

(キーノート講演) 災害低減への 計算折紙工学からのアプローチ

(Keynote lecture) Computational Origami Engineering Approach to Disaster Reduction

萩原 一郎¹⁾

Ichiro Hagiwara

工博 明治大学 研究特別教授 (〒101-8301 東京都千代田区神田駿河台1-1)

E-mail:ihagi@meiji.ac.jp

We have yet to see an example of origami structure being actively used for disaster reduction. However, because some origami structures are lightweight and have high strength and rigidity and some origami structures have excellent energy absorption properties, we state that origami structures should be actively used for disaster reduction. The structure consists of column and panel. The former column structure has the reversed spiral origami structure(RSO), reversed torsional origami structure(RTO) and origami-type hydraulic damper that utilize advantage of the unique foldability of origami structure. And the latter panel structure consists of honeycomb core, octet truss core, cubic core and kirigami honeycomb core that realize the light and rigid characteristics unique to origami structure. Here, firstly, it is described the reasons why these origami structures have been developed and secondly, it is discussed how these origami structures are useful for disaster reduction.

Key Words : Reversed spiral origami structure, Reversed torsional origami structure, Origami-type hydraulic damper, Honeycomb core, Octet truss core, Cubic core, Kirigami honeycomb panel

1. はじめに

折紙構造を建築構造に適用することは、折紙構造の、①展開収縮が可能、②折ると強度剛性が高くなる、のいずれかを利用することになる。さて構造物は柱構造とパネル構造から成る。前者の柱構造には、折紙構造の①の展開収縮能を利用した反転螺旋折紙構造(以下, RSO), 反転捩り折紙構造(以下, RTO), 折紙型油圧ダンパーを、パネル構造には、折紙構造の②の強化機能をコア構造の構築で実現した、ハニカムコア、オクテット型トラス構造(以下, トラス構造), キュービックコア構造, 切り紙ハニカムパネルについて、題記の可能性について述べる。

2. 折紙柱構造の誕生の経緯とその特徴

(1) 反転螺旋折紙構造(以下, RSO)

図1に示すRSOについて本稿で議論ができる程度に整理する。展開図を元に三次元構造を得るには、左右端の形状が一致する必要がある。その条件から図1(a)に示される角度 α は π/n となる[1]。ここで n は展開図で繰り返される平行四辺形の数で、図1の場合は、 $n=12$ で三次元構造は12角形で $\alpha=15$ 度となる。ここで同図(a)の三角形 $A_1A_2B_2$ に着目する。完全に折畳まれた状態では、点 B_2 は角度 β に関わらず、辺 A_1A_2 を正 n 角形の一辺とし、それに外接する円上にある。その円を鉛直上向きから見ると同図(b)のようになる。

この三角形の頂点 A_1, A_2 を円上に固定したまま、頂点 B_2 を上方に起こしていくことを考える。このとき、この展開図が立体を構成するには、頂点 B_2 が再度同じ外接円上の

点 B_2' にくる必要がある。つまり、両端点 R_1, R_2 を除いた弧 R_1R_2 上に頂点 B_2 があるとき、この展開図は立体を作ることができ、かつ平面に折りたたむこともできる。頂点 B_2 が弧 R_0R_1 上ある場合は、折り線が維持されないために、

