

ベイズ推定に基づくシナリオ合成による リアルタイム津波予測手法

Real-time Tsunami Forecast with Scenario Superposition using Bayesian Approach

藤田真粹¹⁾ 野村怜佳²⁾ 森口周二³⁾ 大竹雄⁴⁾ Randall J. LeVeque⁵⁾ 寺田賢二郎⁶⁾
Saneiki Fujita, Reika Nomura, Shuji Moriguchi, Yu Otake, Randall J. LeVeque, and Kenjiro Terada

¹⁾東北大学 大学院 工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1,

E-mail: saneiki.fujita.s8@dc.tohoku.ac.jp)

²⁾博(工) 東北大学 災害科学国際研究所 助教 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

³⁾博(工) 東北大学 災害科学国際研究所 准教授 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

⁴⁾博(工) 東北大学 大学院 工学研究科 准教授 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

⁵⁾Ph.D. University of Washington, Professor Emeritus (1400 NE Campus Parkway, Seattle, Washington, 98195)

⁶⁾Ph.D. 東北大学 災害科学国際研究所 教授 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

This study proposes an early tsunami forecasting method equipped with a scenario superposition concept based on the Bayesian theorem. In this study, we focus on the Shikoku region of Japan as a target site, which is threatened by huge tsunamis triggered by the Nankai Trough subduction zone. With GeoClaw software, we generate both training and test data, which consist of synthetic tsunami wave heights. The test data is then input as an unknown tsunami event in the Bayesian technique which sequentially estimates/updates each training data-specific weight. Based on the evaluated weights, the scenario superposition is achieved by a linear combination of the tsunami waveforms of the training scenarios to generate a forecast waveform. Additionally, a probability distribution for the weight parameters is simultaneously obtained, which enables quantifying and visualizing the prediction reliability. A numerical example is presented to demonstrate the capability of the proposed method to predict tsunami waveforms as soon as an earthquake event occurs, compared to our previous method that just detects the most likely scenario from the database.

Key Words : Real-time tsunami forecast, Bayesian approach, Nankai Trough subduction zone

1. はじめに

リアルタイム津波予測を実現するために、確率論的手法を用いることの必要性が指摘されている [1]. 決定論的な予測手法が単一の予測値を提供するのに対して、確率論的手法では予測対象を確率変数として扱うため、予測と同時にその誤差確率を算出することができる。これにより、予測の信頼性を定量化することが可能となり、津波警報における誤情報の発令を防止することが期待される。

このような確率論的リアルタイム津波予測手法の既往例として、逐次ベイズ更新に基づく最尤津波シナリオの同定手法 [2] が挙げられる。この手法は、事前に構築された津波シナリオデータベースから実災害に最も類似するシナリオを抽出することで予測を行う手法である。従来のデータベース探索型手法 [3,4] と異なり、ベイズ理論を適用した最尤シナリオ検出および適合度評価を達成している。しかしながら、最尤シナリオ同定手法では、予測精度がデータベースの表現性能に依存するという課題がある。すなわち、データベース内に実際のイベントを再現できるシナリオが存在しない場合には、探索性能にかかわらず高精度な予測が不可能となる。

そこで本研究では、ベイズ理論を用いたシナリオ合成に基づく新たな津波予測手法を提案する。シナリオ合成は、各事前シナリオに紐づけられた波高の時系列データに各シナリオ固有の重みを与えて線形結合することにより予測波形を表現するものである。これにより、事前シナリオ群に対してより大きな波高であってもその予測が可能となる。また、ベイズ理論を用いて各シナリオの重みパラメータを確率変数として同定することで、得られる確率分布から予測の信頼性を定量化する。提案手法の予測性能を検証するため、南海トラフで発生する地震・津波に焦点を当て、従来のベイズ理論に基づく最尤津波シナリオ同定手法との比較を行う。

