

# 断層面とすべり分布の 同時ベイズ推定のための超並列ベイズ推論

Massively parallel Bayesian inference for  
simultaneous estimation of fault geometry and slip distribution

中尾 魁<sup>1)</sup> 市村 強<sup>2)</sup> 藤田 航平<sup>3)</sup> 堀 高峰<sup>4)</sup> 小林 知勝<sup>5)</sup> 宗包 浩志<sup>6)</sup>

Kai Nakao, Tsuyoshi Ichimura, Kohei Fujita, Takane Hori, Tomokazu Kobayashi and Hiroshi Munekane

<sup>1)</sup> 東京大学 地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1, E-mail: k-nakao@eri.u-tokyo.ac.jp)

<sup>2)</sup> 博 (工) 東京大学 地震研究所 教授 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1, E-mail: ichimura@eri.u-tokyo.ac.jp)

<sup>3)</sup> 博 (工) 東京大学 地震研究所 准教授 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1, E-mail: fujita@eri.u-tokyo.ac.jp)

<sup>4)</sup> 博 (理) 海洋研究開発機構 海域地震火山部門・地震津波予測研究開発センター (〒236-0001 神奈川県横浜市金沢区昭和町 3173-25 E-mail: horit@jamstec.go.jp)

<sup>5)</sup> 博 (理) 国土地理院 地理地殻活動研究センター宇宙測地研究室 (〒305-0811 茨城県つくば市北郷 1 番 E-mail: kobayashi-t96dv@mlit.go.jp)

<sup>6)</sup> 博 (理) 国土地理院 地理地殻活動研究センター地殻変動研究室 (〒305-0811 茨城県つくば市北郷 1 番 E-mail: munekane-h96nu@mlit.go.jp)

We developed a method for simultaneous Bayesian estimation of fault planes and slip distribution from observed crustal deformation. The proposed method allows for setting arbitrary probability distribution in the Bayesian model and enables to incorporate various information, but it comes with an increased computational cost. In this study, we implemented Bayesian estimation algorithm that is suitable for parallel computing and utilized supercomputers to achieve the estimation. As an application example, we applied the proposed method to the crustal deformation observed in the 2018 Hokkaido Eastern Iburi earthquake.

**Key Words :** Bayesian estimation, Inverse analysis, Crustal deformation, Parallel computing

## 1. はじめに

地震は地球内部での断層すべり運動であり、これを直接観測することは難しい。そのため、他の観測可能な情報から断層すべりを推定する逆解析が行われている。この推定は観測データだけでは解が定まらない悪条件問題となることが多い。そこで、先見情報を事前確率分布として表現し観測データと融合するベイズ推論に基づく推定手法がしばしば用いられている。

本研究では図 1 に表されるような断層面の諸元とすべり分布の両者を地殻変動の観測データから推定することを考える。両者を同時にベイズ推定する枠組みがこれまでも提案されてきたが、既往手法ではベイズモデルに設定可能な確率分布に制限がある [1]、あるいは未知の断層面のパラメータが高次元となる設定での適用が難しい [2] といった点から決定的な推定手法を与えられていない状況である。本研究では任意の確率分布の設定において適用でき、さらに図 1 にあるすべての断層面の諸元を確率変数として推定可能な手法を開発した。ただし、提案手法による推定の計算コストは膨大となるため、これへの対応が必要となる。本研究では、大規模並列化に適した推定アルゴリズムをスーパーコンピュータへ実装することで現実的な時間内での推定を実現した。本稿では、提案手法の概要を説明し、また、これを用いて実際に観測された地殻変動から断層面とすべり分布を推定した適用例を示す。

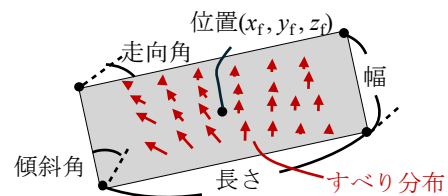


図-1 断層面のパラメータ設定

## 2. 手法

図 1 に示す断層面の諸元をまとめて  $m$  と表す。また、断層面をいくつかのパッチに分割することですべり分布を離散化し、グリッド点における 2 成分のすべり量をまとめて  $s$  と表す。さらに、すべり分布に対する正規化の強さと観測誤差の大きさを制御するパラメータをそれぞれ  $\alpha^2, \sigma^2$  とし、ここではこれらも推定対象に含め  $\theta = (m, \alpha^2, \sigma^2)$  を推定すべきパラメータとする。