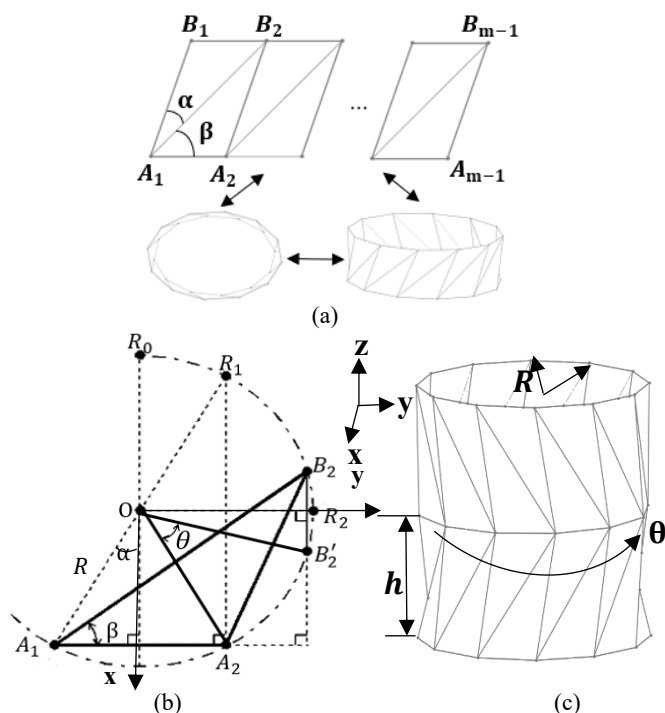


図1 螺旋一層モデル(a), β を理解するための図(b), 捩り回転角 θ と一段高さ h (c)

立体を構成できても折畳むことはできない。折畳むための角度 β の範囲は次のようになる。

$$\pi/4 - \pi/2n < \beta < \pi/2 - \pi/n \quad (1)$$

一般に螺旋を n 角形とすると円筒形の底面に正 n 角形を内接させ、上面にはこの n 角形を角度 θ だけ回転させたものを内接させてから、対応する頂点を適宜線分で結ぶと、図 1(c)の立体ができる。このとき、円筒の高さと回転角 θ を計算によって調整すると、平坦折り畳み可能となる。辺数と θ が決まると段の長さは式(2)で得られる。

$$h = 2R \sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(\frac{\pi}{n} + \theta\right)} \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{2}{n}\right) \quad (2)$$

ここで、 π/n は α であり、 R は螺旋構造上下面の外接円半径である。

これまで、RSO は衝突エネルギー吸収材[2]に、折畳みペットボトル[3]に、振動を伝えないサスペンション[4]に、それぞれ検討されてきている。ここでエネルギー吸収材に適用検討された効用を図 2 に示す。エネルギー吸収には、

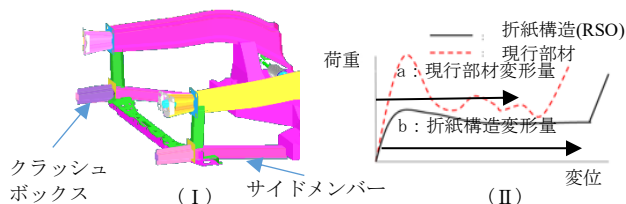


図 2 現行部材の初期ピーク荷重が高く変形量も短い課題を折紙構造が解決する様子

柱構造が一番有効であり自動車の前面衝突には、車軸方向の柱構造の、図 2 (I) に示すサイドメンバーやクラッシュボックスが大きな役割を果たす。衝突時、これらの柱構造が途中で折れ曲がらずに、軸方向の圧壊を極力継続させてゆくよう、切欠きや突起の総称であるビードが配置されている[5]。このビードの設置により、理想的な軸圧壊が得られても、同図 (II) に示すように、最初の屈服荷重が非常に高く、時に乗員の危害となる。更に、自らの高張りが邪魔をし、自長の 7 割程度しか有効利用できないという課題がある。折紙構造 RSO は同図 (II) に示すように、初期のピーク荷重もなく潰れ量も自長の 9 割ほどにも達する。この特性は、図 3 に示す落石防護柵にも有効に利用され得る。まず、落石は網に当たるが、荷重方向変換網により、エネルギー吸収に一番優れる、柱方向の軸圧壊になるよう荷重

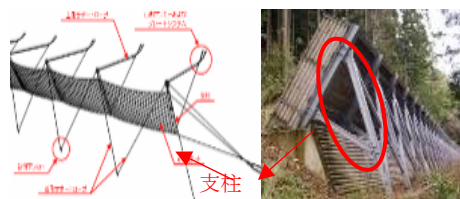


図 3 落石防護柵の概略図

方向が変換される。この落石防護柵に課される要件は、上述のエネルギー吸収材に課される要件に一致する。すなわち、通常の柱構造では、図 2 の現行エネルギー吸収材のようにピーク荷重が高い。このようにピーク荷重値が高すぎると柱の圧壊前に荷重方向変換網が切れてしまい、役立たずとなる。以上のように、RSO は災害対策構造として優れている。しかし、その製造法は現在のところ、ハイドロフォーミング[6]であり大掛かりな製造装置が必要であり、製造費は高価なものとなる。そこで著者らは、次の反転振り折紙構造を開発した[7]。

