選択に関する二次的な基準として軽量化や機械的強度といった多機能性が必要とされる場合が存在する。

課題を解決する次世代型ヒートシンクとして、ラティス構造を用いたヒートシンクが注目を集める。ラティス構造は高比強度、高表面積密度といった多機能性を持ちながら、高い設計自由度も持ち合わせており、様々な設計用途にとって魅力的な材料として知られている[1,2]。しかしながら、ラティスの複雑な形状により発生する高い圧力損失は性能を著しく下げる原因であり、製品化への課題の1つとして残る[3]。

一般に、ラティス構造の性能を向上させる戦略として不均一ラティス構造の構築が有効である。均一ラティス構造は同じユニット形状を周期構築している一方で、不均一ラティス構造ではユニット単位で形状が変化するという特徴を持つ。不均一ラティスに関する研究については、均一ラティスよりも高いエネルギー吸収性能をもつことや[4]、強制対流下での熱伝達性能の向上が確認されている[5]。一方で、人の勘や経験をもとに

効果的な不均一な構造を設計することは困難である。

現在、不均一ラティス構造の設計において、ラティス密度最適化と呼ばれる手法が代表的である。この設計手法は均質化、トポロジー最適化、密度マッピングの3つの技術から成り立つものであり、材料強度[6]から熱伝導[7]に至るまで手法の適用が検討されている。さらに近年では、竹澤らの研究により液体を熱媒とした冷却装置を対象として設計手法が提案されている[8]。

本研究は、強制空冷下におけるラティスヒートシンクをより高性能にするため、ユニットパターンの選定に注目する。ラティス密度最適化においては、多数存在する形状パターンの中からラティスユニットを1つ選ぶ必要がある。そして、形状によって流れ場は変化しヒートシンクの性能に影響を与えることから、ヒートシンクに適したユニットパターンを選択することが重要である。そこで、本研究では複数のユニットパターンについて、竹澤らの研究[8]を参考にラティス密度最適化を実施し、手法の有効性について示すとともに、どのユニットが最も高性能かについて調べる。また、ユニットパターンによる物理場の違いに関する考察を行い、ヒートシンクに適するユニット形状について議論を実施する。ヒートシンクの性能を決定するにあたり、温度と圧力損失を総合的に評価した熱効率指数[9]を評価指標に設定する。

2. 設計手法

(1) 支配方程式

非設計領域の流れについては次式に示すように一般的なナビエストークス方程式と連続の式を与える。

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 \mathbf{u} は流速、 P は圧力、 μ は粘度である。

一方で、設計領域であるラティス構造内の流れを表現するにあたってラティス構造を均質な多孔質状態とみなすことで、レイノルズ数が極小でない領域 ($Re > 1$) で次式に示すようなダルシー則に基づいた関係式の使用を可能とする。

$$\nabla P = -\frac{\mu}{\kappa} \mathbf{u} - \frac{c_F \rho}{\sqrt{\kappa}} |\mathbf{u}| \mathbf{u} \quad (3)$$

ここで、 κ は透過率、 c_F は形状抵抗係数、 \mathbf{u} はダルシー流速である。さらに、ナビエストークス方程式と組み合わせた形として次式の Brinkman-Forchheimer 方程式が成立する。

$$\frac{\rho}{\epsilon} (\mathbf{u} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{u}}{\epsilon} = -\nabla P + \frac{\mu}{\epsilon} \nabla^2 \mathbf{u} - \frac{\mu}{\kappa} \mathbf{u} - \frac{c_F \rho}{\sqrt{\kappa}} |\mathbf{u}| \mathbf{u} \quad (4)$$

ここで、 ϵ はラティスの空隙率である。式(4)により多孔質内の流れを表現する。

解析領域の熱交換については、次式で示すような共役熱伝達を考慮したエネルギー方程式を用いる。

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T - \nabla \cdot (k_{\text{eff}} \nabla T) = Q \quad (5)$$

