

空隙相と不均一ラティス相を用いたマルチマテリアル最適化による伝熱設計

Advanced Heat Transfer Design via Multi-material Topology optimization
Composed of void and graded lattice

斎藤 龍紀¹⁾, 関 佳吾²⁾, 菊池 優斗³⁾, 牛島 邦晴⁴⁾, 矢地 謙太郎⁵⁾

Tatsuki Saito, Keigo Seki, Yuto Kikuchi, Kuniharu Ushijima and Kentaro Yaji

1) 東京理科大学 大学院工学研究科 博士前期課程学生 (〒125-8585 東京都葛飾区新宿6-3-1 E-mail:4524518@ed.tus.ac.jp)

2) 大阪大学 大学院工学研究科 博士前期課程学生 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1 E-mail:seki@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

3) 大阪大学 大学院工学研究科 博士前期課程学生 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1 E-mail:kikuchi@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

4) 博(工) 東京理科大学工学部教授 (〒125-8585 東京都葛飾区新宿6-3-1 E-mail:kuniharu@rs.ac.jp)

5) 博(工) 大阪大学工学部准教授 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1 E-mail:yaji@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

In this study, a topology-optimized design of a non-uniform porous heat sink with a voided lattice was conducted to improve the performance of the non-uniform heat sink. The micro-architecture of the inhomogeneous lattice was directly modeled based on the actual design variable distribution, and the performance was compared with that of a conventional heat sink under constant pressure drop conditions by steady-state thermo-fluid finite element (FE) analysis. Based on our FE analysis, it was confirmed that the optimal structure obtained from this numerical analysis can improve the performance by up to 25% compared to conventional plate fins.

Key Words : Multi-material topology optimization, Lattice structure, Heat sink, Finite element method

1. 緒言

半導体素子の小型化, 演算力向上に伴う機器の発熱密度やEVバッテリー冷却など, 近年適切な熱マネジメント技術への需要が益々増している. そのような背景から注目を集めているのが, 発泡金属などのポーラス構造をヒートシンクとして用いる取り組みである. ポーラス構造には, ヒートシンク性能として重要な固体が流体に接する面積を広く取れる特徴がある. 一方で, 構造の緻密化による有効熱伝導率の低下^{[1][2]}や流動抵抗の増大^{[4][5]}など, 実際にヒートシンクとして使うに当たって課題も多い.

他方, ポーラスヒートシンクと熱流体トポロジー最適化を融合させ, 密度法をはじめとする多くのトポロジー最適化で発生する数値的問題の一種であるグレースケール(中間物性)領域をポーラスで表現し, 不均一ポーラスの形成によりポーラスの利点を生かすとともに, その課題克服とさらなる性能向上を目指す研究が近年行われている. 特に, ラティス構造^[8]やTPMS構造^[9]をはじめとする周期的なオープンセルを持ったポーラス構造は積層造形技術の発達により, より高い自由度で実現できるようになっており, 不均一ポーラス形状の設計が現実的なものとなった.

竹澤ら^[10]は金型冷却用ヒートシンク問題において, 熱

流体構造連成による多目的最適化により, ラティスの相対密度分布最適化を行い, 造形による評価まで行っている. 一方で, 一定以上の冷却性能の実現と高剛性を両立させるといったラティスの多機能性に重点を置いており, 純粋な熱流体の観点から省動力化, 冷却性能向上を示すための従来型フィンとの比較が不十分である.

他方, Nicollaら^[11]は三相最適化スキームを用いて, 流体相, 固体相, ポーラス相の最適化を行い, 従来型ヒートシンクと比較し, 優れた性能を誇るヒートシンクを設計した. しかし, 局所熱平衡モデルを用いたマクロモデルによる検証にとどまっており, ポーラス相を空隙率0.9と一様に定義していることから, 不均一ポーラスの高い自由度を発揮しきれていない.