(2) 反転振り折紙構造 (以下、RT0)

RSO 開発後の 10 年後、図 4 に示す部分加熱振り加工法により、RT0 が得られた[7]。この装置は図 5 に示すようにコンパクトであり製造費も現行並みである。但し、振り力は人力によっており微妙な再現性は得られていない。長さ 180mm 程度の部材では、図 6 に示すように、実験とシミュレーションはよく一致しており、人力のステップの自動化が得られれば、十分に汎用化ができると考える。他に優れたエネルギー吸収材に蛇腹折タイプのものがある。欧米中では、1 節点に 6 本の折線が交わる RSO タイプでなく、1 節点に 4 本の折線が交わるこの蛇腹折タイプの研究が中心である[8]。このタイプの安価な製造法も著者らによって得られているが、本稿では、この種の構造については、これ以上、記さない。

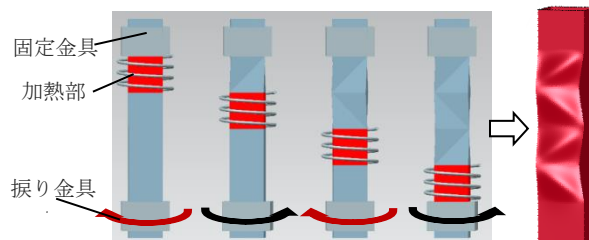


図 4 部分加熱回転成形法とそれによって得られる RT0 (右端)

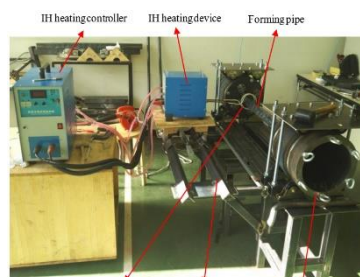


図 5 部分加熱回転成形実験装置

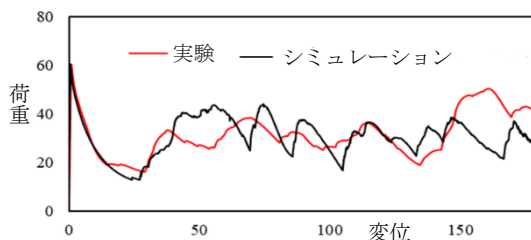


図 6 RT0 シミュレーションと実験圧壊特性比較

(3) 折紙型油圧ダンパー

車両や建築等の産業分野および日常生活において、シリンダー式油圧ダンパーは、振動や衝撃などのエネルギー吸収部品として幅広く使用され、乗員の乗り心地改善や自然災害による損害低減など、求められるニーズに応じて様々な研究開発が行われている。しかしながら、従来のシリンダー式油圧ダンパーには図7に示すように、次の欠点が挙げられる。(1) 油圧ダンパーの伸縮できる減衰運動長さ a は全長 L の半分以下であり、狭い空間の構造問題に使用しにくい。(2) 金属製シリンダー構造は重く、軽量化を追求する精密機械などの問題には適用しにくい。(3) 図7の赤い矢印で示す外部荷重 F は軸方向だけでなく、横方向にもランダムな外乱荷重が伴う場合があり、シリンダー式油圧ダンパーの密封シールに部分的圧力が集中し、伸縮運動不良や部品摩耗などの問題が発生する可能性が高い。以上の課題を改善し、まず、図8に示すように、軸方向に沿って自由に伸縮できる円筒折紙構造の特性を利用した、ポリプロピレン材 (pp 材) の新たな折紙型油圧ダンパー [9]や、そして図9に示すような湾曲型折紙油圧ダンパー [10]を既に試作している。図8, 9に示す折紙型油圧ダンパーのダンピング効果は主に、