ここで、 C_p は定圧比熱、 k_{eff} は有効熱伝導率、 T は温度、 Q は熱量である。 \mathbf{u} には領域内の流れ場の解析結果を適用する。

(2) 均質化

均質化は異なる 2 スケールの物理場を結びつける手法である。一般的なトポロジー最適化ではミクロスケールの影響を集約する方程式を数学的に求める“均質化法”が用いられる一方で、本研究における均質化では代表要素の数値解析から得られた特性をマクロスケールの特性として平均化する“RVE (Representative volume element) 法”を用いている。

a) 物理特性の解析

RVE 法をラティスに対して適用する際、ラティスユニットを解析する代表体積要素に設定する。支配方程式において、 ϵ 、 κ 、 c_F 、 k_{eff} の 4 つがラティス固有の物理量となる。

はじめに、流れ場の記述をする式(4)に注目する。 ϵ については代表体積として設定される立方体空間に占める流体体積の比率であり、数値的に求まる。 κ および c_F の導出にあたって、図 1-a に示すような RVE モデルを設定する。ラティスと流体から成る空間内には一般的なナビエストークス方程式を適用し、モデルの対称な 2 面には圧力差を設定することで流出面の速度を計測す

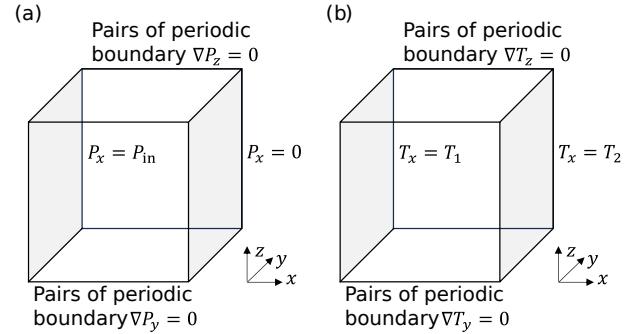


図-1 RVE モデルの設定: (a) 流体解析モデル (b) 熱解析モデル

る。他の面にはそれぞれ周期境界条件を与える。ここで、圧力の設定値を変化させることで得られる圧力差と流速について、切片を 0 とする二次近似式を求めることで式(3)との比較から各項の係数が導出可能となる。

次に、伝熱に関する係数である k_{eff} を解析するため、熱伝導場の与えられた RVE モデルを図 1-b に示すように設定する。対称な 2 面には異なる温度を固定し、他の面にはそれぞれ周期境界条件を与える。一方で、 Fourier の法則より熱流束 \mathbf{q} と温度勾配 ∇T の関係については次式が成り立つ。

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \quad (6)$$

ここで k は熱伝導率である。今、RVE モデルの設定により温度勾配と熱流束についてそれぞれ解析可能であり、 k_{eff} は k の平均値として求める。

b) ラティスの形状変化

本研究においては均質な形状変化を表現するために 0 から 1 までの間で可変な密度モデルを導入する。このモデルでは値が 0 に近づくほどラティスの相対密度の低い、疎な状態を仮定し、1 に近づくほどラティスが RVE 空間を占めた密状態としている。また、形状変化を平滑に補間するため、複数の相対密度で RVE 法を用いた物理特性の解析を実施し、多項式近似によって補間式を導出する。

(3) 密度分布最適化

密度分布最適化はトポロジー最適化の基本的な考え方に基づくものである。トポロジー最適化では離散化した設計領域内の材料密度を設計変数とし、区切られた各セルは 0 から 1 までの間で数値的に表現されることで、空間全体の最適な密度分布を決定する。

本研究においては、ヒートシンクの放熱性能を最大化する最適化問題を次式に示すように定式化する。

$$\begin{aligned} \text{minimize}_{\gamma} \quad & J(\gamma) = \int_{\Gamma_{\text{flux}}} T d\Gamma \\ \text{subject to} \quad & G(\gamma) = \frac{1}{P_{\max}} \int_{\Gamma_{\text{in}}} p d\Gamma \leq 1 \\ & 0 \leq \gamma \leq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで γ は設計変数, P_{\max} は圧力損失の制約値であり, 式(7)は支配方程式である式(2), (4), (5)を満たす。ここに均質化より導出された4つのラティス固有の物理補間式が適用されることで、ユニットパターンによって異なる最適化構造が得られる。また、 Γ_{flux} は一定の熱流束が与えられた境界面, Γ_{in} は流体の流入面を表しており、圧力損失制約下において平均温度が最小化されるように設定する。