そこで, 本研究ではこれら二つの先行研究を融合させ, 不均一ラティスヒートシンクに空隙を持たせた新たな最適化(v-LBTO, void-lattice based topology optimization)を実現し, 不均一ポーラスヒートシンクの性能向上を図った. さらに, 実際に得られた設計変数分布を基に, 不均一ラティスを実際にモデリングし, 汎用ソフトウェアCOMSOL Multiphysics6.2を用いた直接解析により, 一定の圧力損失条件下における従来型ヒートシンクとの性能比較を行った.

2. 計算手法

(1) 境界条件

今回対象としたのは、図1に示すような、水平方向に比べ高さ方向が薄い水冷型のヒートシンクである。Yanらの2層モデル^[12]を参考に図2のような2次元モデルによって表現した。

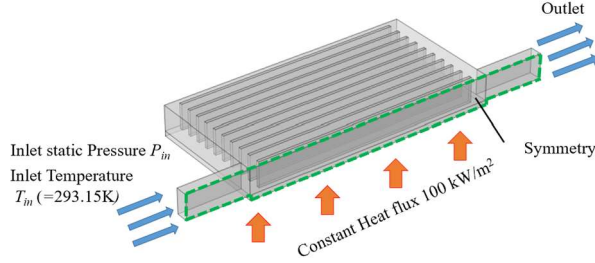
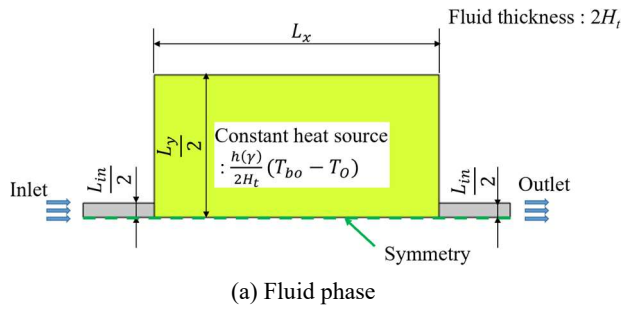
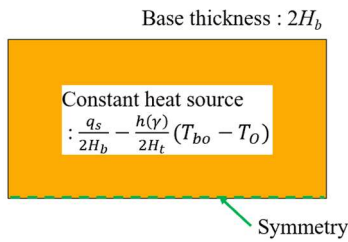


Fig 1. Schematic of 3D microchannel heat sink



(a) Fluid phase



(b) Solid base phase

Fig 2. Two different design region setting

次に、表1に各種寸法、表2、3に物性値を記載する。

Table 1. Dimention of the model

L_x [mm]	50
L_y [mm]	50
Inlet size $L_{in} \times L_{in}$ [mm]	5
Fluid thickness $2H_t$ [mm]	5
Base thickness $2H_b$ [mm]	1

Table 2. Material property of fluid(water)

Viscosity coefficient μ_f [Pa · s]	1.004×10^{-3}
Density ρ_f [kg/m ³]	998
Heat conductivity k_f [W/mK]	0.598
Specific heat c_{pf} [J/kgK]	4180

Table 3. Material property of solid(Aluminum alloy)

Density ρ_s [kg/m ³]	2000
Heat conductivity k_s [W/mK]	100
Specific heat c_{ps} [J/kgK]	900

(2) 支配方程式

今回導出した2次元モデルは図3のようにチャンネル内の速度境界、温度境界の完全発達を仮定しており、支配方程式は以下式(1)~(4)のように表される。

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{6}{5} \rho_f (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} - \alpha(\gamma) \vec{v} - \beta(\gamma) |\vec{v}| \vec{v} \quad (2)$$

$$\rho_f c_{pf} (\vec{v} \cdot \nabla) T_o = k(\gamma) \nabla^2 T_o + \frac{h(\gamma)}{2H_t} (T_{bo} - T_o) \quad (3)$$

$$k_s \nabla^2 T_{bo} - \frac{h(\gamma)}{2H_b} (T_{bo} - T_o) + \frac{q_s}{2H_b} = 0 \quad (4)$$