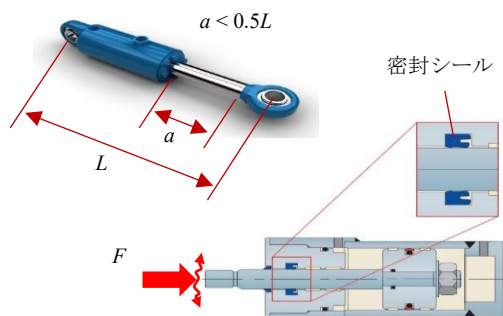


図7 シリンダー式油圧ダンパーの問題点

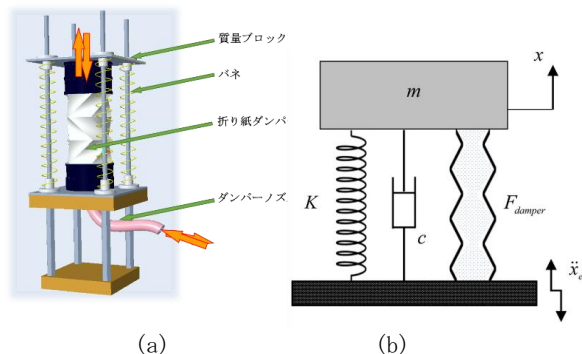


図8. 折紙型油圧ダンパー例(a)と解析モデル(b)

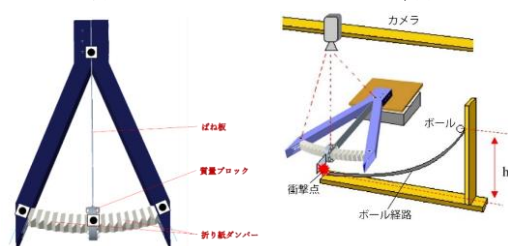


図9 湾曲ストローク式油圧折り紙ダンパーの一例(左)と実験の様子(右)

オリフィス穴を通してダンパーの最下部のオイルチューブへの流れで生じる内部作動油の抵抗である。詳細は省くが、振動方程式は

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + F_{damper}\dot{x}^2 + Kx - m\ddot{x}_e \quad (3)$$

となる。ここで、 F_{damper} は定数である。このように折紙式油圧ダンパーでは、速度の二乗に比例する抗力が得られることを初めて示したものである。pp材では鋼材とは異なり、油でなく水でも良好な結果が得られている。

3 折紙コア構造の誕生の経緯とその特徴

英国でロケット壁面に貼付して振動を抑えるべくハニカムコアが日本の七夕飾りをヒントにその大量生産方式が開発された。これに刺激を受けハニカムコア以上の産業化を目指し折紙工学が提唱された[11]。そしてトラスコア[12]やキュービックコア[13]、切り紙ハニカムコア[14]が発明された。

(1) オクテット型トラスコア

正四面体と正八面体ハーフの空間充填で構築される構造はオクテット型トラスコア (以下、簡単にトラスコア) と称される [12]。トラスコアを、広大なフロアや防音壁に利用することは、これらの軽量化につながり、災害対策にも有効になることが期待される。図10は二つのシングルコアの凹部と凸部を嵌め合わせてダブルトラスコアが得られる様子と平板と組み合わせたシングルトラスコアを示している。ここで、樹脂材の成形は容易であるが、金属の場合、良好な成形は容易には得られない。三角錐が並んでいるため成形時に周囲から板の引き込みが出来ず、深い三角錐の成形が難しい。このトラスコアパネルを製造コストの安いプレス加工による順送成形で大量生産することにより、軽量高強度部材が安価に製造できることが期待される。そこで非線形FEMにより図11に示す多工程からなる順送成形シミュレーション技術を開発した [15]。同図で、材料はまず半球パンチにより予備成形されたのち、本成形用ピラミッド型パンチの直下まで送られ、本成形パンチで深絞り加工される。これによって得られる成形性の良いトラスコアパネルは、シングルトラスコアで波型鋼板の約3倍、ダブルトラスコアではハニカムコアパネルとほぼ同等の約6倍の等重量曲げ剛性を有す。

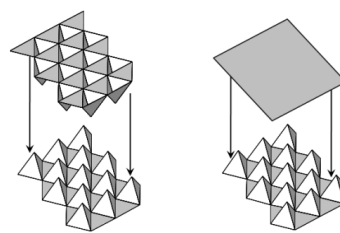


図10 ダブルトラスコア (左) とシングルトラスコア (右)

