

# 3 次元境界要素法による代表点を用いた音響散乱体の位置および形状の推定

Estimation of the position and shape of acoustic scatterers using representative points by the 3D boundary element method

杉原祐貴<sup>1)</sup> 高橋徹<sup>2)</sup> Cui Yi<sup>3)</sup> 松本敏郎<sup>4)</sup>

Yuki Sugihara, Toru Takahashi, Yi Cui, and Toshiro Matsumoto

<sup>1)</sup>名古屋大学大学院工学研究科, 大学院生 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町,

E-mail: sugihara.yuki.h3@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

<sup>2)</sup>博士 (工学), 名古屋大学大学院工学研究科, 准教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町,

E-mail: toru.takahashi@mae.nagoya-u.ac.jp)

<sup>3)</sup>Ph.D., 名古屋大学大学院工学研究科, 助教 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町,

E-mail: yi.cui@mae.nagoya-u.ac.jp)

<sup>4)</sup>博士 (工学), 名古屋大学大学院工学研究科, 教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町,

E-mail: t.matsumoto@nuem.nagoya-u.ac.jp)

We investigated an inverse problem method to estimate the position and shape of unknown scatterers in a three-dimensional infinite region from sound pressure data measured at observation points. In the previous study, we developed a two-step estimation method that estimate the positions and shapes sequentially in order to prevent self-crossing of scatterers. Instead, this study proposes a simultaneous method by introducing a representative point for every scatter and then by regarding the representative point as well as the control points as the design variables.

**Key Words :** Inverse analysis, Acoustics, Scattering problems, Boundary element method, Shape derivative, NURBS

## 1. 序論

自然界におけるコウモリの飛行 [1] に見られる、反射音から周囲物体の存在や位置を検出する行動は、エコーロケーションとして知られており、その応用として、例えばドローンの空中音響センシングの一方式として有望視されている [2]。また、ウェアラブルデバイスによる超音波のエコーロケーション技術を用いた視覚支援装置の開発が行われている [3]。本研究は、厳密な波動解析と数理最適化手法に基づく高精度なエコーロケーションの確立という観点に立って、未知の音響散乱体の位置と形状を推定する逆問題の数値解析手法の開発を先行研究 [4,5] に引き続き行う。

推定したい散乱体が推定の過程において極度に変形あるいは移動したりする場合、各散乱体が自己交差したり、散乱体同士が衝突をしてしまう可能性がある。これらを防ぐため、先行研究 [5] では、各散乱体の初期形状を定めた上で、それらの位置だけを最適化（大域推定）し、その後に高精度に位置と形状を最適化（局所推定）するといった二段階の推定手法の開発に取り組んだ。このような二段階推定は、自己交差や衝突を回避し易いだけでなく、大域推定によって局所最適解に陥ることを回避し易い。しかし、推定の度に音響散乱問題を精緻に実行する必要があるために、計算コストが高いという欠点がある。

そこで本研究では、各散乱体に代表点を設け、代表

点を起点とする散乱体上の位置を指す相対位置ベクトルを設ける。また、その代表点および相対位置ベクトル（実際には、代表点から散乱体の表面を NURBS パッチで覆う際に必要な有限個の制御点への相対位置ベクトル）を設計変数とする。そして、代表点の探索範囲は比較的広い範囲とし、相対位置ベクトルのそれは狭い範囲とすれば、散乱体の大まかな位置は代表点の位置によって決定され、同時に、散乱体の形状は相対位置ベクトルによって決定することができる、かつ極度な変形を伴わないので自己交差を未然に防ぐこともできると期待される。ただし、代表点の初期値の選択によっては、局所最適解に陥ってしまう恐れはある。

