

# 非定常音場における トポロジー導関数を用いた遮音壁の最適設計

Optimizing Designs of Sound Barriers  
Using Topological Derivative Function in an Unsteady Acoustic Field

大槻崇翔<sup>1)</sup> 吉川仁<sup>2)</sup>  
Shuto Otsuki and Hitoshi Yoshikawa

<sup>1)</sup>京都大学大学院 情報学研究科（〒 606-8501 京都市左京区吉田本町, E-mail:otsuki@acs.i.kyoto-u.ac.jp）

<sup>2)</sup>京都大学大学院 総合生存学館 特定教授（〒 606-8306 京都市左京区吉田中阿達町 1, E-mail: yoshikawa.hitoshi.5u@kyoto-u.ac.jp）

This paper considers the problem of determining the shape of a sound barrier using the topological derivatives of cracks. The sound barrier is regarded as a crack in a 2D wave problem and the crack shape is found as the minimizer of the cost function consisting of the sound pressure at some observation points. The optimal shape of the upper part of the sound barrier is determined by solving the two-dimensional crack determination problem.

**Key Words :** Topology Optimization, Boundary Integral Equation Method (BIEM)

## 1. 序論

本論文では、遮音壁を2次元スカラー波動場のクラックとみなすことで、トポロジー導関数[1][2]を適用し、遮音壁の最適な形状を決定する。

遮音壁のトポロジー導関数を用いた最適設計の手順は以下の通りである。はじめに、遮音壁を波動散乱問題におけるクラックとみなしたモデル化を行う。つぎに、遮音壁の外側の観測点での音圧の時間変動からなる目的汎関数を定義し、遮音壁付近の内点に微小なクラックが発生したときの目的汎関数の変化率で定義されるトポロジー導関数を導入する。遮音壁上部の複数の点におけるトポロジー導関数の値を計算し、目的汎関数が最小となるような遮音壁の形状を見つける。

## 2. 遮音壁設計のモデル化

高速道路等で用いられている遮音壁をモデル化する場合、3次元問題を考える必要がある。しかしながら、遮音壁が車線軸方向に非常に長く、自動車等が連続的に走行していると仮定すると、音源である自動車を点波源とみなす2次元問題とを考えることができる。具体的には、地面を境界、遮音壁をクラックとみなすことで、遮音壁の存在する空間をモデル化する。

### (1) 問題設定

クラック $\Gamma$ をもつ半無限2次元スカラー波動場 $\Omega$ における次の初期値境界値問題を考える。

$$\begin{cases} \Delta u(\mathbf{x}, t) - c^2 \ddot{u}(\mathbf{x}, t) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S) u_S(t) & (\mathbf{x} \in \Omega \setminus \Gamma, 0 < t) \\ u(\mathbf{x}, 0) = \dot{u}(\mathbf{x}, 0) = 0 & (\mathbf{x} \in \Omega \setminus \Gamma) \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{x}, t) = 0 & (\mathbf{x} \in \partial \Omega, 0 < t) \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}^\pm}(\mathbf{x}, t) = 0 & (\mathbf{x} \in \Gamma^\pm, 0 < t) \end{cases} \quad (1)$$

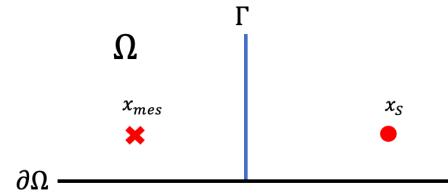


図-1 半無限領域での波動散乱場

ここに、 $\Omega = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2) | x_2 > 0\}$ 、 $\partial\Omega$  は $\Omega$  の境界、 $c$  は波速、 $\mathbf{n}^\pm$  はクラック $\Gamma$  の+側、-側の法線ベクトル、 $u_S(t)$  は既知関数である。

## 3. トポロジー導関数

複数の観測点を $\mathbf{x}_{mes}^i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) とし、クラックの形状が $\Gamma$ である場合の観測点での音圧 $u(\mathbf{x}_{mes}, t; \Gamma)$ を用いて、目的汎関数 $J$ を次式で導入する。

$$J(\Gamma) = \sum_{i=1}^M \int_0^T \{u(\mathbf{x}_{mes}^i, t; \Gamma)\}^2 dt \quad (2)$$

目的汎関数 $J(\Gamma)$ を最小とする $\Gamma$ の形状を求める目的是とする。

### (1) トポロジー導関数の定義

考える領域 $\Omega \setminus \Gamma$ の内点 $\mathbf{x}$ に法線 $\mathbf{m}$ の向き、大きさ $\varepsilon$ の微小な直線クラック $\Gamma_\varepsilon$ を発生させる。このときの式(2)の目的汎関数 $J$ の変化率をクラックのトポロジー導関数、

$$\mathcal{T}(\mathbf{x}, \mathbf{m}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon^2} \{J(\Gamma \cup \Gamma_\varepsilon) - J(\Gamma)\} \quad (3)$$

と定義する。

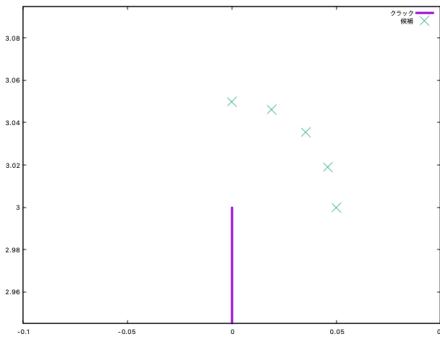


図-2 トポロジー導関数の計算を行う点 (1step 目)