2. 手法

本章では提案手法を構成する三つの要素技術について説明する。一つは特異値分解に基づくデータの次元削減であり、数値シミュレーションにより生成した津波波高データに対して災害発生前に適用される事前処理である。その他二つは、発生した津波の観測波高情報を使用してリアルタイムで実施されるオンライン処理であり、具体的にはカルマンフィルタに基づく状態推定とベイズ理論に基づく重みパラメータの推定である。

(1) 次元削減

本研究で扱うデータ行列は、津波シミュレーションにより得られた波高の時系列データを集約する行列として、次式により定義される。

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2 & \cdots & \mathbf{X}_{N_s} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_g \times (N_r \times N_s)}. \quad (1)$$

ここで、 N_g , N_r , N_s は数値シミュレーション上の計算条件であり、それぞれ観測点数、時間ステップ数、津波シナリオ数である。また、部分行列 \mathbf{X}_j は、対応する津波シナリオ j の波高データを集約した行列である。

本研究では、特異値分解 [5] をデータ行列 \mathbf{X} に対して適用することにより次元削減を行う。

$$\mathbf{X} = \Phi \mathbf{D} \mathbf{V}^T \approx \Phi_r \mathbf{D}_r \mathbf{V}_r^T, \quad (2)$$

ここで、 $\Phi \in \mathbb{R}^{N_g \times N_g}$ と $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{(N_r \times N_s) \times N_s}$ は、それぞれデータ行列の左特異ベクトルと右特異ベクトルを行方向に並べた行列である。また、左特異行列 Φ はデータの空間分布特徴を反映していることから空間モード行列と呼ばれる。 $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N_g \times N_s}$ は対角行列であり、その対角成分はデータ行列の特異値を降順に格納している。 $\mathbf{D}_r \in \mathbb{R}^{r \times r}$ は上位の r 個の特異値のみを使用することで \mathbf{D} を次元縮約した行列であり、同様に $\Phi_r \in \mathbb{R}^{N_g \times r}$ と $\mathbf{V}_r \in \mathbb{R}^{(N_r \times N_s) \times r}$ は抽出した特異値に対応する特異ベクトルのみで構成される縮約行列である。特異値分解に基づく次元削減により、 N_g 点で観測された波高ベクトル \mathbf{x} は、縮約された空間モード行列 Φ_r を介して、 $r (< N_g)$ 次元の状態ベクトル \mathbf{a} での表現が可能となる。

$$\mathbf{x}_t^j \approx \Phi_r \mathbf{D}_r \mathbf{v}_t^{jT} = \Phi_r \mathbf{a}_t^j, \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{v}_t^{jT} \in \mathbb{R}^r$ は時刻 t かつシナリオ j に対応する右特異ベクトルであり、 $\mathbf{a}_t^j \in \mathbb{R}^r$ は状態ベクトルである。

(2) カルマンフィルタ

次元削減に基づく観測ベクトルと状態ベクトルの関係式 (3) が、事前シナリオ群に含まれない実津波データに対しても成立すると仮定すれば、実津波の観測波高ベクトル $\mathbf{y}_t \in \mathbb{R}^{N_g}$ と状態ベクトル $\mathbf{b}_t \in \mathbb{R}^r$ は次式のように関係づけられる。

$$\mathbf{y}_t = \Phi_r \mathbf{b}_t + \boldsymbol{\xi}_t, \text{ where } \boldsymbol{\xi}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\xi). \quad (4)$$

ここで、 $\boldsymbol{\xi}_t \in \mathbb{R}^{N_g}$ は観測ノイズであり、平均 $\mathbf{0}$ かつ共分散 $\boldsymbol{\Sigma}_\xi$ の正規分布に従いサンプルされるものとする。上記の観測方程式に加えて、次式に示す状態方程式を考える。

$$\mathbf{b}_{t+1} = \mathbf{b}_t + \boldsymbol{\zeta}_t, \text{ where } \boldsymbol{\zeta}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\zeta). \quad (5)$$

