

気泡力学を考慮した超音波造影剤の散乱シミュレーション

Numerical study of Sound Scattering from Ultrasound Contrast Agents

杉田直広¹⁾, 丸山泰蔵²⁾, An Junseok³⁾, 進士忠彦⁴⁾

Naohiro Sugita, Taizo Maruyama, Junseok An and Tadahiko Shinshi

1) 博(工) 東京工業大学 助教 (〒226-8501 神奈川県横浜市緑区長津田町4259, E-mail: sugita.n.aa@m.titech.ac.jp)

2) 博(工) 東京工業大学 准教授 (〒152-8550 東京都目黒区大岡山2-12-1, E-mail: maruyama.taizo@m.titech.ac.jp)

3) 東京工業大学 大学院生 (〒226-8501 神奈川県横浜市緑区長津田町4259, E-mail: an.j.ax@m.titech.ac.jp)

4) 博(工) 東京工業大学 教授 (〒226-8501 神奈川県横浜市緑区長津田町4259, E-mail: shinshi.t.ab@m.titech.ac.jp)

This paper presents a numerical method for simulating the sound scattering of a bubble cloud under ultrasound irradiation. The modelling of oscillation and following sound scattering from a bubble cloud can be employed in medical diagnoses and therapies. The bubble cloud dynamic model is formulated in the framework of the boundary integral equation, coupled with dynamic and kinetic boundary conditions on bubble surfaces. For a monodisperse bubble cloud with an equilibrium radius of 1 μm . It was demonstrated that the resonance peak frequencies coincide with the real part of eigenvalues.

Key Words : Ultrasound, Bubble oscillation, Modal analysis, Open-region scattering problem

1. 緒言

直径が数 μm の微小気泡に超音波を照射すると、音波の圧力変動に伴って気泡の体積が膨張と収縮を繰り返す振動（体積振動）が生じる。体積振動する気泡は点音源のように周囲に音響放射圧を生じる。この現象を利用することでマイクロバブルを超音波造影剤として用いることができる[1]。従来、超音波造影剤はその呼び名のとおり超音波診断に用いられるが、気泡の振動による機械的刺激や温熱効果を利用した治療技術にも応用されている[2]。

体内では多数の気泡が集団となって気泡クラウドを形成し、クラウド内では音響放射によって個々の気泡の体積振動が相互に連成する。すなわち、気泡クラウドは開領域における複素固有モードが存在し、それらの振動応答が気泡クラウドの音響散乱や発熱を決定する重要な役割を果たす。

本発表では、気泡クラウドの散乱解析手法を示し、複素固有値と周波数応答の比較からクラウドの共振周波数の予測可能性を考察する。

2. 運動方程式

図-1に気泡クラウドの解析モデルを示す。領域 V 中の任意の位置に $N = n_x \times n_z$ 個の球形気泡を2次元格子状に配置する。気泡径は音波波長に比べて十分小さく、気泡壁 $S_b^{(k)}$ 上の圧力は一様であると仮定する。 $\partial V = \sum S_b^{(k)}$ に関するグリーンの定理より、ヘルムホルツ方程式の境界積分方程式が次式で得られる。

$$\frac{1}{2}p_b^{(j)} = p_{inc}^{(k)} + \sum_{i=1}^N q_b^{(i)} A_{jk} - \sum_{i=1}^N p_b^{(i)} B_{jk} \quad (1)$$

ここで、 $p_b^{(k)}$ は気泡壁面の液体圧力、 $q_b^{(k)}$ は圧力の法線方向勾配、 A_{jk} および B_{jk} はグリーン関数 $G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp(i\omega r/$