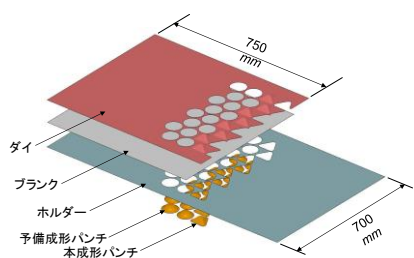


図 11 多工程プレス成型シミュレーション

(2) キュービックコア

従来のハニカムコアパネルに比べて、図 12 に示すように、1 枚の平板から簡単な穴抜きと曲げ成形によりキュービックコア（以下、QB コア）が加工でき、上下面板と QB コアの間に正方形の接触面を通して、接着剤あるいは高温環境など用途によってはリベットも使い二重結合で、従来のハニカムパネルより高い曲げ剛性と結合強度を持つことを示している[16]。更に、よりスマートな構造にすべく、現在、リベットの代わりにレーザー溶接で結合することを検討している。比較検討のため、同じ寸法のハニカムコアパネルと QB コアパネルを図 13 に示すように I 字型等価断面に簡略化する。面板と芯材を構成する板材を同じ板厚 t とする。図中の赤い点線に示すように双方の縦壁の数 n が同じなので、双方の I 字型等価断面の中央部幅は nt となる。QB コアの正方形端面が面板と密接に接着した結果、QB コア面板の板厚は半分が t で後の半分の板厚が $2t$ である。ハニカムコアパネルの I 字型等価断面の面板の板厚 t に対して、QB コアパネルの I 字型等価断面の面

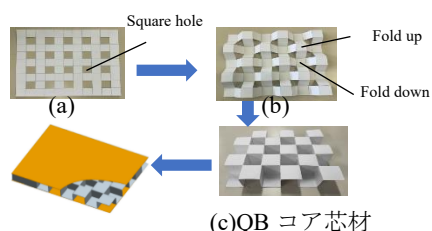


図 12 QB コア芯材の成形過程

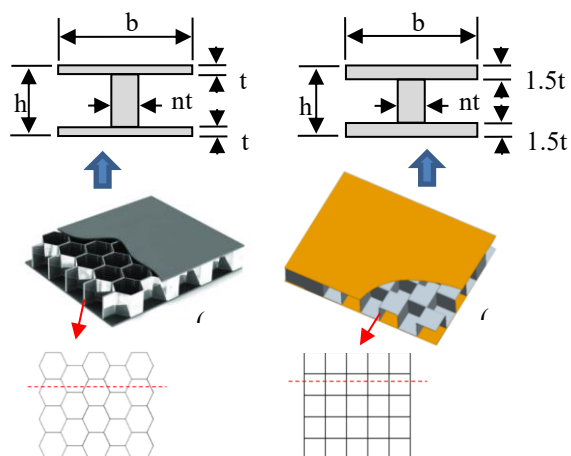


図 13 ハニカムコアパネルと QB コアパネルの等価断面

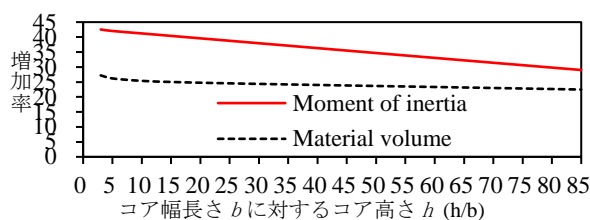


図 14 ハニカムコアパネルとコアパネルの曲げ特性比較

板の板厚は $1.5t$ と近似できる。ハニカムコアパネルと QB コアパネルの等価断面二次モーメントとその差は、それぞれ次式で計算できる。

$$I_{\text{honey}} = \frac{bh^3 - (b-nt)(h-2t)^3}{12},$$

$$I_{\text{cubic}} = \frac{bh^3 - (b-nt)(h-3t)^3}{12} \quad (4)$$

式(4)で、 $b-nt > 0$ 、 $h-2t > h-3t$ なので、 $I_{\text{cubic}} > I_{\text{honey}}$ である。これより、QB コアパネルは、ハニカムコアパネルより強い曲げ剛性がある。ただし、図 13 に示すように、ハニカムコアパネルに比べて、QB コアパネルの等価断面の厚さが大きく、その重量も重くなる可能性が高い。図 13 により、ハニカムコアパネルとキュービックコアパネルの材料体積はそれぞれ次式で計算できる。