ここで、 $\boldsymbol{\zeta}_t$ はシステムノイズであり、観測ノイズと同様に正規乱数であると仮定する。

式 (4) と式 (5) で表現される状態空間モデルに基づき、状態ベクトル \mathbf{b}_t はカルマンフィルタ [6] を用いて次式

により逐次的に推定することができる。

$$\widehat{\mathbf{b}}_t^- = \widehat{\mathbf{b}}_{t-1}^-, \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_t^- = \mathbf{P}_{t-1}^- + \boldsymbol{\Sigma}_\zeta, \quad (7)$$

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t^- \Phi_r^T (\Phi_r \mathbf{P}_t^- \Phi_r^T + \boldsymbol{\Sigma}_\xi)^{-1}, \quad (8)$$

$$\widehat{\mathbf{b}}_t^- = \widehat{\mathbf{b}}_{t-1}^- + \mathbf{K}_t (\mathbf{y}_t - \Phi_r \widehat{\mathbf{b}}_{t-1}^-), \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \Phi_r) \mathbf{P}_t^-. \quad (10)$$

ここで、 $\widehat{\mathbf{b}}_t^-$ と $\widehat{\mathbf{b}}_t$ は状態ベクトルの事前/事後推定値であり、 \mathbf{P}_t^- と \mathbf{P}_t は事前/事後の誤差共分散行列、 \mathbf{K}_t はカルマンゲインである。カルマンフィルタによる状態推定において、観測ノイズとシステムノイズは未知であるため、ともに平均 $\mathbf{0}$ かつ共分散 \mathbf{I} の正規分布に従うと仮定する。また、事後推定値の初期値 $\widehat{\mathbf{b}}_0$ は一般化逆行列を用いた逆推定により $\Phi_r^+ \mathbf{y}_1$ とし、事後共分散の初期値 \mathbf{P}_0 は $\sqrt{\mathbf{D}}$ とする。

カルマンフィルタによる推定結果から、状態ベクトルの真値 \mathbf{b}_t は事後の推定値と誤差共分散を用いて次式のように表される。

$$\mathbf{b}_t = \widehat{\mathbf{b}}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t, \text{ where } \boldsymbol{\epsilon}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{P}_t). \quad (11)$$

(3) 重みパラメータ推定

シナリオ合成に基づく津波予測は、事前シナリオの状態ベクトルの加重平均を行うための適切な重みパラメータを推定することで達成される。カルマンフィルタにより推定された時刻 t における状態ベクトルを、事前シナリオの同時刻の状態ベクトルを重ね合わせることで次式のように表現する。

$$\widehat{\mathbf{b}}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{w} + \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad (12)$$

$$\text{where } \begin{cases} \mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_t^{j=1} & \mathbf{a}_t^{j=2} & \cdots & \mathbf{a}_t^{j=N_s} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{r \times N_s}, \\ \mathbf{w} = \begin{bmatrix} w^{j=1} & w^{j=2} & \cdots & w^{j=N_s} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{N_s}. \end{cases} \quad (13)$$

本研究では、ベイズ推定の導入により重みパラメータを確率変数として扱うことで、確率論的な予測モデルを実現する。状態ベクトル $\widehat{\mathbf{b}}_t$ が得られたときの重みパラメータ \mathbf{w} の条件付確率は、ベイズの定理を用いて次式により定義される。

$$p(\mathbf{w} | \widehat{\mathbf{b}}_t) = \frac{p(\widehat{\mathbf{b}}_t | \mathbf{w})}{p(\widehat{\mathbf{b}}_t)} p(\mathbf{w}), \quad (14)$$

ここで、 $p(\mathbf{w})$ と $p(\mathbf{w} | \widehat{\mathbf{b}}_t)$ は観測値が得られる前後の重みパラメータの分布である。また、 $p(\widehat{\mathbf{b}}_t | \mathbf{w})$ は観測値に対する適応度を評価する尤度であり、 $p(\widehat{\mathbf{b}}_t)$ は正規化係数である。