また、一般的なトポロジー最適化において $0 < \gamma < 1$ である中間密度状態は製造時に許容することが困難であることから、ヘビサイドプロジェクションといった二値化を促進するための処理を行う。しかしながら、本研究では各設計変数の値にラティス形状が対応することで中間密度状態を許容するため、処理なしで設計変数の更新を行う。更新する手法については MMA (method of moving asymptotes) アルゴリズムを用いる。

(4) 密度マッピング

密度分布最適化により、離散化された各セルに設計変数を保存する。そして、密度マッピングでは均質化のセクションで設定されたラティス形状と設計変数の補間式に基づいて、各セルにラティスユニットを復元する。補間式はユニットパターンによって異なる設定が可能であるため、固有の不均一ラティス構造が得られる。

3. 数値例

(1) 問題設定

a) 解析領域

本研究では垂直噴流における空冷ヒートシンクの研究 [10] を参考に、図2に示すような3次元モデルを解析領域として設定する。手法の過程で必要となる全ての数値解析には、有限要素解析ソフトである COMSOL Multiphysics (ver.6.1) を使用する。

流入界面 Γ_{in} には流速 u_{in} と流体温度 $T_0 = 293.15 \text{ K}$ を固定し、境界面 Γ_{in} には熱流束を $q_n = 5 \times 10^4 \text{ W/m}^2$ で与える。流速条件の違いによる最適化構造の比較を

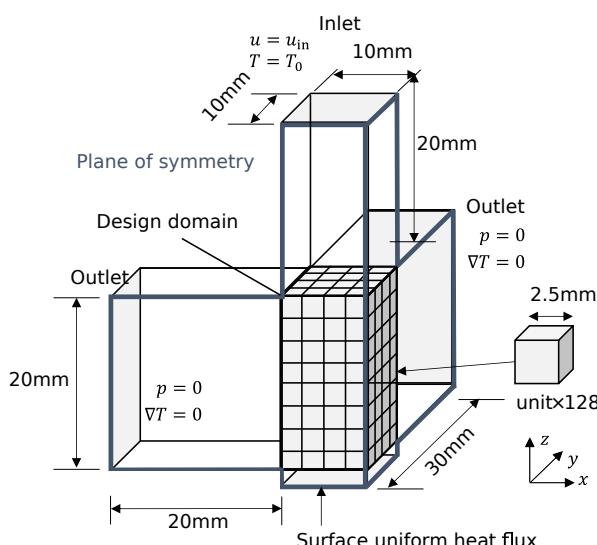


図-2 解析領域 (1/4 モデル)

表-1 境界条件の設定値

	入口流速 [m/s]	圧損制約 [Pa]
Case A	1.00	2.00
Case B	0.50	1.00
Case C	0.25	0.50

表-2 物性パラメータ

	密度 [kg/m ³]	粘度 [kg/(m s)]	定圧比熱 [J/(g K)]	熱伝導率 [W/(m K)]
空気	1.2	1.80×10^{-5}	1006.43	2.60×10^{-2}
アルミ合金	-	-	-	200