観測データ  $d$  を考慮した  $\theta$  の事後確率分布  $P(\theta|d)$  を得ることを推定の目標とし、ベイズの定理によりこの確率分布は

$$P(\theta|d) = \frac{P(d|\theta)P(\theta)}{\int P(d|\theta)P(\theta)d\theta} \quad (1)$$

と表される。 $\theta$  の事前確率分布  $P(\theta)$  はパラメータの取

りうる範囲における一様分布とする．また，すべり分布  $s$  を考慮して  $\theta$  に対する尤度を評価するため， $P(d|\theta)$  を  $s$  に関する周辺尤度として

$$P(d|\theta) = \int P(d|s, \theta)P(s|\theta)ds \quad (2)$$

と定義する． $P(d|s, \theta)$  には  $(s, \theta)$  に対応する断層すべりから計算される地殻変動と観測データの適合度，また， $P(s|\theta)$  にはすべり分布に対する拘束条件や正則化 [3] を反映して確率分布を設定する．

式 (2) の積分は任意の確率分布の設定に対しては解析的には計算できない．ここで周辺尤度の計算に逐次モンテカルロ [4] を用いる．この方法では， $\theta$  を固定した  $s$  の事前確率分布  $P(s|\theta)$  と事後確率分布  $P(s|d, \theta)$  の中間的な確率分布

$$p_\gamma(s) = \frac{P(d|s, \theta)^\gamma P(s|\theta)}{\int P(d|s, \theta)^\gamma P(s|\theta)ds} \quad (0 \leq \gamma \leq 1) \quad (3)$$

を考え， $0 = \gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_J = 1$  なる  $\gamma = \gamma_1, \dots, \gamma_J$  に対して逐次的に  $p_\gamma(s)$  をサンプルによる近似で求める． $p_{\gamma_j}(s)$  を近似するサンプルが得られているときに， $w_j = P(d|s, \theta)^{\gamma_{j+1}-\gamma_j}$  を重みとしてリサンプリングを行うことにより  $p_{\gamma_{j+1}}(s)$  のサンプルによる近似が得られる．さらに  $w_j$  の全サンプルに対する平均値  $S_j$  を  $j = 1, 2, \dots, J-1$  に対してかけ合わせることで，式 (2) の周辺尤度の近似値を得ることができる． $\theta$  に対する尤度  $P(d|\theta)$  が逐次モンテカルロにより数値的にのみ得られることから，式 (1) の  $P(\theta|d)$  に関しても解析的な表現を得ることはできない．そこで， $\theta$  に対しても逐次モンテカルロにより一連の中間分布

$$p_\gamma(\theta) = \frac{P(d|\theta)^\gamma P(\theta)}{\int P(d|\theta)^\gamma P(\theta)d\theta} \quad (0 \leq \gamma \leq 1) \quad (4)$$

を逐次的にサンプルで近似していくことにより  $P(\theta|d)$  を求める．この過程で  $\theta$  のサンプルに対して尤度  $P(d|\theta)$  の値が必要になるときは，先述の  $\theta$  を固定した  $s$  に対する逐次モンテカルロでこれを近似計算する．一般に， $\theta$  と  $s$  の間の依存性から  $(\theta, s)$  の同時確率分布からのサンプリングは難しいとされるが，このような周辺化を活用した定式化では  $s$  を推定する段階で  $\theta$  が固定されるようになり， $\theta$  が高次元の場合や  $\theta$  の値によって断層面が大きく変動する場合でも安定した推定が可能となる．

逐次モンテカルロではリサンプリングを繰り返すと確率分布を近似する独立なサンプルの数が減少し確率分布が退化するという問題がある．そこで，リサンプリングを行ったあとは，各サンプルを開始点として MCMC 法で中間分布からサンプリングを行いサンプルの独立性を保つようする．逐次モンテカルロの計算コストの大部分がこの MCMC サンプリングに集中しており，この計算は開始点となるサンプルごとに独立であるため並列化が可能である．本研究では，この推定手法が  $\theta$  を上層， $s$  を下層とする階層性を有していることに着目し， $\theta$  に対する逐次モンテカルロを MPI でプロセス並列化し  $s$  に対する逐次モンテカルロを OpenMP でスレッド並列化するハイブリッド並列化で大規模並列計算環境を活用できるように実装した．