本研究では、重みパラメータの事前分布 $p(\mathbf{w})$ が多変量正規分布であるとし、平均ベクトルと共分散行列をそれぞれ $\boldsymbol{\mu}_w$, $\boldsymbol{\Sigma}_w$ と表現する。したがって、 $p(\mathbf{w})$ は次式で表される。

$$p(\mathbf{w}) = \mathcal{N}(\mathbf{w} | \boldsymbol{\mu}_w, \boldsymbol{\Sigma}_w). \quad (15)$$

また、シナリオ合成の関係式 (13) と誤差ベクトル ϵ の正規性から、尤度は多変量正規分布関数として与えられる。

$$p(\widehat{\mathbf{b}}_t | \mathbf{w}) = \mathcal{N}(\widehat{\mathbf{b}}_t | \mathbf{A}_t \mathbf{w}, \mathbf{P}_t). \quad (16)$$

同様に、正規化係数は次式により多変量正規分布で表される。

$$p(\widehat{\mathbf{b}}_t) = \mathcal{N}(\widehat{\mathbf{b}}_t | \mathbf{A}_t \boldsymbol{\mu}_w, \mathbf{P}_t + \mathbf{A}_t \boldsymbol{\Sigma}_w \mathbf{A}_t^T). \quad (17)$$

式 (14) における事後分布は、式 (15)~(17) を代入することにより次式のように導出される [7,8].

$$p(\mathbf{w} | \widehat{\mathbf{b}}_t) = \mathcal{N}(\mathbf{w} | \widehat{\mathbf{w}}^{(t)}, \mathbf{Q}^{(t)}), \quad (18)$$

$$\text{where } \begin{cases} \widehat{\mathbf{w}}^{(t)} = \boldsymbol{\mu}_w + \mathbf{Q}^{(t)} \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t^{-1} (\widehat{\mathbf{b}}_t - \mathbf{A}_t \boldsymbol{\mu}_w), \\ \mathbf{Q}^{(t)} = (\boldsymbol{\Sigma}_w^{-1} + \mathbf{A}_t^T \mathbf{P}_t^{-1} \mathbf{A}_t)^{-1}. \end{cases} \quad (19)$$

ここで、 $\widehat{\mathbf{w}}^{(t)}$ と $\mathbf{Q}^{(t)}$ は観測時刻 t までの観測情報に基づく重みパラメータの推定値と誤差共分散である。次の観測時刻 $t+1$ において、事前分布 $p(\mathbf{w})$ を現在の事後分布 $\mathcal{N}(\mathbf{w} | \widehat{\mathbf{w}}^{(t)}, \mathbf{Q}^{(t)})$ で置き換えることにより、重みパラメータの推定を逐次的に更新することが可能である。

津波波高の予測は、上述のベイズ推定により得られる重みパラメータの事後分布を使用して実現される。重みパラメータの事後分布を用いて合成された状態ベクトルを波高空間に射影することで、次式のように予測波高と誤差共分散が得られる。

$$\widehat{\mathbf{y}}_t = \boldsymbol{\Phi}_r \mathbf{A}_t \widehat{\mathbf{w}}^{(t)}, \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_t = \boldsymbol{\Phi}_r \mathbf{A}_t \mathbf{Q}^{(t)} (\boldsymbol{\Phi}_r \mathbf{A}_t)^T, \quad (21)$$

$$\text{where } t \in \{1, 2, \dots, N_t\} \text{ and } T \ll N_t. \quad (22)$$

ここで、 T は予測に要する観測時間であり、時刻 T までの波高情報を入力データとして、 N_t が定義する時刻までの情報を予測する。

3. 検証例題

(1) 南海トラフを対象とした仮想シナリオ

本研究では南海トラフを対象として多数の仮想地震・津波シナリオを生成し、それらを用いて津波予測計算を実施する。仮想地震シナリオは、南海トラフを slab2[9] に従い 1119 個の三角形メッシュで分割し、それぞれにすべり量を与えることでモデル化する (図-1)。マグニチュード 8.1 から 9.1 までの合計 2342 件の仮想地震シナリオを生成し、各シナリオのすべり量分布は Mudpy[10] を用いて乱数に従って生成した。図-1 にはマグニチュード 9.1 の地震シナリオ (#2274) のすべり量分布を例示する。2342 件のうち 586 件を検証用に実津波を模擬して扱うテストシナリオとし、残りの 1756 件をシナリオデータベースを構成する学習シナリオとする。