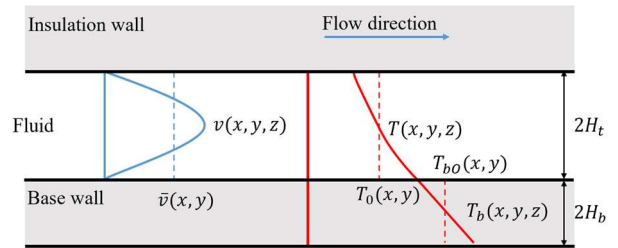


Fig 3. Assumption for temperature and velocity fields inside a two-dimensional channel

式(2)は非圧縮性ナビエーストックス方程式に以下に示すDarcy-Forchheimerの法則に基づくポーラス内部の流動抵抗を追加することで導出した。

$$\nabla p = -\frac{\mu}{\kappa} \vec{v} - \frac{\rho c_f}{\sqrt{\kappa}} |\vec{v}| \vec{v} \quad (5)$$

ここで、

$$\alpha(\gamma) = \frac{\mu}{\kappa} \quad (6)$$

$$\beta(\gamma) = \frac{\rho c_f}{\sqrt{\kappa}} \quad (7)$$

である。

また、 $h(\gamma)$ は固体ベース面から流体相への界面熱伝達率を示しており、以下のように計算した。

$$h_t \equiv \frac{35k(\gamma)}{26H_t} \quad (8)$$

$$h_b = \frac{k_s}{H_b} \quad (9)$$

$$h(\gamma) = \frac{h_b h_t}{h_t + h_b} \quad (10)$$

なお、紙面の都合上、これらの式の詳細の導出過程はここでは省く。

(3) 等価物性値の導出

本研究で取り扱う多材料最適化問題では2つの設計変数 γ_1 及び γ_2 を用い、等価物性値 $k(\gamma)$ 、 $\alpha(\gamma)$ 、 $\beta(\gamma)$ をRAMP補完により、

$$k(\gamma) = k_f + (k_{por}(\gamma_2) - k_f) \frac{1 - \gamma_1}{1 + q_k \gamma_1} \quad (11)$$

$$\alpha(\gamma) = \alpha_f + (\alpha_{por}(\gamma_2) - \alpha_f) \frac{1 - \gamma_1}{1 + q_f \gamma_1} \quad (12)$$

$$\beta(\gamma) = \beta_f + (\beta_{por}(\gamma_2) - \beta_f) \frac{1 - \gamma_1}{1 + q_f \gamma_1} \quad (13)$$

としている．なお， γ は流体相とポーラス相を明示的に区別するための変数であり，これにより，従来では一定相対密度以下を空隙とする後処理を前提として成立していたスキーム^[13]に対し，最適化過程で明示的に両相を定義することが出来る．

ここで，

$$\alpha_f = -\frac{3\mu_f}{H_t^2}, \beta_f = 0 \quad (14)$$

とし，両壁面における粘性摩擦を考慮した．

なお，設計変数 γ_1 に対して，二値化を促進するため，ペナリティパラメータを50回ごとに $q_k = [1, 5, 10, 50]$ ， $q_f = [50, 10, 5, 1]$ のように変化させ，設計変数 γ_1 に射影

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(\gamma_1 - \eta))}{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(1 - \eta))} \quad (15)$$