同時にするため、流速には複数の値を設定する。流入部の境界条件は表1に示す。モデルの設計領域 D は一辺 2.5 mm の立方体メッシュで分割し、このメッシュサイズは感度解析と密度マッピングの両方で固定している。非設計領域については十分に小さいメッシュを設定し解析を実施する。解析にあたり必要な各物性パラメータについては表2に示す通りであり、ラティスの材料にはアルミ合金、流体には空気の物性値を使用している。

b) ユニットパターンの選択

ユニットパターンの比較検証を行うため、図3に示すような3つのラティスユニットを用意する。各ユニットは円柱を組み合わせることによって構築された形状である。本研究ではRVEモデル内のラティスの疎密を一様に変化させるため、ラティスの円柱の直径である梁径を変数とする。今、各ラティスユニットについて設計変数 γ と梁径 d に関する補間式は次式のように設定する。

$$d_{CC} = 1.8 \times \gamma + 0.3 \quad (8)$$

$$d_{BCC} = 1.0 \times \gamma + 0.3 \quad (9)$$

$$d_{FCC} = 1.0 \times \gamma + 0.3 \quad (10)$$

共通の下限値として設定された 0.3 mm は、現在のパウダーベッド方式による積層造形において造形可能な最小径を参考した結果によるものである。各上限値については、RVEモデルの流体解析における数値安定性を考慮している。