各シナリオの断層破壊に対応する海面上昇と津波伝播は GeoClaw[11] を用いた数値シミュレーションにより計算される。波高データを蓄積するために合計 62 点の格子点をシミュレーション上の観測点と設定し、その配置を図-2 に示す。観測点の設置位置は四国沖周辺で運用されている既存の観測点位置を参照した。Gauge

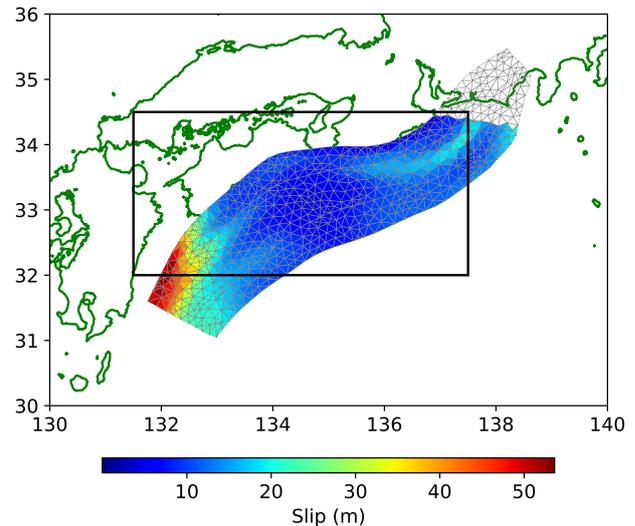


図-1 仮想シナリオ#2274(Mw 9.1) の断層すべり量分布

A は津波波形予測を行う観測点とし、Gauge A を含む 62 点での観測波高情報を入力データとして津波予測計算を実施する。

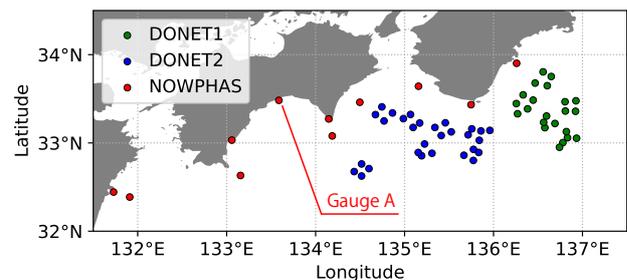


図-2 仮想観測点の設置位置

(2) 次元削減

特異値分解に基づく次元削減を行うために使用する空間モード数 r を設定するために、次式に示す各モードの寄与率 c_j を算出する。

$$c_j = \frac{\sigma_j^2}{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}, \quad (23)$$

ここで、 σ_j は j 番目に大きい値を持つ特異値であり、 n は空間モードの総数である。式 (23) により算出した各モードの累積寄与率を図-3 に示す。上位 23 モードの使用により累積寄与率は 99% に達することから、より高次の空間モードに含まれる情報は無視できるとして、ここでは $r=23$ の空間モードにより次元削減を行うこととする。

(3) 津波波形予測

重みパラメータの事前分布 $p(\mathbf{w})$ の初期値として、平均 $\boldsymbol{\mu}_w = \mathbf{0}$ かつ共分散 $\boldsymbol{\Sigma}_w = 0.1^2 \mathbf{I}$ をパラメータとする多変量正規分布を設定する。この事前分布は、すべての学習シナリオの重みが $\mathbf{0}$ を中心として等しく分布し、