## 2. 逆問題の設定

3 次元内に存在する音響散乱体の位置および形状を、ある入射波  $u^{\text{in}}(\mathbf{x}, t)$  を入射したときに事前に設定した観測点  $\{\mathbf{z}_k\}_{k=0,1,\dots}$  において得られる音圧の時間波形  $\{f(\mathbf{z}_k, t)\}_{k=0,1,\dots}$  から求める逆問題を考える。求めたい散乱体の位置、形状および個数を仮定し、仮定した散乱体に対して同じ入射波を入射した際に同じ観測点で得られる音圧の時間波形を  $u(\mathbf{z}_k, t)$  と表す。このとき本逆問題は以下の目的関数  $\mathcal{J}$  を最小化することで求められると期待される。

$$\mathcal{J}(u) := \sum_k \int_0^T \frac{|u(\mathbf{z}_k, t) - f(\mathbf{z}_k, t)|^2}{2} dt \quad (1)$$

ここに、 $T$  は観測の最終時刻を表す。また、 $u$  は次式の 3 次元波動方程式の初期値境界値問題（非定常外部散乱問題）の解であるとする。

$$\text{支配方程式} \quad \nabla^2 u(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c^2} \ddot{u}(\mathbf{x}, t) \quad \mathbf{x} \in V, t > 0 \quad (2a)$$

$$\text{境界条件} \quad q(\mathbf{x}, t) = 0 \quad \mathbf{x} \in S, t > 0 \quad (2b)$$

$$\text{初期条件} \quad u(\mathbf{x}, 0) = u^{\text{in}}(\mathbf{x}, 0), \quad \dot{u}(\mathbf{x}, 0) = \dot{u}^{\text{in}}(\mathbf{x}, 0) \quad \mathbf{x} \in V \quad (2c)$$

$$\text{放射条件} \quad u(\mathbf{x}, t) \rightarrow u^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) \quad |\mathbf{x}| \rightarrow \infty, t > 0 \quad (2d)$$

ここに、 $V$  は散乱体群を取り囲む無限大の音場（図 1）、 $S$  は散乱体群の表面 ( $S := \partial V$ )、 $c$  は領域  $V$  における音速、 $\dot{\cdot}$  は時間微分、 $\mathbf{n}$  は領域  $V$  の単位外向き法線を表し、 $q := \frac{\partial u}{\partial n}$  である。式 (2) で表される初期値境界値問題は先行研究で開発した高速時間領域境界要素法 (TDBEM) [7,8] によって数値的に解くものとする。

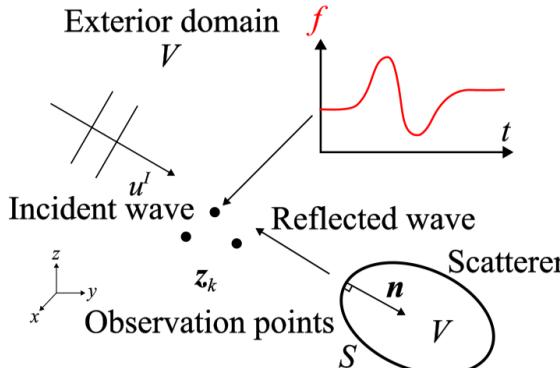


図-1 問題構成

### 3. 代表点を用いた最適化

序論で述べたように、散乱体を表現する NURBS パッチの制御点の移動量を大きく設定すると、散乱体の自己交差や衝突が起こりうる。そのため、制御点を代表点によって表現することで、散乱体の自己交差や衝突を防ぐ。

#### (1) 代表点の導入

先行研究 [6] では散乱体の表面上の点  $\mathbf{x}$  を以下のように表す。

$$\mathbf{x}(\alpha, \beta) = \sum_{v=1}^n R_v(\alpha, \beta) \mathbf{p}_v$$

ここに、 $R_v$  は基底関数、 $\alpha, \beta$  は曲線パラメータ、 $\mathbf{p}_v$  は全ての NURBS パッチの（重複を除いた）制御点を表す。ここで制御点を表現する代表点  $\mathbf{g}$  を導入すると散