(2) ラティスの物理特性

各ラティスについて、RVE法により得られた物理特性と設計変数の関係を k_{eff} と κ を例として図4に示す。

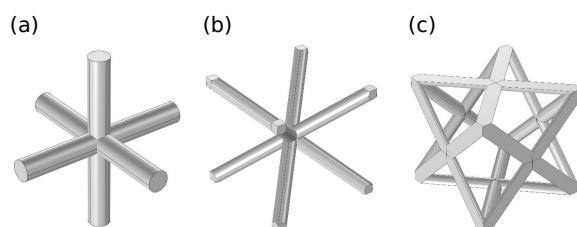


図-3 ラティスユニット：(a) CC, (b) BCC, (c) FCC

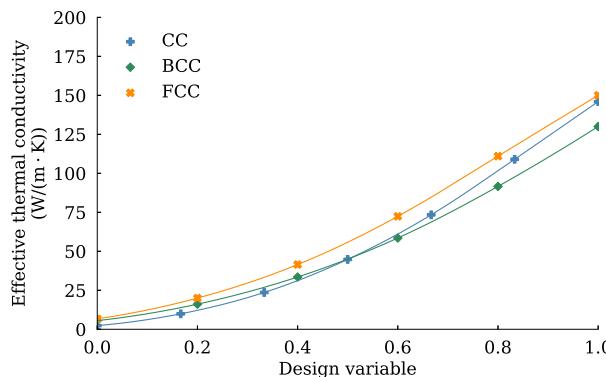


図4-a 有効熱伝導率

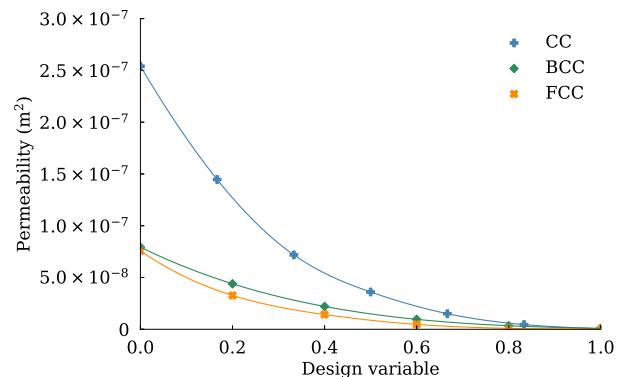


図4-b 透過率

図4 均質化されたラティス物理特性の比較

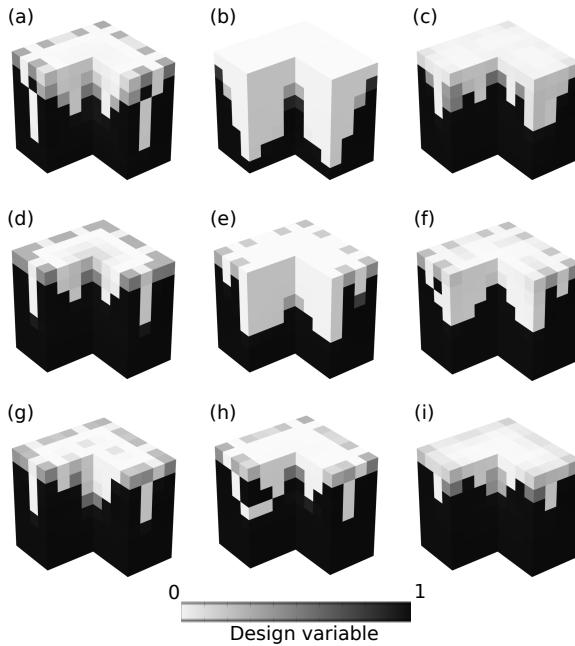


図5 密度モデル: (a) Case A-CC, (b) Case A-BCC, (c) Case A-FCC, (d) Case B-CC, (e) Case B-BCC, (f) Case B-FCC, (g) Case C-CC, (h) Case C-BCC, (i) Case C-FCC

図4-aに注目すると k_{eff} のユニットパターンの傾向は類似していることが確認できる。これは熱伝導率がラティスの充填率にのみ依存する物理量であるからだと言える。一方で、流動抵抗に関する物理量についてはユニットパターンによって傾向が異なることが図4-bから分かる。

(3) 最適化モデル

各ラティスから得られた物理量を適用した状態で密度分布最適化を実施する。結果として、境界条件およびユニット形状の異なる計9パターンの最適化モデルが導出された。全パターンについて初期値として一様密度 $\gamma = 1$ を与えたとき目的関数および制約関数は60ステップまでに収束が確認されている。最適化された密度モデルについて図5に示す。これよりユニットパターンの違いにより異なるモデルが得られていること

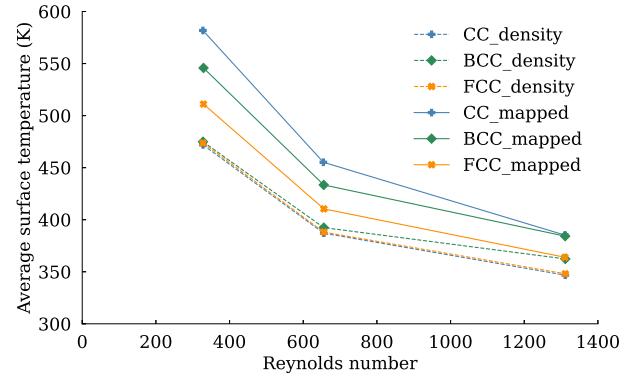


図6 热源接地面の平均温度とレイノルズ数の関係

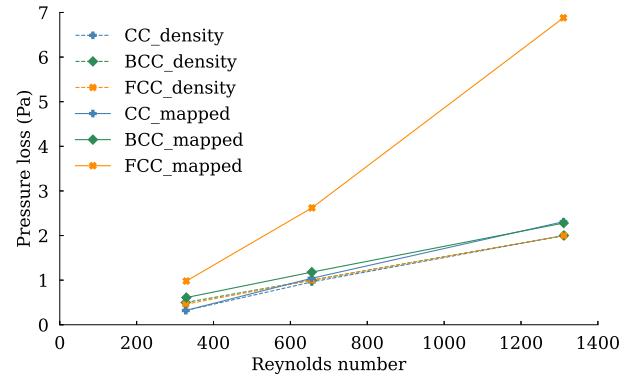


図7 圧力損失とレイノルズ数の関係

が分かる。

全パターンの密度モデルおよびマッピングモデルについて、密度分布最適化と同条件で再度解析を実施する。解析結果より得られた評価面の温度と圧力損失の結果を図6, 7に示す。密度モデルについては圧損は制約値を満たし、ユニットパターンによる有意差は見られないが、マッピングモデルについては温度と圧力損失の両方で密度モデルとの誤差が発生しており、性能が低下していることが確認できる。この2つのモデル間で発生する誤差はラティスの流れについて十分に予測できていないことを示している。ユニットパターン