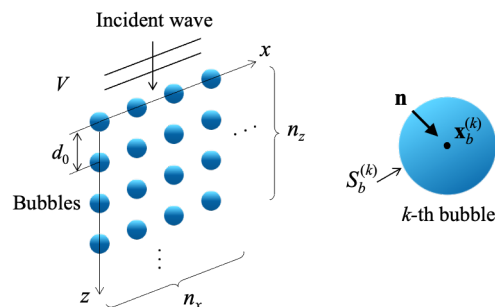


図-1 気泡クラウドの散乱解析モデル

$c)/(4\pi r)$ により計算される係数行列である。入射音波を平面波とすると、 k 番目の気泡位置 \mathbf{x}_k における音波音圧 $p_{inc}^{(k)}$ は次式で与えられる。

$$p_{inc}^{(k)} = p_a e^{i\mathbf{x}_k \cdot \mathbf{k}} \quad (2)$$

p_a は入射音波の音圧振幅、 $\mathbf{k} = (\omega/c)\mathbf{v}_{inc}$ は入射音波の進行方向の波数ベクトルである。気泡壁面における境界条件は次の2式で与えられる。

$$p_b^{(k)}(\omega) = \rho \omega_{nk}^2 R_{0k}^2 X_k(\omega) - 4i\omega \mu_k X_k(\omega) \quad (2)$$

$$q_b^{(k)}(\omega) = \rho \omega^2 R_{0k} X_k(\omega) \quad (3)$$

ここで、 i は虚数単位、 R_{0k} 、 ω_{nk} 、 $\mu_k = \rho R_{0k}^3 \omega_k^2 / (4c)$ はそれぞれ k 番目の気泡の平衡半径、固有角周波数および等価粘性係数、 ω は周波数である。式(2)では液体の粘性減衰、気泡壁上の熱伝導による熱減衰は無視している。 X_k は気泡径を $R_k(t) = R_{0k}(1 + x_k)$ とした場合の変位 $x_k(t)$ のフーリ

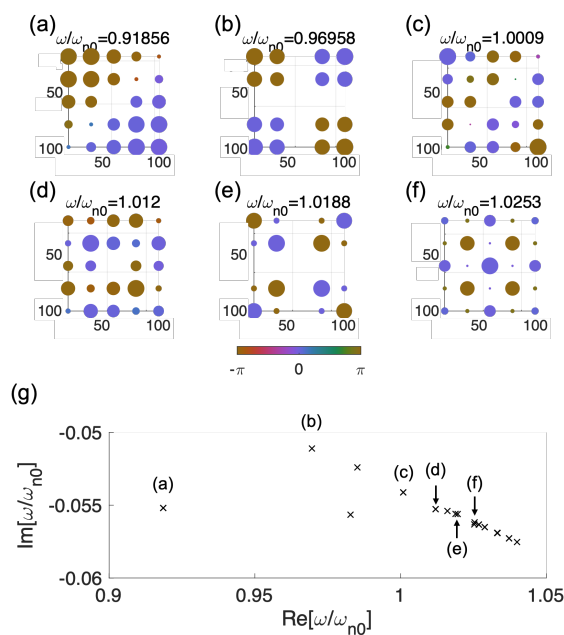


図-2 複素固有値とモード形状

変換である。式(2), 式(3)を式(1)に代入することにより, 気泡振動変位 $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)^T$ に関する運動方程式が得られる[3,4].

$$[\rho \Gamma^2 \Omega_n^2 - 4i\omega \boldsymbol{\mu} - \rho \omega^2 \Gamma \mathbf{A}(\omega)] \mathbf{X}(\omega) = \mathbf{p}_{inc}(\omega) \quad (4)$$

ここで, $\Gamma = \text{diag}(R_{01}, \dots, R_{0N})$, $\Omega_n = \text{diag}(\omega_{n1}, \dots, \omega_{nN})$, $\boldsymbol{\mu} = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_N)$ である。