乱体の表面上の点  $\mathbf{x}$  は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\alpha, \beta) &= \sum_{v=1}^n R_v(\alpha, \beta) (\mathbf{c}_v + \mathbf{g}) \\ &= \sum_{v=1}^n R_v \mathbf{c}_v + \sum_{v=1}^n R_v \mathbf{g} \\ &= \sum_{v=1}^n R_v \mathbf{c}_v + \mathbf{g} \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 $\mathbf{c}_v$  は代表点から各制御点へ向かうベクトル、 $\mathbf{g}$  は原点から代表点へ向かうベクトルである。また、最後の等式変形においては NURBS 基底の partition of unity  $\sum_{v=1}^n R_v = 1$  を用いた。

#### (2) 離散化された形状導関数

式 (3) で表される散乱体の表面上の点  $\mathbf{y}$  とその摂動後の点  $\tilde{\mathbf{y}}$  との差  $\delta \mathbf{v}$  は以下のように表すことができる。

$$\delta \mathbf{v} = \tilde{\mathbf{x}}(\alpha, \beta) - \mathbf{x}(\alpha, \beta) = \sum_{v=1}^n R_v \delta \mathbf{c}_v + \delta \mathbf{g}$$

ここに、 $\delta \mathbf{c}_v := \tilde{\mathbf{c}}_v - \mathbf{c}_v$  は  $\mathbf{c}_v$  の摂動量であり、 $\delta \mathbf{g} := \tilde{\mathbf{g}} - \mathbf{g}$  は  $\mathbf{g}$  の摂動量である。先行研究 [6] で求められた形状導関数を用いると、式 (1) に対して摂動後の音圧  $\tilde{u}$  での目的関数  $\mathcal{J}(\tilde{u})$  は以下のようにになる。

$$\mathcal{J}(\tilde{u}) = \mathcal{J}(u) + \sum_{v=1}^n \mathbf{d}_v \cdot \delta \mathbf{c}_v + \mathbf{h} \cdot \delta \mathbf{g} + O(\varepsilon^2) \quad (4)$$

ここに  $\mathbf{d}_v$  は  $\mathbf{c}_v$  に関する離散化された形状導関数であり、以下のように表すことができる。

$$\mathbf{d}_v := \int_0^T \int_S \left( \frac{1}{c^2} \dot{u} \lambda - \nabla_s u \cdot \nabla_s \lambda \right) R_v \mathbf{n} dS dt$$

また  $\mathbf{h}$  は  $\mathbf{g}$  に関する離散化された感度であり、以下のように表すことができる。

$$\mathbf{h} := \int_0^T \int_S \left( \frac{1}{c^2} \dot{u} \lambda - \nabla_s u \cdot \nabla_s \lambda \right) \mathbf{n} dS dt$$

式 (4) より、代表点を用いた最適化では、NURBS パッチの制御点に代表点を設計変数とする、したがって設計変数の総数は  $3(n+1)$  個となる。式 (4) は上記の形状感度が目的関数の勾配に相当することを表しているので、先行研究 [6] と同じく、準 Newton 法に準じた非線形最適化手法を適用することによって設計変数の探索が可能となる。

### 4. 数値計算

本章では提案手法である代表点を用いた散乱体の位置および形状の推定に取り組む。なお、比較として代表点を用いる場合と、代表点を用いずに制御点のベクトルを絶対座標で表す場合の 2 種類の最適化を行う。

#### (1) 問題設定

推定したい散乱体の真の形状（以下、目的形状と呼ぶ）は、一辺  $L^*$  が 0.5 の立方体として、中心は  $\mathbf{c} :=$

(0.8, 1.2, 0.7) とする。また散乱体の初期形状として半径 0.3 の球として、中心は  $\mathbf{c}_0 := (0.5, 1.0, 1.0)$  とする。