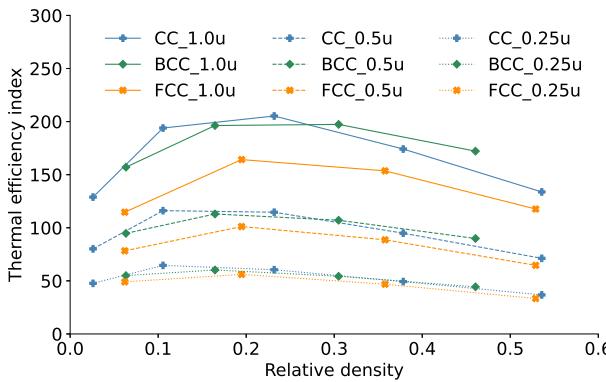


図-8 均一ラティス構造の梁径変化と熱効率指数の関係

による比較では、FCC の平均温度が最も低い値を示す一方で圧力損失も最大であった。

(4) 热効率指数による評価

ヒートシンクの性能には熱源に接する面の温度が評価指標とすることが可能であるが、実際に製品が稼働することを考慮すると高い圧力損失は冷却能力を低下させるため総合的な評価指標が必要となる。本研究では、Tian の研究 [9] をもとに熱効率指数と呼ばれる一定ポンプ動力での熱伝達性能を評価する指標を適用する。熱効率指数はヌセルト数と摩擦係数を用いており、各指標は次式のように定義される。

$$Nu = \frac{hD_h}{k_f} \quad (11)$$

$$f_{D_h} = \frac{\Delta P}{L} \frac{2D_h}{\rho_f u^2} \quad (12)$$

$$\eta = \frac{Nu}{f_{D_h}^{1/3}} \quad (13)$$

ここで h は熱伝達率、 D_h は水力径である。今回水力径にはモデルの流入口の直径を使用する。

一方で、設計手法の有効性について検証するため均一ラティス構造との比較を実施する。妥当性を高めるため、比較対象とする均一ラティス構造については、複数の相対密度でフルスケール解析を実施し図 8 に示す結果から最も熱効率指数の高い梁径の均一ラティス構造を選定した。これらの均一ラティス構造と密度マッピングより得られた不均一ラティス構造について熱効率指数の比較を行った結果を図 9 に示す。

図 9 より各流速条件において不均一ラティス構造の方が熱効率指数が高く、設計手法の有効性が示された。また、ユニットパターンに注目すると、比較的流速の高い領域では BCC の熱効率指数が最大であることが確認できる。一方で、FCC については各条件で熱効率指数が最も低いという結果になった。