をかけるようにした．なお，事前に行ったパラメータスタディの結果を踏まえ，今回はすべて $\beta=1$ ， $\eta=0.5$ とした．

また，設計変数 γ_2 は正規化したラティス径を示しており，ラティス梁径が最大1.3mm，最小0.3mmとなるよう，

$$\gamma_2 = \frac{d - 0.3}{1.3 - 0.3} \quad (16)$$

とした．なお，今回対象としたラティスユニットは以下図4のユニット径2.5mmのBCCラティスである．

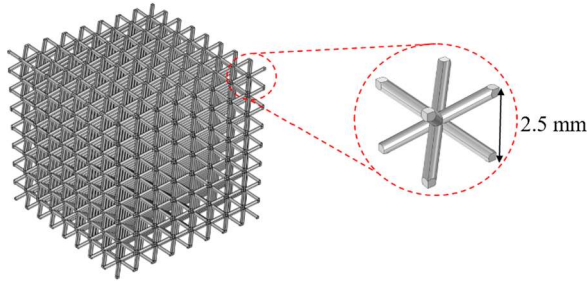
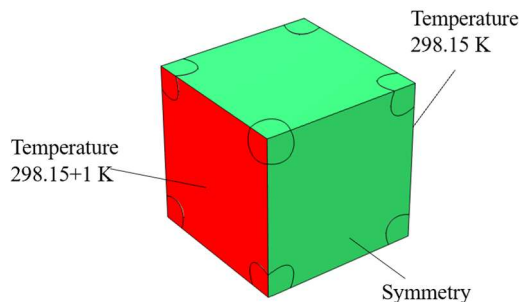
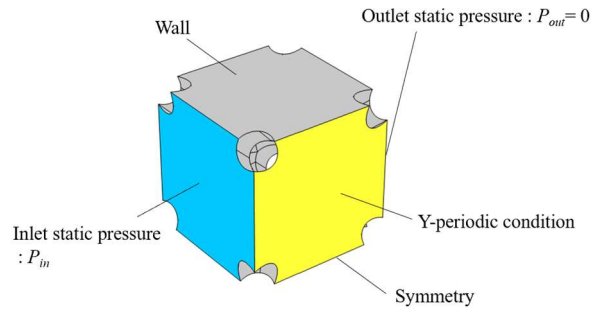


Fig 4. BCC lattice structure

各ユニット梁径に対応する物性値 k_{por} ， α_{por} および β_{por} はRVE法^[10]により求めた．RVE法とはラティスユニット一個分を代表体積として，その等価物性値を導出する手法である．本研究では図5に示すモデルによってそれらを算出した．



(a) RVE for heat conductive coefficient



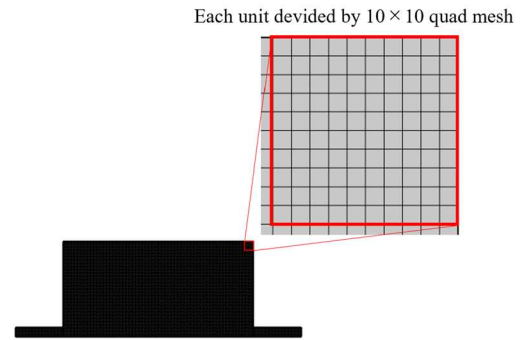
(b) RVE for flow resistance

Fig 5. Boundary condition for RVE method

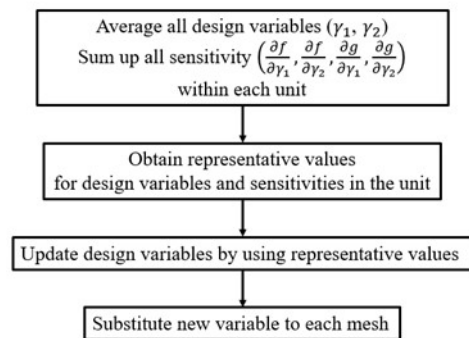
(4) 計算手法

本解析は汎用ソフトウェアComsol Multiphysics6.2を用いて行った．感度モジュールを用いて随伴感度を算出し，層流モジュール，流体伝熱モジュール及び固体伝熱モジュールの連成による熱流体解析を行った．設計変数の更新には逐次凸近似手法の一種であるMMA^[14]を用いた．なお，設計変数のフィルタリングおよび更新はMATLABで行った．