本手法の妥当性検証のために，既知の断層面とすべり分布から作成した疑似観測データの逆解析を行った．その結果より，事後確率分布  $P(\theta|d)$  を近似する  $\theta$  のサンプルの分布がサンプル数を増やすことによって収束すること，また収束解として得られた  $(\theta, s)$  のサンプルにより表されるすべり領域が疑似観測データの作成に用いた断層面とすべり分布によるすべり領域に重なることが確認された．また，サンプル数を増やしなが推定を実行する際に並列計算の性能計測を行った．MPI プロセス数を  $\theta$  のサンプル数に比例させ OpenMP スレッド数を 4 に固定とした条件で，プロセス数が 96,000 の場合の実行時間はプロセス数 960 の場合の 131%であった．

### 3. 適用例

提案手法を用いて 2018 年北海道胆振東部地震における地殻変動の観測データから断層面およびすべり分布の推定を行った適用例を示す．GNSS 測位と干渉 SAR により地震時の地殻変動が捉えられており，この 2 つを合わせて観測データとして用いた．提案手法ではモデルの確率分布に任意の分布を設定できることを活かし，すべり分布  $s$  の各成分  $s_i$  に対して  $0 \text{ m} \leq s_i \leq 3 \text{ m}$  とする拘束条件を課し推定の安定化を図った． $0 \text{ m} \leq s_i$  の非負条件はすべりの向きを拘束し，これにより断層面上で打ち消し合うような非現実的なすべり分布を回避することができる． $s_i \leq 3 \text{ m}$  の最大すべり制約は過度にすべり分布が局所化することを防ぐことができる．逐次モンテカルロで用いるサンプル数は確率分布の収束に十分なほど大きくすることが望ましい．疑似観測データを用いた検証での結果を踏まえ， $\theta, s$  のそれぞれに対してサンプル数を 192,000，200,000 とした．推定の並列実行にはスーパーコンピュータ富岳の 8,000 ノードを用い，12 時間の実行時間を要した．

図 2 に  $\theta$  の事後確率分布  $P(d|\theta)$  の推定結果を示した．確率分布は多数の  $\theta$  のサンプルにより近似されており，サンプルのヒストグラムとして確率分布が表現されている．

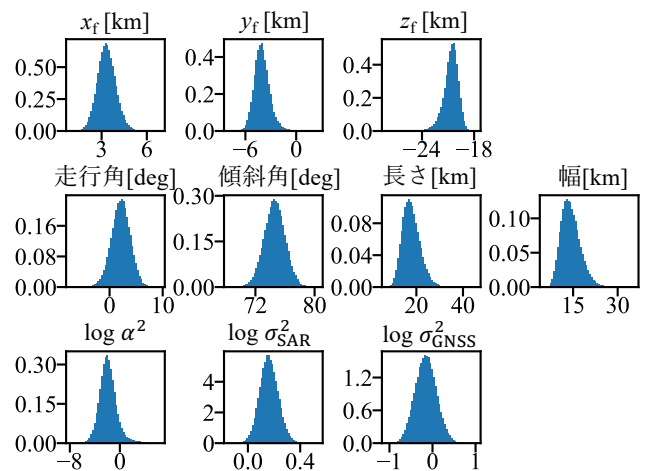
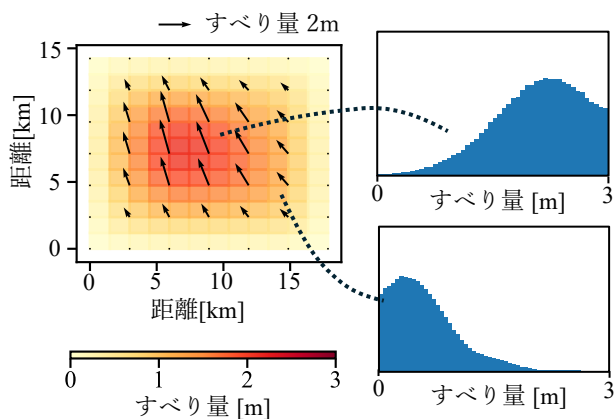


図-2 推定された  $\theta$  の事後確率分布  $P(\theta|d)$

$\theta$  のサンプルのそれぞれに対してすべり分布  $s$  が得られており，例として  $P(\theta|d)$  の期待値  $\hat{\theta}$  に対応する断

図-3  $\hat{\theta}$  に対応する断層面におけるすべり分布

層面におけるすべり分布を図3に示した．推定では各グリッド点での2成分のすべり量がパラメータとされており，図3の右側に示すように各成分は確率変数として推定されている．ここで，得られた確率分布が0mから3mに制限されているのは前述のすべり量に対する拘束条件によるものである．