4. 考察

ユニットパターンの選定による構造や物理場の違いについて考察する。図 10 に Case A の各ユニットのフルスケール解析の結果について示す。図中にはラティ

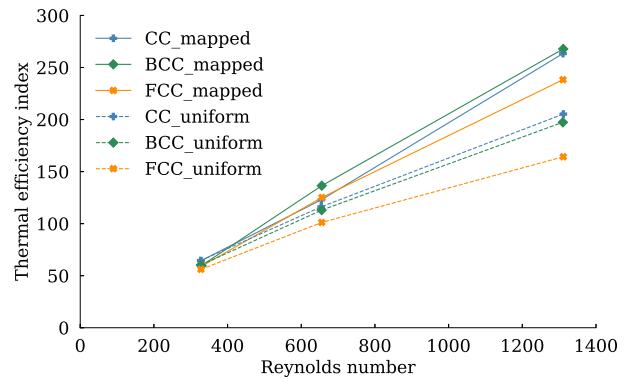


図-9 热効率指数による均一ラティス構造と不均一ラティス構造の比較

スの温度分布と圧力勾配を基にカラーリングした流線がそれぞれ描かれている。BCC については CC および FCC より相対密度の低い構造が得られており、これはユニット自体の流動抵抗の高さが反映された結果である。しかしながら、フルスケール解析の結果は BCC と CC の両方が高い熱効率指数を示している。さらに、平均温度と圧力損失について注目しても 2 つのユニットは類似した値が得られていることが確認できる。これは CC について、空隙率の高さが流動抵抗の低さと熱伝導率の高さに影響していることに起因している。相対密度の増加に伴い表面積は増加するが、圧力損失の増加を招く原因になる。よって、ラティスユニットについても、このトレードオフの関係の中で高性能な形状の探索が必要であると結論付けられる。具体的にはユニット自体が流動抵抗を低減するような流路をもつ形状であることが高性能化に寄与すると言える。一方で、FCC において隣接セル間の形状差で発生する圧損が密度モデルとの誤差を増加させる原因であるといえるため、現手法においては隣接セルの接地面積の小さいユニット形状を選定することが必要である。

5. 結言

本研究では強制空冷下におけるラティス構造ヒートシンクの放熱性能を高めるため、複数のユニットパターンについてラティス密度最適化を実施し、どのユニットが最も高性能であるか調べた。CC, BCC, FCC をラティスユニットとして設計手法を適用し、熱効率指数による評価において BCC が最も高性能であるという結果を得られた。一方で、ユニットパターンや流速の違いに依らず設計手法の有効性が示されている。各ラティスユニットにより構築されたヒートシンクについて物理場の比較および考察を実施した結果として、ユニット自体が相対密度の増加に伴う流動抵抗の増加を低減するような、流路をもつ形状がラティス構造ヒートシンクにおいて適正を持つと結論付けられた。

今後の展望としては、本研究より得られたユニット形状に関する考察をもとに、ラティス構造ヒートシンクをより高性能化するようなユニット自体の設計を行うことが挙げられる。