最適化計算では，図6(b)に示す関数^[15]考案のアルゴリズムを使用した．



(a) FEM mesh used in optimization
(100×200 in design domain)



(b) Unit filtering technique

Fig 6. Averaging filter and updating algorithm of design variable

本解析では底面の最大温度を目的関数とし，その最小化を図った．流れ場の変化により，最大温度地点が変化するため，不良設定問題に陥る恐れがある．そこで，以下式(15)のような定式化を行い，高温部分に重みをつけた

[12][13]. なお、今回は $p=10$ と設定しており、体積制約はかけていない。

$$\begin{aligned} \text{Minimize } f(\gamma) &= \left[\frac{1}{A_b} \int_{A_b} (T_{bo} - T_{in})^p dA \right]^{\frac{1}{p}} \\ \text{Subject to } \int_{A_b} (1 - \epsilon(\gamma)) dA &\leq V_{max} \\ P &= P_{in} \\ 0 \leq \gamma_1, \gamma_2 &\leq 1 \end{aligned} \quad (15)$$

3. 計算結果

(1) 最適結果

静圧条件50Pa時の目的関数プロットを図7(a)に、設計変数 γ_1 の分布を(b)に掲載する。

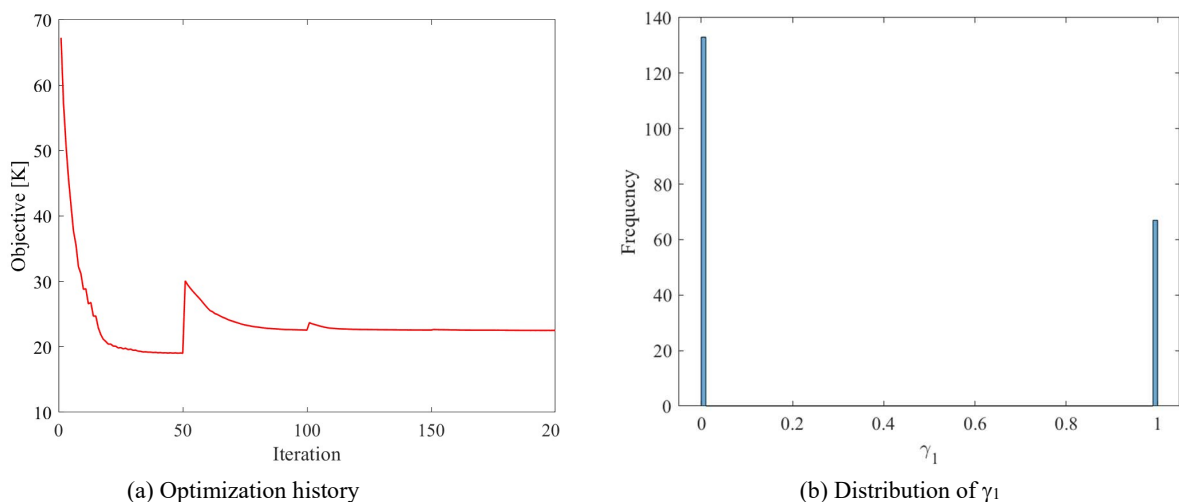


Fig 7. Optimization result

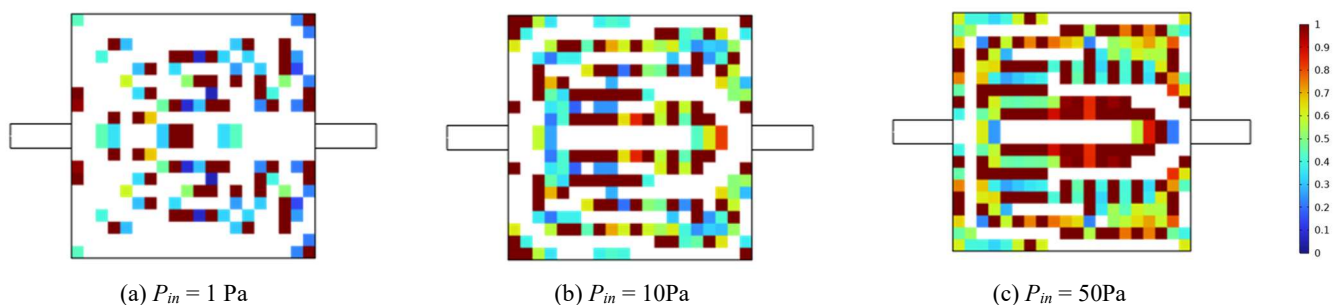


Fig 8. Optimized distribution

(2) 直接解析による検討

前項(1)にて得られた最適分布に対し、実際にモデリングしたラティスヒートシンクに対し、熱流体連成による直接解析を行った。始めに50Pa最適化フィンに50Pa静圧を負荷した状態におけるMesh Validityを検証した。Comsol内蔵のPhysics controlled meshという機能を用いて、設定した境界条件を基にメッシュ切りを行った。Physics controlled meshではCoarser, Coarse, Normal, Fine, Finerのようにメッシュサイズを制御することが出来、今回は