$$V_{\text{honey}} = b[bh - (b-nt)(h-2t) + (n-1)(h-2t)]$$

$$V_{\text{cubic}} = b[bh - (b-nt)(h-3t) + (n-1)(h-3t)] \quad (5)$$

比較のため、ハニカムコアパネルに比べ QB コアパネルの断面二次モーメントと材料体積の増加率をまとめた結果を図 14 に示す。横軸はコア高さ h と幅 b の比 h/b である。ただし、板厚は 1.0 mm 、QB コアパネルとハニカムコアパネルのコア数を同じとする。図 14 により、軽量化パネルをハニカムパネルから QB コアパネルに変える場合、パネルの幅と厚さの比 h/b が大きくなるに伴い、断面二次モーメントと体積の増加率はほぼ線形的分布となり、断面二次モーメントの増加率は体積の増加率より高いことを示している。すなわち同図より、ハニカムパネルの代わりに、QB コアパネルを使う場合、断面二次モーメントの増加は、材料体積の増加より大きいことが分かる。提案した QB コアパネルでは、芯材と上下面板との結合の面積がハニカムコアに比べ大きくなるため結合強度が大きくなる。また、接着剤とリベットを使い、二重結合としたため、ハニカム構造より強い結合強度となる。これより、ハニカムコアでは適用が困難な長時間に亘り振動やせん断力を受ける構造にも適用範囲が広がる可能性が得られた[17]。またこの二重構造により上下面板に相対的に厚く補強されたため、同条件でハニカム構造より高い曲げ剛性を持つことが理論的及び FEM 解析結果により確認できた。なお、現在は、上述のようにリベットの代わりにレーザー溶接

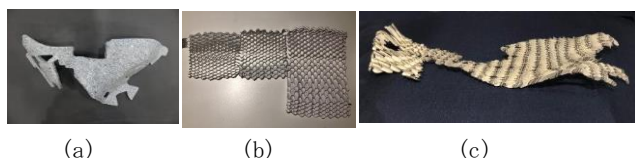


図 15 自動車の内装材(a), 従来の手法では一続きでは再現できない様子(b), 著者らに手法を用いて一続きで再現できる様子(c)

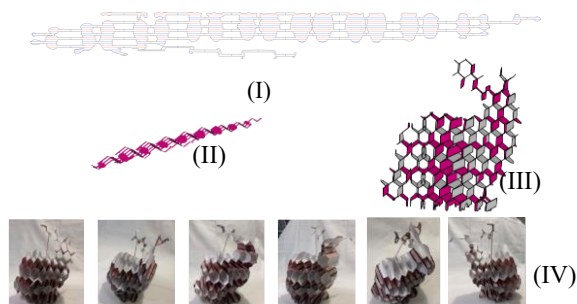


図 16 (I):スタンフォードバニーの 2D 展開図.
(II) 及び (III) は折紙シミュレーターによる 30%及び 100% 構造再構成. (IV) 様々な角度から見た、展開図から創作したもの.

で対応する検討を行っている.

(3) 切紙ハニカムコア

ハニカムのサンドイッチ構造が上下面とも平面であるところを, 野島は日本伝統の切紙を適切に援用することにより湾曲部を有す切紙ハニカムが得られることを示した[11]. その後, 斉藤らが中心となって切紙ハニカムの展開図を製造まで考慮した定式に拡張させている[18]. ハニカムコアは芯材を上下面で接合するサンドイッチ構造にすることにより曲げ剛性の向上やせん断剛性の獲得を目指すため, まず上下面の定式からスタートすることが Saito らの論文[19]及びそれを参考とする後続の一連の論文で続けられている. そこでは, 各セルが上下面平行の一定断面, 凸型, テーパー型(セルの厚みがハニカムセル伸長方向に対して線形に変化するもの), 非凸型の 4 種類があるとし, 非凸型を除いた, 共通の定式化に成功している. 一方, 非凸型では, 一枚続きの展開図からセルを作成することが出来ないため, Saito らは上述の論文で近似的に形状を再現する手法を提案している. 切り紙ハニカムからのメタマテリアル創成研究が盛んなハーバード大学と MIT の合同グループやブリストル大学の研究グループは論文[19]を参考にメタマテリアル用の切り紙ハニカムの展開図を得ている. この中で Calisch らは基本的には Saito らの定式と同じであるが, 「フィン」を導入することにより, 非凸型のセルを単一のシートから折畳むことができる手法を開発している[20]. 以上の従来の定式では, 上下面間の形状についての制御が利かず, 複雑