入射波として、 $-x, -y, -z$  の 3 方向から次の正弦波状平面波パルスを入射する。

$$u^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda} (x - ct) \right) \right] + \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda} (y - c(t - 0.25)) \right) \right] + \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda} (z - c(t - 0.5)) \right) \right]$$

ここに、波速  $c = 1$ 、パルス長さ  $\Lambda = 0.5$  であり、 $\cos(x)$  は次のようなパルス状の三角関数である：

$$\cos x = \begin{cases} \cos x & (0 \leq x \leq 2\pi) \\ 1 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

また、観測点は図 2 に示す 6 点とし、散乱体を構成する制御点の個数は 488 個とする。また、代表点は初期形状の散乱体の重心に配置する。

次に、目的関数  $\mathcal{J}$  の最小化に用いる最適化ソルバーとして NLOpt パッケージ [9] の逐次最小二乗法 (SLSQP) を用いた。目的関数の収束判定としては、目的関数の相対変化が  $10^{-3}$  以下とした。制御点の初期位置からの変動量は、代表点を用いる場合は  $x, y, z$  方向それぞれ  $\pm 0.10$ 、代表点を用いない場合は  $x, y, z$  座標それぞれ 0.1 から 1.9 の範囲とした。また代表点の初期位置からの変動量は  $x$  軸が  $0.0 \sim 1.0$ 、 $y, z$  軸が  $\pm 0.5$  とした。

TDBEM の設定として、時間ステップ幅  $\Delta t$  は 0.02、時間ステップ数は 200 (このとき、最終時刻  $T = 3.98$ ) とし、高速 TDBEM [7,8] の精度パラメータである空間と時間の補間点数は共に 8 とした。

## (2) 結果

本研究が提案する代表点を用いた場合に得られた目的関数の推移を図 3 に示す。また、最適形状を図 4 に、最適形状における観測点  $z_0$  での音圧波形を図 5 に示す。代表点  $g$  の最終座標は  $(0.80, 1.18, 0.72)$  であり、目的形状の中心点  $(0.8, 1.2, 0.7)$  に概ね一致している。また、最終形状は正解である立方体とは言い切れないが、概ね良く推定できている。

一方、代表点を用いない場合、目的関数の履歴を図 6 に示す。目的関数は発散してしまった。これは散乱体が自己交差したためであり、そのような場合の境界要素解析は物理的に無意味であり、その結果から算出される目的関数値も意味をなさない。図 8 は目的関数が最も大きく発散した 16 ステップにおける形状を示しており、確かに自己交差していることがわかる。しかし、形状最適化は収束し、最終形状は図 7 のようになった。

以上より、本研究が提案する代表点を用いた推定手法の有用性が確認できた。

## 5. 結論

本研究では、事前に観測点で計測した音圧データを基に未知の音響散乱体の位置と形状を推定するという逆問題に取り組んだ。推定の手法としては、先行研究 [5]