図7(a)のプロットの振動はContinuation Schemeに起因するものであり、最終的には、一定値に収束していることがわかる。図7(b)にて、ポーラス(ラティス)と空隙相が十分二分化されていることがわかる。

次に、各静圧条件下における得られた最適形状を以下図8に示す。静圧制約の緩和により、ポーラス相の増大が確認できる。これはより大きな静圧をかけることで、圧損制約が緩和され、より固体熱伝導・界面熱伝達・流体熱拡散のうち、前者2要素が重視されるようになったことに起因すると考えられる。他の先行研究とも同様な傾向がみられる[12]。

Normal設定とFine設定で比較を行った。図9は実際のモデルと切られたメッシュを比較している。

なお、評価対象は流入口における断面平均流速 u_{in} と底面平均最大温度 T_{max} と目的関数に対する熱伝達率で以下式(17)と(18)のように表される。

$$h_{max} = \frac{q}{T_{max} - T_{in}} \quad (17)$$

$$h_{obj} = \frac{q}{\left[\frac{1}{A_b} \int_{A_b} (T_{bo} - T_{in})^p dA \right]^{\frac{1}{p}}} (p = 10) \quad (18)$$

流入口長さ L_{in} を代表長さ、流体の熱伝導率 k_f とし、無次元化したヌセルト数

$$Nu_{max} = \frac{h_{max}L_{in}}{k_f} \tag{19}$$

$$Nu_{obj} = \frac{h_{obj}L_{in}}{k_f} \tag{20}$$

を用いて、実際の性能を評価する。

評価した結果表4のようになり、NormalとFineで物理メモリ、仮想メモリの消費量が2倍程度違うのにもかかわらず、結果に表れる影響は1%程度であることから、Normal設定以上で十分精度よく結果が出ると結論付けた。

Table 4. Validity of Direct analysis mesh

Mesh	u_{in} [m/s]	Nu_{max}	Nu_{obj}	Physical [GB]	Virtual [GB]
Normal	0.138	25.1	30.8	60.8	65.6
Fine	0.138	24.8	30.4	120	127
Error [%]	0.397	1.26	1.38		

表5~7にモデル解析、直接解析間の u_{in} と Nu_{max} , Nu_{obj} の誤差を掲載する。モデルの低フィディリティ性により、10~20%程度の誤差が生じていることがわかる。