形状のハニカム化は困難となっている. これに対しディアゴらは, これまでの定式化と全く異なり, 任意構造の CAD データや STL(Stereo Lithography) データをそのまま使用し, 任意のハニカム構造で対象構造物を覆い両者の交点から任意の構造のハニカムの芯材を得るという新しい定式を得ている[21]. その結果, 図 15 のように, 自動車の内装材のような複雑な形状では, 従来は同図(b)のように分割しないと構造の再現が得られないところ, 開発手法では一続きで得られ, その結果, 図 16 に示すように世界初の完全三次元構造の切紙ハニカム構造も得られている[21].

4. 結語

自動車車体, 土木・建築構造物いずれも柱構造とパネル構造からなる. 地震, 火山噴火, 台風など, 我が国は多くの自然災害に見舞われている. 災害低減には建築構造物が軽くて剛, そしてエネルギー吸収能が高いことが望まれる. 柱構造はエネルギー吸収に対する役割が大きくパネル構造は局部構造の強度剛性の役割が大きい. 折紙構造も柱構造とパネル構造からなる. 折紙型柱構造もやはりエネルギー吸収としての役割となるが, 従来の柱構造は軸方向に圧壊を続けるためには最初の大きな座屈荷重が得られる前に折れ曲がりが生じないようにすることが必要となり, ビードを設けることがこれまで唯一の解となっていた. それに対し折紙型柱構造は折線に沿っていわばクッションのように変形が進み大きな初期荷重がなく, 柱の軸方向圧壊が無理なく進み易く, 折紙の柱構造は衝突時エネルギー吸収に非常に有効な構造であることを述べた. 油圧シリンダーは多岐に亘る応用がなされているが有効変形量は自長の $1/2$ 以下で, 狭い領域や小さな構造には利用が困難である. ここで提案した pp 材の折紙型油圧ダンパーは, 災害時の精密機械の保護に極めて有効である. 折紙型柱構造は, このように優れた特性を有すが, 安価な製造法が求められていた. これも著者らによって, 部分加熱折り加工法で安価に折紙型柱構造が製造できるようになり有効な活用が期待される.

パネルとして曲げ剛性の優れた構造にハニカムコアパネルがある. これは, ロケット打ち上げ時の大きな壁振動の制御に利用されるなど既に数兆円産業になっている. 大規模建築構造物のフロアに利用できれば軽量化が得られるが, ハニカムコアの芯材製造時, そしてサンドイッチ構造とするときの上下板と芯材の接着は糊付けとなる. このことから火災時無力となるためフロアなどには補助的にしか利用できない. また芯材と上下板とは線結合となるため振動の大きな環境下には利用できないという問題がある. これらを解決するものとして, トラスコアパネルとキュービックコアパネルを上げた. 空間充填構造のトラスコアパネルは, 溶接だけで製造できるうえ, 曲げ剛性もハニカムコアパネルと同程度で, 通常の平板の重量当たり 7~8 倍を有す. 壁面やフロアなどの面構造に利用す

ることで大幅な軽量化ができ災害低減に役立つと思われる。重量当たりの曲げ剛性がハニカムコアに勝り、芯材と上下板とは面接触で、溶接だけで成形できる QB コアはハニカムコアより適用範囲が広いことを述べた。また、従来のハニカムコアの上下板はもっぱら平板に対し、QB コアでは、曲面化が可能のため壁にも隙間なく添付できる上、ハニカムより挙動範囲が広くメタマテリアルとして折紙工学の分野では非常にホットなテーマとなっている。この中で著者らのものは世界で唯一完全三次元に対応できるものであり、想像たくましくしてこれまで考え付かなかった切り紙ハニカムベースの災害低減構造物の創出も目指したい。