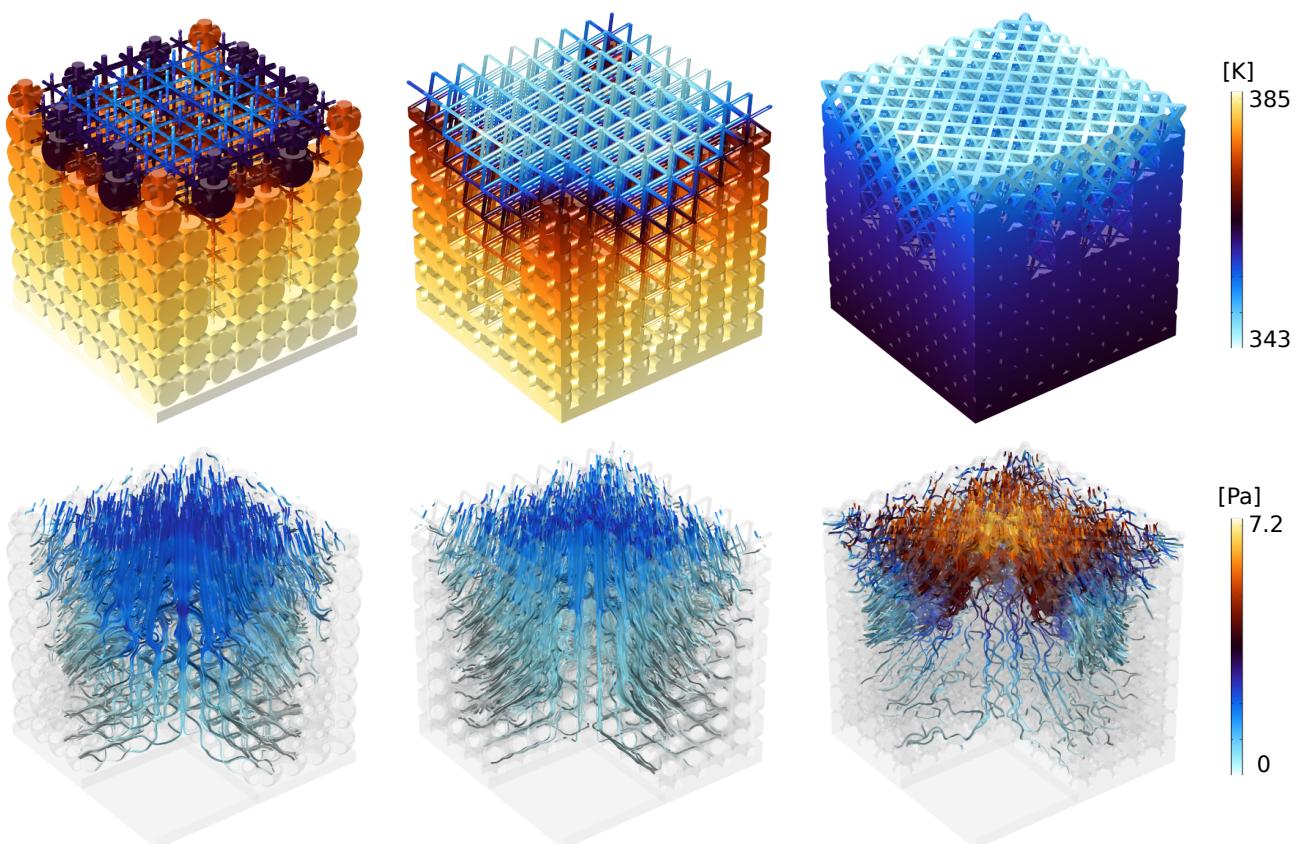


図-10 Case A における最適化されたラティス構造の温度分布と流線および圧力勾配 (左 : CC, 中央 : BCC, 右 : FCC)

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 23K26018 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] Queheillalt, D.T. and Wadley, H.N.G.: Cellular metal lattices with hollow trusses, *Acta Materialia*, Vol.53, No.2, pp.303–313, 2005.
- [2] Catchpole-Smith, S., Sélo, R.R.J., Davis, A.W., Ashcroft, I.A., Tuck, C.J. and Clare, A.: Thermal conductivity of TPMS lattice structures manufactured via laser powder bed fusion, *Additive Manufacturing*, Vol.30, p.100846, 2019.
- [3] Wong, M., Owen, I., Sutcliffe, C.J. and Puri, A.: Convective heat transfer and pressure losses across novel heat sinks fabricated by Selective Laser Melting, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.52, No.1, pp.281–288, 2009.
- [4] Al-Saedi, D.S.J., Masood, S.H., Faizan-Ur-Rab, M., Alomarah, A. and Ponnusamy, P.: Mechanical properties and energy absorption capability of functionally graded F2BCC lattice fabricated by SLM, *Materials & Design*, Vol.144, pp.32–44, 2018.
- [5] Alketan, O., Hassan Ali, M., Khalil, M., Rowshan, R., Khan, K. and Abu Al-Rub, R.: Forced convection CFD analysis of architected and 3D printable heat sinks based on triply periodic minimal surfaces, *Jour-*

nal of Thermal Science and Engineering Applications, Vol.13, pp.1–33, 2020.

- [6] Panesar, A., Abdi, M., Hickman, D. and Ashcroft, I.: Strategies for functionally graded lattice structures derived using topology optimisation for Additive Manufacturing, *Additive Manufacturing*, Vol.19, pp.81–94, 2018.
- [7] Montemurro, M., Refai, K. and Catapano, A.: Thermal design of graded architected cellular materials through a CAD-compatible topology optimisation method, *Composite Structures*, Vol.280, p.114862, 2022.
- [8] Takezawa, A., Zhang, X. and Kitamura, M.: Optimization of an additively manufactured functionally graded lattice structure with liquid cooling considering structural performances, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.143, p.118564, 2019.
- [9] Tian, J., Kim, T., Lu, T.J., Hodson, H.P., Queheillalt, D.T., Sypeck, D.J. and Wadley, H.N.G.: The effects of topology upon fluid-flow and heat-transfer within cellular copper structures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.47, No.14, pp.3171–3186, 2004.
- [10] Qian, M., Li, J., Xiang, Z., Dong, Z., Xiao, J. and Hu, X.: Study on heat dissipation performance of a lattice porous structures under jet impingement cooling, *Case Studies in Thermal Engineering*, Vol.49, p.103244, 2023.