Table 5. Error of u_{in} between model and direct analysis

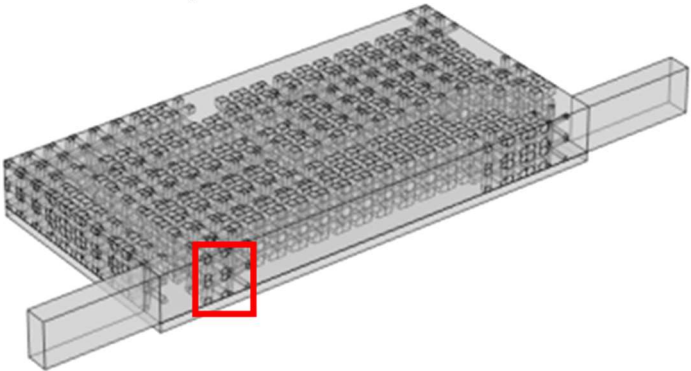
P_{in} [Pa]	u_{in} [m/s]		
	Model	Direct	Error [%]
1	1.70×10^{-2}	1.51×10^{-2}	13.1
10	7.22×10^{-2}	6.21×10^{-2}	16.3
50	0.156	0.138	12.6

Table 6. Error of Nu_{max} between model and direct analysis

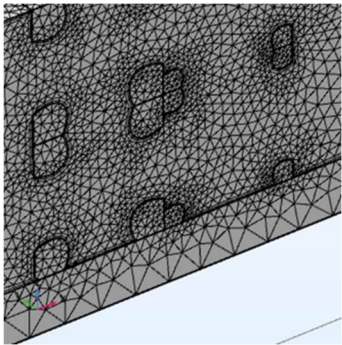
P_{in} [Pa]	Nu_{max}		
	Model	Direct	Error [%]
1	4.44	3.89	14.3
10	15.4	13.5	14.1
50	26.6	24.8	7.30

Table 7. Error of Nu_{obj} between model and direct analysis

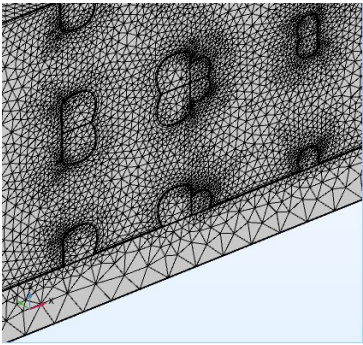
P_{in} [Pa]	Nu_{obj}		
	Model	Direct	Error [%]
1	5.31	4.59	15.6
10	19.6	15.9	23.4
50	36.3	30.4	19.4



(a) Full-Scale model



(b) Normal mesh in red line area



(c) Fine mesh in red line area

Fig 9. Mesh Validity in direct analysis

(3) 最適形状の性能検証

得られた最適形状の性能を検証するため、従来フィンとの性能比較を行った。従来フィンは等間隔にプレート配置したフィンであり、以下図10のように、フィンの板厚(相対密度), 枚数, 前クリアランスを制御変数として複数の比較対象フィンを用意した。

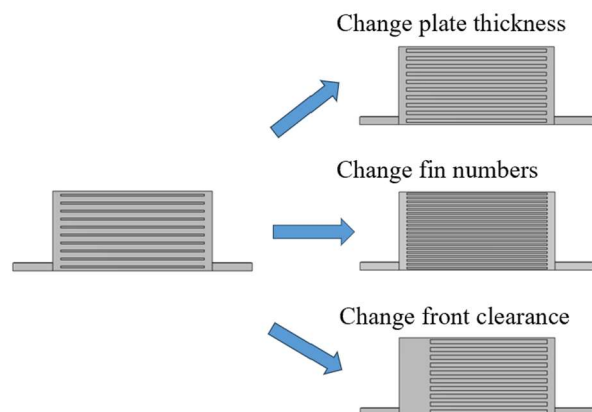


Fig 10. Parameter study of Plate fines

このパラメータスタディの結果、相対密度0.4, フィン枚数40枚, 前クリアランス $2.5a$ ($a=2.5$ mm)のものが最も底面最大温度を抑えられたため、今回の比較対象のプレートフィンに決定した。その結果、図11のように今回得られた最適不均一ラティスがプレートフィンに対し、静圧50Pa条件下、 Nu_{max} で約25%の性能向上が見込まれることを確認した。