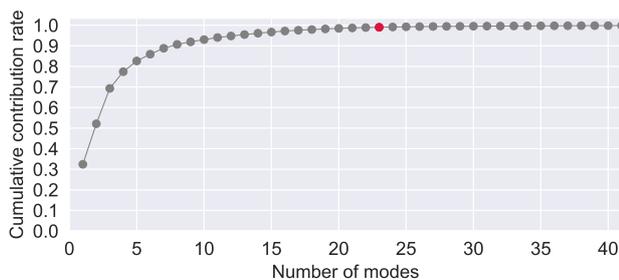


図-3 空間モードの累積寄与率

予測計算の開始時点では学習シナリオ間に優劣が存在しないことを意味している。これ以降の観測ステップにおいては、前ステップでの推定結果を事前分布として入力することで重みパラメータの推定を逐次的に更新する。

マグニチュード 9.1 のテストシナリオ (#2274) を対象とした Gauge A における津波波形の予測結果を図-4 に示す。予測は、それぞれ 2.5 min/10 min の観測情報に基づいて算定されており、比較のためにベイズ理論に基づく最尤津波シナリオ同定手法 [2] (以降既往手法とする) による結果も併記する。図から提案手法の予測精度は既往手法による手法と比較して優れていることに加え、2.5 min の観測時点で 3 hr の波形が概ね予測可能であることがわかる。また、予測値と真値に誤差が認められる箇所についても $\pm 1\sigma$ の信頼区間を参照することができ、確率論的手法に基づく信頼性の定量化が津波警報における判断材料になることがわかる。

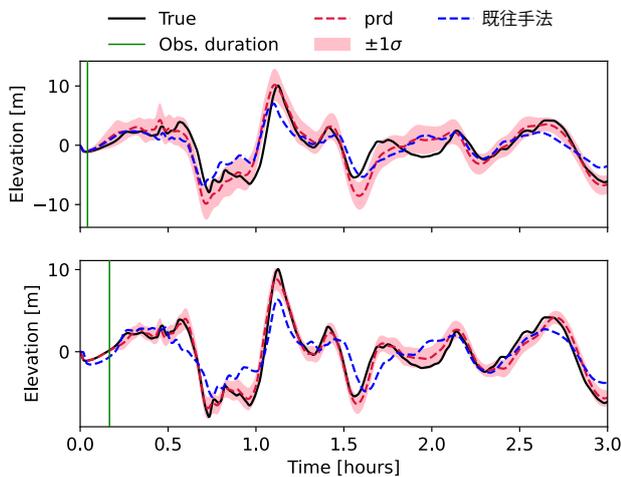


図-4 津波予測結果

図-5 は観測時間 10 min 時点において推定された全学習シナリオの重みパラメータ分布を示している。推定された重みパラメータは 0 を中心として対称的に分布する傾向が認められ、負領域の存在や 0 付近での重点的な検出は、重みパラメータの事前分布として正規分布を仮定したことに起因する。また、少数の比較的大きな重みを有するシナリオが検出されており、そのうち上位 4 件のシナリオについて地震マグニチュードと推定された重みの値を表-1 にまとめる。上位に検出さ

れる寄与度の高い学習シナリオは予測の対象と同一のマグニチュードを有していることが確認でき、提案手法によって少数の類似性の高いシナリオの合成により高精度な津波波形が生成されているといえる。

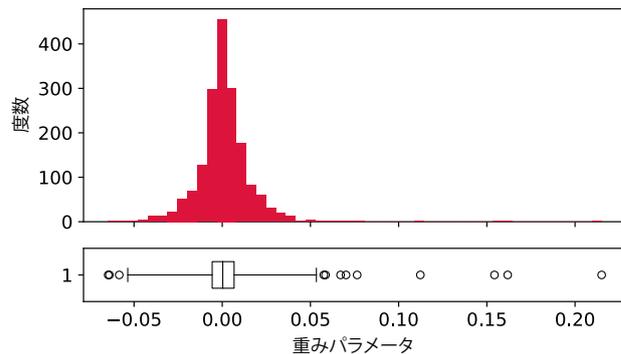


図-5 全学習シナリオの重みパラメータ分布

表-1 上位の学習シナリオと重みパラメータ

学習シナリオ	重み推定値
#2214 (Mw 9.1)	0.215
#2231 (Mw 9.1)	0.162
#2059 (Mw 9.1)	0.154
#2015 (Mw 9.1)	0.112