以上、日本発の折紙工学で災害低減構造を開発してゆくことは我々折紙工学グループの責務でもあると考えており、それが実現できるよう努力してゆく所存である。

参考文献

[1] 野島武敏、平板と円筒の折りたたみ法の折り紙によるモデル化、日本機械学会論文集 A、66 巻、643 号、P. 1050～56 (2000)。
 [2] 萩原一郎、灘吉聡、折り紙工学を利用した円筒構造物の圧潰解析、自動車技術会論文集、Vol.34, No.4 (2003), pp.145-149。
 [3] Hagiwara, I., Chie Nara, C. and Yang, Y., Development of new foldable polyethylene terephthalate bottles, Journal of Advanced Simulation in Science and Engineering (JASSE), Vol. 9, No. 2(2022), pp.247-262。
 [4] 石田 祥子、内田 博志、萩原 一郎、折り畳み可能な構造の非線形ばね特性を利用した防振機構、日本機械学会論文集 Vol. 80, No. 820, 2014, pp. 1-11. 公開日: 2014 年 12 月 25 日(木)。
 [5] 萩原一郎、津田政明、北川裕一、ビードの配置決定方法、第 2727680 号(1991)。
 [6] Kong, C., Zhao, X. and Hagiwara, I., Hydroforming process of manufacturing for reverse spiral origami structure, Int. J. Vehicle Performance, Vol. 3, No. 4, 2017, pp.347-364。
 [7] 萩原一郎、趙希祿、衝撃吸収体の製造装置、衝撃吸収体および衝撃吸収体の製造方法、特願 2020-215790 (2021 年 8 月 18 日)。
 [8] Zhao, X., C. Kong, Yang, Y. and Hagiwara, I., Reversed20 torsion-type crush energy absorption structure and its inexpensive partial-heating torsion manufacturing method based on origami engineering, Journal of Manufacturing Science and Engineering, DOI: 10.1115/1.4052438(2021-9)。
 [9] Guan, J., Zuo, J., Zhao, W., Gomi, N. and Zhao, X., A Study on Hydraulic Damper Using Foldable Inverted Spiral Origami Structure. Vibration, 2022, Vol.5, pp.711-731。

[10] Guan, J., Yao, Y., Zhao, W., Hagiwara, I. and Zhao, X., Development of an Impact Energy Absorption Structure by an Arc Shape Stroke Origami Type Hydraulic Damper, Shock and Vibration Volume 2023, Article ID 4578613, 11 pages <https://doi.org/10.1155/2023/4578613>。
 [11] 野島武敏、数値折紙による構造モデルー折紙工学の提案ー、京都大学 IIC フェア、京都新聞(2002 年 11 月)。
 [12] 萩原一郎、ハニカムよりも安いパネル鋼板 2 枚を型押しして溶接、Automotive Technology(2011-1), pp. 96-101。
 [13] 萩原一郎、趙希祿、コアパネル、コアパネルの製造方法およびコア製造装置、出願番号: 特願 2022-177019 (2022 年 11 月 4 日)。
 [14] Saito, K. Pellegrino, S. and Nojima, T., Manufacture of arbitrary cross-section composite honeycomb cores based on origami techniques, Journal of Mechanical Design, ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Vol.136 (2014), pp.051011-1–051011-9。
 [15] 戸倉直、萩原一郎、トラスコアパネルの製造シミュレーション、日本機械学会論文集 (A 編) Vol. 74 巻 746 号 (2008-10), pp. 1379-1385。
 [16] 萩原一郎、趙希祿、緩衝装置、出願番号: 特願 2023-037761 (2023 年 3 月 10 日)。
 [17] 田志磊、孔呈海、趙巍、趙希祿、萩原一郎、キュービックコアパネルの曲げ剛性のモデル化とシミュレーションに関する研究、日本シミュレーション学会論文誌、2023 年 15 巻 1 号, p. 1-13。
 [18] 斉藤一哉、ハニカムコアの製造装置およびハニカムコアの製造方法、特許第 6075006 号(2017)。
 [19] Saito, K. Pellegrino, S. and Nojima, T., Manufacture of arbitrary cross-section composite honeycomb cores based on origami techniques, Journal of Mechanical Design, ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Vol.136 (2014), pp.051011-1–051011-9。
 [20] Calisch, S.E. and Gershenfeld, N.A., Towards continuous production of shaped honeycombs, Proceedings of the 2018 Manufacturing Science and Engineering Conference MSEC 18 (2018), pp.1-10。
 [21] ディアゴ・ルイス、篠田淳一、山崎桂子、萩原一郎、複雑構造に対する切り紙ハニカムの生成法に関する研究、日本機械学会論文集、2023 年 89 巻 917 号、2023 /01/25. <https://doi.org/10.1299/transjsme.22-00273>。