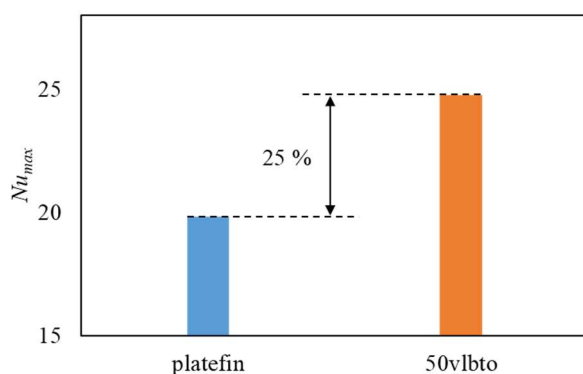


Fig 11. Comparing performance

4. 結言

今回、竹澤らの検討^[10]とNicollaの検討^[11]を融合させ、傾斜ラティスに空隙相を持たせる取り組みを行った。これにより、ポラス最適化スキームにさらなる自由度を持たせ、空隙を設けた流路制御による圧力損失低減、および熱拡散効果の向上で、等圧損下における性能がプレートフィンに勝る不均一ラティスフィンの設計に成功した。

参考文献

- [1] 中山 顕, 多孔質体内熱流動のモデリングの進展, 日本機械学会熱工学コンファレンス講演論文 No16-33, 2016
- [2] Sano, Y. et al: Effects of thermal dispersion on heat transfer in cross-flow tubular heat exchangers, *Heat Mass Transfer*, Vol.48, pp.183-189, 2012
- [3] 近藤 継雄ら著, トポロジー最適化の基礎 弾性体並びに熱流体工学諸問題への応用, コロナ社 2024
- [4] Wang, J.: Experimental investigation of heat transfer and flow characteristics in finned copper foam heat sinks subjected to jet impingement cooling, *Applied Energy* Vol.241, pp.433-443, 2019.
- [5] Feng, S.S.: An experimental and numerical study of finned metal foam heat sinks under impinging air jet cooling, *Int. J. of Heat and Mass transfer*, Vol77, pp.1063-1074, 2014
- [6] Bensoe, M.P. and Kikuchi, N.: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol.71, pp.197-224, 1988
- [7] Borrvall, T. and Pettersson, J.: Topology optimization of fluids in Stokes flow, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol.41, pp.77-107, 2002
- [8] Takarazawa, S. et al: Heat-transfer and pressure drop characteristics of micro-lattice materials fabricated by selective laser metal melting technology, *Heat and Mass Transfer*, Vol.58, pp.125-141, 2022
- [9] Wang, S. et al: Efficient Representation and Optimization of TPMS-Based Porous Structures for 3D Heat Dissipation, *Computer-Aided Design*, Vol.142, 103123, 2022
- [10] Takezawa, A. et al: Optimization of an additively manufactured functionally graded lattice structure with liquid cooling considering structural performances, *Int. J. of Heat and Mass transfer*, Vol.143, 118564, 2019
- [11] Bianco, N. et al.: Multi-material topology optimization of innovative microchannel heat sinks equipped with metal foams, *Int.J. of Heat and Mass transfer*, Vol. 222, 2024
- [12] Yan, S. et al: Topology optimization of microchannel heat sinks using a two-layer model, *Int.J. of Heat and Mass transfer*, Vol.143, 118462, 2019
- [13] Banthiya, A. et al: Simultaneous topology optimization of two hydraulically interconnected porous flow layers in cold plates, *Int.J. of Heat and Mass transfer*, Vol.241, 126671, 2025
- [14] Svanberg, K.: MMA and GCMMA – two methods for nonlinear optimization
- [15] 関 佳吾, 矢地 謙太郎, 藤田 喜久雄, 斎藤 龍紀, 牛島 邦晴, 傾斜ラティスを用いた空冷ヒートシンクのトポロジー最適設計, OPTIS2024