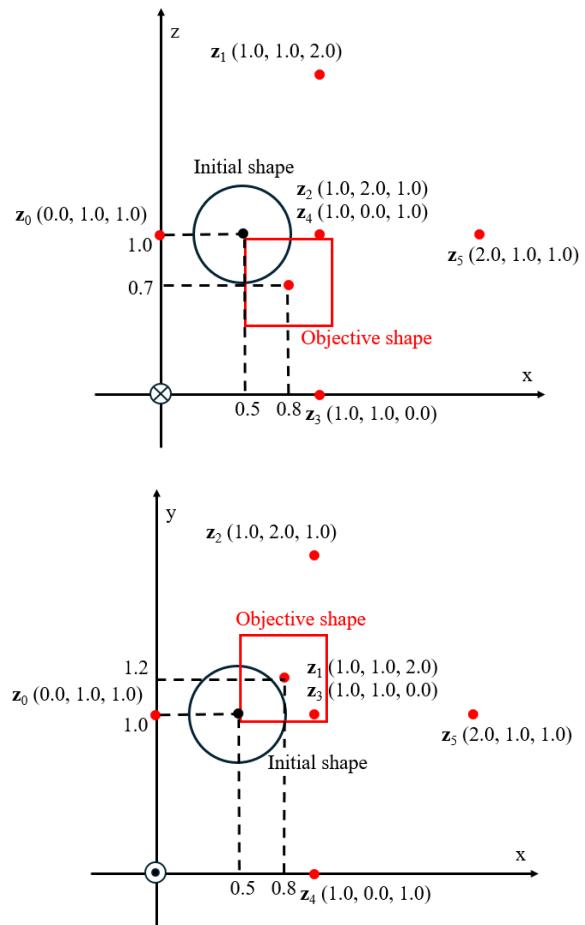


図-2 形状推定における問題設定

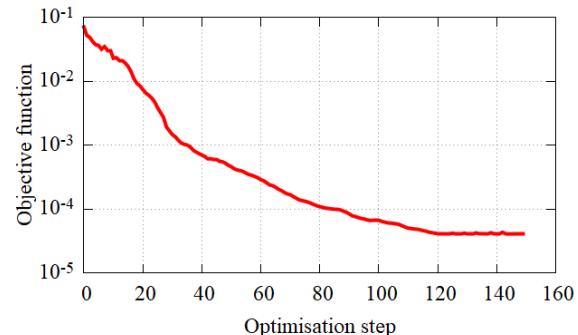


図-3 目的関数の推移

の課題であった位置および形状の同時最適化を、代表点を用いて散乱体を構成する制御点を相対的に変動させる手法の開発によって行った。代表点を用いた場合の散乱体の位置と形状の推定の数値計算結果は良好であり、本手法の有用性が示された。

今後の課題としては、複数の代表点を用いて散乱体の制御点を表現する手法を開発し、その手法を用いた散乱体の位置および形状の推定に取り組む。本研究では散乱体の代表点を 1 点と定めたが、複数の代表点を用いて散乱体の制御点を表現することができれば、より複雑な形状の推定が実行できると考えられる。

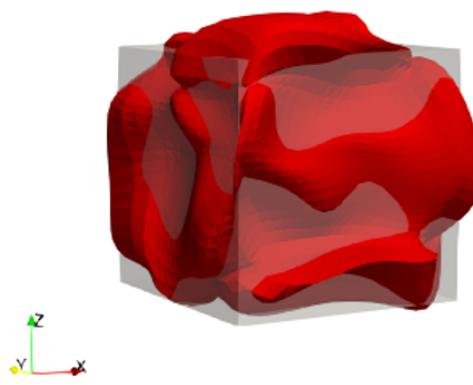


図-4 最適形状；灰色の立方体は正解とする散乱体を表す

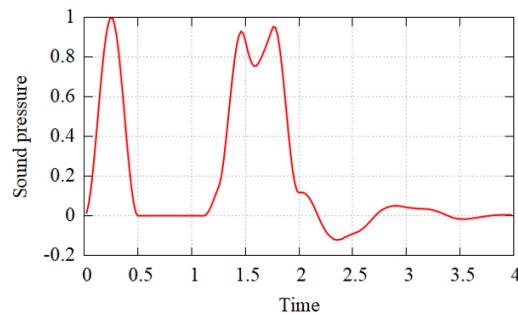
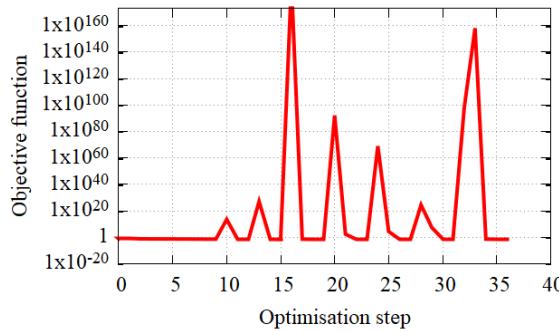
図-5 最適形状における観測点  $z_0$  での音圧波形