全 586 件のテストシナリオに対する予測性能評価のため、最大波高の観測値と予測値の比較を行う。図-6 は、各テストシナリオの Gauge A における最大波高の観測値を横軸に、10 min 時点での予測値を縦軸にプロットした散布図である。散布点が黒線付近に位置していることから、提案手法により地震マグニチュードにかかわらず正確な最大波高予測が可能であることが確認できる。

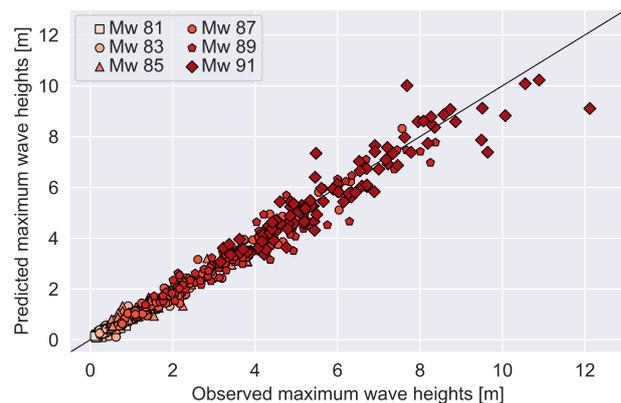


図-6 全テストシナリオに対する予測性能

4. まとめ

本研究ではベイズ推定に基づくシナリオ合成による新たな津波予測手法を提案した。提案手法では、観測データに基づいて各シナリオの重みパラメータを推定し、津波波高データを線形結合により重ね合わせるこ

とで予測波高を生成した。また、重みパラメータの推定ではベイズ理論を用いて確率変数として推定することにより、予測と同時にその信頼性の定量化を可能とした。南海トラフ地震・津波を対象とした検証例題では、従来の最尤津波シナリオ同定手法に対してより高精度な津波波形予測が可能であることに加え、地震の規模にかかわらず正確な津波予測が可能であることを例証した。

参考文献

- [1] J. Selva *et al.*, “Probabilistic tsunami forecasting for early warning,” *Nature Communications*, vol. 12, no. 1, p. 5677, 2021.
- [2] R. Nomura *et al.*, “Sequential bayesian update to detect the most likely tsunami scenario using observational wave sequences,” *Journal of Geophysical Research: Oceans*, vol. 127, no. 10, p. e2021JC018324, 2022.
- [3] A. R. Gusman *et al.*, “A methodology for near-field tsunami inundation forecasting: Application to the 2011 tohoku tsunami,” *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 119, no. 11, pp. 8186–8206, 2014.
- [4] A. Fauzi and N. Mizutani, “Machine learning algorithms for real-time tsunami inundation forecasting: a case study in nankai region,” *Pure and Applied Geophysics*, vol. 177, no. 3, pp. 1437–1450, 2020.
- [5] V. Klema and A. Laub, “The singular value decomposition: Its computation and some applications,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 25, no. 2, pp. 164–176, 1980.
- [6] G. Welch, G. Bishop, *et al.*, “An introduction to the kalman filter,” 1995.
- [7] A. Gelman *et al.*, *Bayesian Data Analysis*. CRC press, 2013.
- [8] I. Yoshida *et al.*, “Estimation of trend and random components of conditional random field using gaussian process regression,” *Computers and Geotechnics*, vol. 136, p. 104179, 2021.
- [9] G. P. Hayes *et al.*, “Slab2, a comprehensive subduction zone geometry model,” *Science*, vol. 362, no. 6410, pp. 58–61, 2018.
- [10] D. Melgar, “Mudpy,” 2020.
- [11] Clawpack Development Team, “Clawpack Version 5.8.0,” 2021.