3. 解析結果

(1) 固有モード

式(4)において $\mathbf{p}_{inc}(\omega) = \mathbf{0}$ とし, 複素周波数 ω に関する非線形固有値問題を解くことにより, 気泡クラウドの固有振動モードが求められる。図-2に $R_{0k} = 1 \mu\text{m}$ ($k = 1, 2, \dots, N$), 気泡数 $N=25$, 気泡間距離 $d_0 = 20R_{0k}$ の単分散気泡クラウドの固有モードを示す。図-2(a-f)に示す固有値は単一気泡の固有周波数 ω_{n0} で規格化されており, 図-2(g)の横軸が規格化された固有周波数, 縦軸が減衰を表す。気泡クラウドの低次モードでは, 慣性力の増大によって固有周波数が単一気泡よりも低下する。高次モードの固有周波数は, $\omega/\omega_{n0} = 1$ 付近に集中して分布し, クラウド密度が低下するほどその傾向は顕著になる。

(2) 周波数応答

気泡変位 $\mathbf{X}(\omega)$ から計算した音響強度の共振曲線と共振ピークにおける振動応答を図-3に示す。入射ベクトルは $\mathbf{v}_{inc} = (\cos(\pi/2), 0, \sin(\pi/2))^T$ あり, 入射音波はクラウドの対角線方向に進行している。応答曲線の色付け範囲は音響強度の最大最小を意味し, 垂直線は固有モードの周波数を表す。共振ピークの周波数は固有値の実部によく一致しており, それぞれの固有モードに対応する振動応

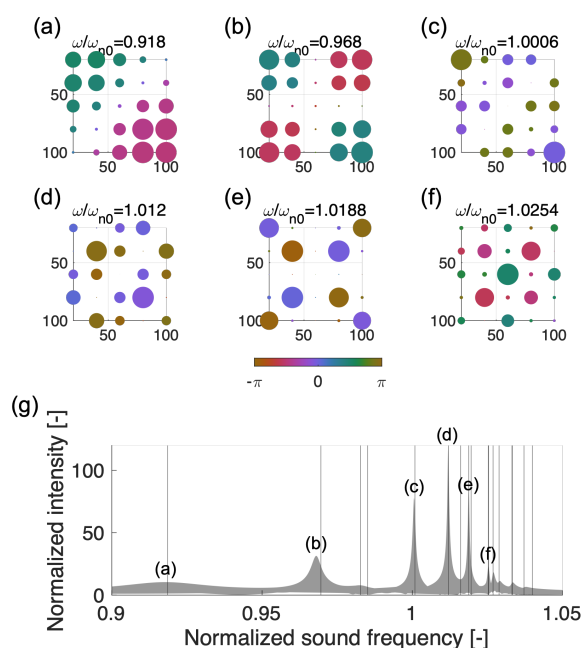


図-3 散乱強度の周波数応答

答が励振されている。低次モードのQ値は極端に小さく, $\omega/\omega_{n0} = 1$ 周辺に急峻なピークが現れる。共振周波数は固有値解析の結果から予測可能だが, 開領域問題に由来する減衰効果は, 今後さらに詳細な検討が必要と言える。これらの基本的な挙動に加え, クラウド密度が低下した場合には, 連成効果が低下することで $\omega/\omega_{n0} = 1$ 以外の共振ピークが消失する。

4. 結言

気泡壁面に関する境界積分方程式の定式化により, 気泡クラウドに含まれる個々の気泡の振動解析が可能となる。開領域系の固有値から気泡クラウド散乱の共振周波数が予測され, その振動応答は固有振動モードに一致する。今後, 入射波の波形・方向の影響, 気泡径分布を考慮し, 気泡クラウドの有効利用を目指す。

参考文献

- [1] 鈴木亮, et al.: 微小気泡を利用した超音波診断・治療システムの構築, Thermal Medicine, Vol.29, pp.37-46, 2013.
- [2] Martin, K. H., and Paul A.D.: Current status and prospects for microbubbles in ultrasound theranostics, Wiley Interdiscip. Rev.: Nanomed. Nanobiotechnology, Vol.5, pp.329-345, 2013.
- [3] Ooi, A. et al.: Analysis of time delay effects on a linear bubble chain system, J Acoust Soc Am, Vol.124, pp.815-826, 2008.
- [4] Feuillade, C.: Scattering from collective modes of air bubbles in water and the physical mechanism of superresonances, J Acoust Soc Am, Vol.98, pp.1178-1190, 1995.