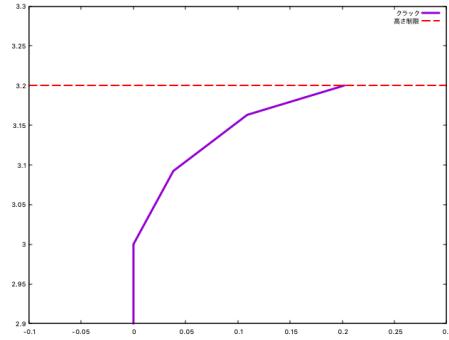


図-3 3step 終了後のクラックの先端

## (2) トポロジー導関数

トポロジー導関数は、

$$\mathcal{T}(\mathbf{x}, \mathbf{m}) = \int_0^T \hat{u}_{,i}(\mathbf{x}, T-t) B_{ij} u_{,j}(\mathbf{x}, t) dt \quad (4)$$

$$B = \pi \mathbf{m} \otimes \mathbf{m} \quad (5)$$

で求まる [2]. また、 $\hat{u}$  は次の随伴問題の解である.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \hat{u}(\mathbf{x}, t) - c^2 \ddot{\hat{u}}(\mathbf{x}, t) = - \sum_{i=1}^M \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{mes}}^i) u(\mathbf{x}_{\text{mes}}^i, T-t) \\ (\mathbf{x} \in \Omega \setminus \Gamma, 0 < t) \\ \dot{\hat{u}}(\mathbf{x}, 0) = \dot{u}(\mathbf{x}, 0) = 0 \\ (\mathbf{x} \in \Omega \setminus \Gamma) \\ \frac{\partial \hat{u}}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{x}, t) = 0 \\ (\mathbf{x} \in \partial \Omega, 0 < t) \\ \frac{\partial \hat{u}^\pm}{\partial \mathbf{n}^\pm}(\mathbf{x}, t) = 0 \\ (\mathbf{x} \in \Gamma^\pm, 0 < t) \end{array} \right. \quad (6)$$

## 4. 数値計算結果

遮音壁の上部の形状の決定を試みる. 点音源を  $\mathbf{x}_S = (2.5, 0.5)$ , 観測点を  $\mathbf{x}_{\text{mes}} = (-2.5, 1.6)$  とする. 長さの単位はメートルである. また, 遮音壁は

$$\Gamma = \{\mathbf{x} | x_1 = 0, 0.0 \leq x_2 \leq 3.0\} \quad (7)$$

とする. 点音源から入力する波は, 1kHz の波で,

$$u_S(t) = 10(1 - \cos \lambda t), \quad t > 0 \quad (8)$$

とする. ここに,  $\lambda = 2\pi \times 10^3$  である. 波速は  $c = 340 \text{ m/s}$  とする. 計算は以下の 3step で終了することとする.

1step では, クラックの先端の座標  $(0.0, 3.0)$  を中心とする半径  $5.0 \times 10^{-2}$  の四半円の弧上を 5 分割する点でトポロジー導関数の計算を行う. (図-2) トポロジー導関数を計算する点を候補点と呼ぶ.

トポロジー導関数の値が 0 より小さい座標, 方向にクラックを発生させれば, 目的汎関数の値が減少する. つまり, 候補点の中からトポロジー導関数の値が最小で 0 より小さい点を選択すると, 目的汎関数の値は最も減少する. 5 つの候補点のうちトポロジー導関数の値が最小で 0 より小さい点の方向へ長さ 0.10 だけクラックを延長する.

2step も 1step と同様にトポロジー導関数を計算する. 候補点は, 1step 目で延長したクラックの先端の座標を中心とする半径  $5.0 \times 10^{-2}$  の四半円の弧上の 5 点とする.

3step では, 高さ制限を設け, その高さを 3.2 とする. 例えば, 1step, 2step で真上へ延長した場合, すでにクラックの先端は高さ 3.2 に到達しているため, 3step では真横に延長することしかできない. 候補点は, 高さ制限 3.2 までの 2step 目で延長したクラックの先端の座標を中心とする半径  $5.0 \times 10^{-2}$  の四半円の弧上の 5 分割点に加え, その弧上で高さがちょうど高さ制限の 3.2 である点とする. この高さ制限のもとで, トポロジー導関数を用いて目的汎関数の値が最小となるクラックの先端の延長を決定する.

3step 終了後, 目的汎関数の値が最小となったクラックの先端の形状は図-3 に示す通りである. また, 目的汎関数の値を表-1 に示す.

表-1 目的汎関数の値

	目的汎関数 $J$
延長なし	16.311
最適形状 (図-3)	15.252

## 5. 結論

トポロジー導関数を用いて目的汎関数の値を最小とする遮音壁先端の形状を決定した. 決定された遮音壁の形状は, 実際に使用されているものに近い形状であった. 本論文では, 候補点を四半円の弧を 5 分割したが, さらに多く分割することで精度の高い形状を決定できる. また, 観測点を増やしていくことでもさらに良い精度の高い形状を決定できると考えられる. 今後の課題として遮音壁先端の形状だけでなく, 遮音壁の車道側の表面の構造を決定することが挙げられる.

## 参考文献

- [1] ellis, C. and Bonnet, M.: Qualitative identification of cracks using 3D transient elastodynamic topological derivative: formulation and FE implementation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.253, 1, pp.89–105, 2013.
- [2] 服部潤也, 吉川仁: 2 次元錯乱波動場におけるトポロジー導関数を用いた様々なクラックの決定解析, 応用力学論文集 Vol.20(特集), p.255-262, 2017.