さらに推定された断層すべりが観測データをどの程度再現するかを調べるため， $\theta$ を $P(\theta|d)$ の期待値 $\hat{\theta}$ ， $s$ を $P(s|d, \hat{\theta})$ の期待値 $\hat{s}$ とした場合の地殻変動を計算し，GNSS測位と干渉SARに対応する地殻変動の観測値と計算値を図4, 5にそれぞれ示した．GNSSによる観測については，図4中に赤色の丸で示した観測点では観測データに局所的な変位が含まれていることからこれらの観測の重みを下げるように $P(d|\theta, s)$ で設定してある．これらの観測点での残差が大きく，他の観測点では変位を概ね再現できていることから確率分布の設定による観測データの重み付けが有効に機能していることも確かめられる．干渉SARについても，観測された変位場を計算値で概ね再現できていることが確認できる．

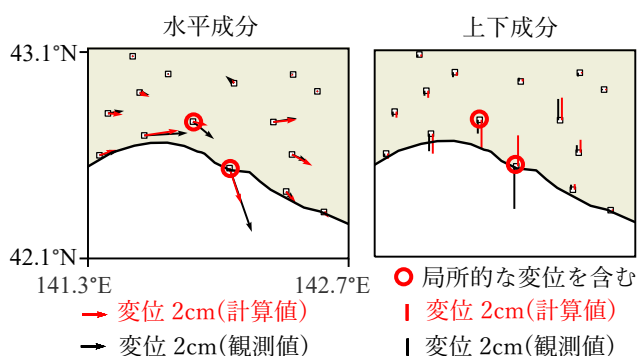


図-4 GNSSによる観測データと計算された地殻変動の比較

#### 4. おわりに

本稿では，断層面とすべり分布の同時ベイズ推定手法を示した．提案手法は大規模並列計算を活用することによって一般のベイズモデルの設定において適用可

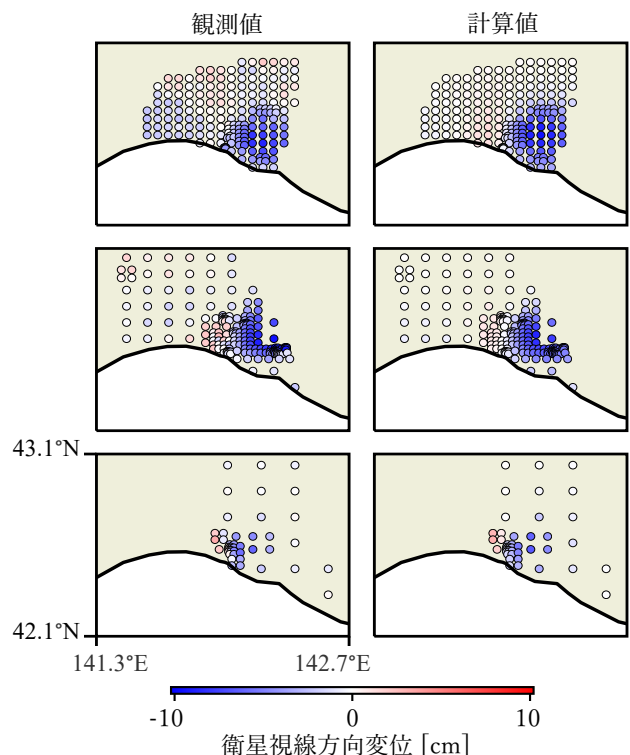


図-5 干渉SARによる観測データと計算された地殻変動の比較

能で，このことは推定の頑健性，客観性を高めることにつながる．また，3.に述べた適用例では，断層面が1枚であることを前提として推定を行ったが，対象とする地震によっては複数の断層面のすべりを推定する必要がある．そこで，提案手法を複数の断層面を伴う設定に適用できるよう拡張を進めている．

#### 参考文献

- [1] Fukuda, J. and Johnson, K. M.: Mixed linear non-linear inversion of crustal deformation data: Bayesian inference of model, weighting and regularization parameters, *Geophysical Journal International*, Vol.181, pp.1441-1458, 2010.
- [2] Agata, R. et al.: A Bayesian inference framework for fault slip distributions based on ensemble modelling of the uncertainty of underground structure: with a focus on uncertain fault dip, *Geophysical Journal International*, Vol.225, pp.1392-1411, 2021.
- [3] Jónsson, S. et al.: Fault Slip Distribution of the 1999 Mw 7.1 Hector Mine, California, Earthquake, Estimated from Satellite Radar and GPS Measurements, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.92, pp.1377-1389, 2002.
- [4] Ching, J. and Chen, J.: Transitional Markov Chain Monte Carlo Method for Bayesian Model Updating, Model Class Selection, and Model Averaging, *Journal of Engineering Mechanics* Vol.133, No.7, 2007.