図-6 目的関数の推移（代表点を用いない場合）

謝辞: 本研究の一部は科研費 (JP21H03454) の助成による。記して感謝する。

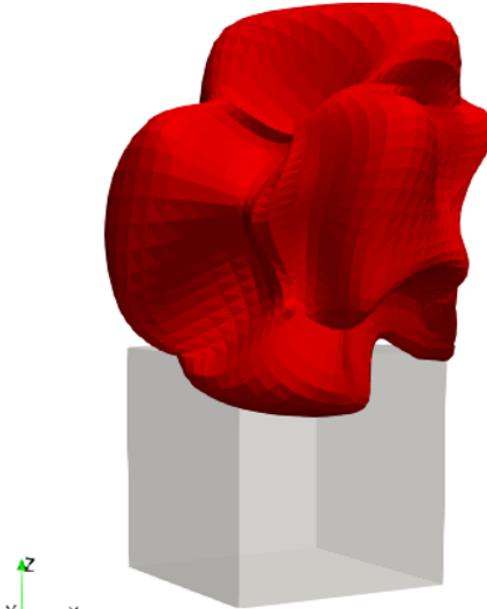


図-7 最適形状（代表点を用いない場合）

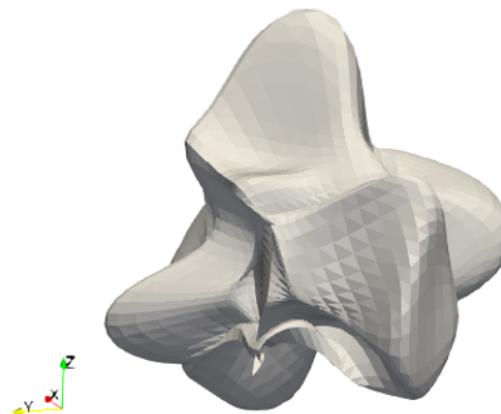


図-8 散乱体が自己交差したときの形状

#### 参考文献

- [1] 角谷 美和, 蘆原 郁, 飛龍 志津子: 生物に学ぶヒューマンエコーロケーションの世界, 日本音響学会誌, Vol.77, pp.192–198, 2021
- [2] 山田 恭史, 飛龍 志津子: コウモリのエコーロケーションとその応用技術, 日本音響学会誌, Vol.76, pp.285–290, 2020
- [3] 渡邊 拓貴, 角谷 美和, 寺田 努: 人と機械による協調型エコーロケーションの提案, インタラクション 2022 論文集, pp.115-124, 2022
- [4] 杉原 祐貴, 高橋 徹, Cui Yi, 松本 敏郎: 3次元高速時間領域境界要素法を用いた音響散乱体の位置および形状の推定に関する逆解析, 計算工学講演会論文集, Vol.28, E-05-06, 2023.
- [5] 杉原 祐貴, 高橋 徹, Cui Yi, 松本 敏郎: 境界要素法による音響散乱体の位置および形状の逐次的推定手法

の開発, 日本機械学会計算力学講演会論文集, Vol.36,  
ROMBUNNO.OS-2505,2023

- [6] T. Takahashi, N. Miyazawa, M. Tanigawa: A three-dimensional shape optimization for transient acoustic scattering problems using the time-domain boundary element method, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.124, pp.482–512, 2023.
- [7] T. Takahashi: An interpolation-based fast-multipole accelerated boundary integral equation method for the three-dimensional wave equation, Journal of Computational Physics, Vol.258, pp.809–832, 2014.
- [8] T. Takahashi, M. Tanigawa, N. Miyazawa: An enhancement of the fast time-domain boundary element method for the three-dimensional wave equation, Computer Physics Communications, Vol.271, 108229, 2022.
- [9] S. Johnson, The NLOpt nonlinear-optimization package: <http://github.com/stevengj/nlopt>.