

# 認識論的不確かさによるシミュレーションモデルの 信ぴょう性評価

Assessment of Credibility of Computational Model by Epistemic Uncertainty

福谷勇輝<sup>1)</sup>, 粕田智香子<sup>1)</sup>, 松井和己<sup>1)</sup>, 倉田和幸<sup>2)</sup>, 三浦孝広<sup>3)</sup>, 都筑新<sup>4)</sup>, 山本剛大<sup>5)</sup>,  
杉山裕文<sup>6)</sup>, 渡邊大<sup>7)</sup>, 呂学龍<sup>1)</sup>, 井上 岳<sup>8)</sup>, 森茂智彦<sup>9)</sup>, 山田貴博<sup>1)</sup>  
FUKUTANI Yuki, NATSUMEDA Chikako, MATSUI Kazumi, KURATA Kazuyuki,  
MIURA Takahiro, TSUZUKI Arata, YAMAMOTO Takeki, SUGIYAMA Hirofumi,  
WATANABE Dai, LYU Xuelong, INOUE Takashi, MORIMO Tomohiko & YAMADA Takahiro

- 1) 横浜国立大学大学院環境情報学府 (E-mail: kzm@ynu.ac.jp)
- 2) テルモ株式会社 (E-mail: Kazuyuki\_Kurata@terumo.co.jp)
- 3) 図研モデリンクス株式会社 (E-mail: takahiro.miura@modelinx.co.jp)
- 4) ダッソー・システムズ株式会社 (E-mail: arata.tsuzuki@3ds.com)
- 5) 広島大学大学院先進理工系科学研究科 (E-mail: takeki@hiroshima-u.ac.jp)
- 6) 山梨大学大学院総合研究部 (E-mail: hirofumis@yamanashi.ac.jp)
- 7) 芝浦工業大学システム理工学部 (E-mail: dai-wata@shibaura-it.ac.jp)
- 8) サイバネットシステム株式会社 (E-mail: tainoue@cybernet.co.jp)
- 9) 岐阜県生活技術研究所 (E-mail: morimo-tomohiko@rd.pref.gifu.jp)

In this study, we introduce a credibility factor to evaluate the credibility of model form based on the concept of credibility assessment of simulation models presented in ASME V&V-40. In which, The risk-informed credibility assessment approach has been introduced for V&V activities, however, only a few attention to epistemic uncertainty paid in the processes. This paper revises credibility factor for model form and its gradations, by taking into account the epistemic uncertainties in the model.

**Key Words :** Model credibility, Epistemic uncertainty, Solid simulations

## 1. はじめに

工学分野におけるシミュレーションの品質保証の重要性は広く認識されている。様々な分野のシミュレーションの品質保証の標準においてV&V (Verification (検証) & Validation (妥当性確認)) と UQ (Uncertainty Quantification (不確かさの定量化)) の考え方方が採用されており、特にASME VVUQ委員会が発行した標準書<sup>[1]-[4]</sup>では、シミュレーションモデルならびにその結果に対する精度や妥当性を評価する枠組みが規定されている。特に、ASME V&V-40<sup>[3]</sup>は生体を対象とした医療機器のシミュレーションモデルに対する信憑性評価 (Credibility Assessment) をリスク分析と関連付けるアプローチを提案している。それまでのASME標準と比較して、信憑性要因 (Credibility Factors) とそれらの等級 (Gradation) という組み合わせで評価しようとする点に特徴がある。

ASME VVUQ 1-2022<sup>[4]</sup>の定義によれば、シミュレーションモデルの信憑性とは、ある特定の用途 (Context of Use; COU) に対するシミュレーションモデルの予測性能における信用の度合いであり、客観的な証拠の積み上げによって評価するものであると規定されている。V&V-40にも具体的な例題とともに、信憑性要因とその等級例

が提示されているものの、モデルの信憑性評価という観点ではまだ漠然とした表現にとどまっていると言わざるを得ない。特に、不確かさを評価することを推奨しているものの、認識論的不確かさと偶発的不確かさに関する記述が不十分であるために、偶発的不確かさを評価することがモデルの信憑性を向上させることであるかのような誤解を招く可能性がある。

本稿では、ASME V&V-40で提案されている信憑性要因のうち、モデル形式 (Model Form) とモデル入力 (Model Input) に注目して、それらの信憑性等級を定義・評価する手順の具体例を提示する。特に、リスク分析に基づいたV&V活動においては、設定するリスクレベルに応じて達成すべき信憑性等級が設定されることになるため、設定可能な等級の全体像を可視化することが重要になる。したがって、本稿では木材製品の強度・剛性を評価するシミュレーションモデルを想定し、このモデルに設定しうる信憑性等級を提示する。

## 2. シミュレーションモデルの信憑性

### (1) ASME V&V-40における信憑性評価

ASME V&V-40が提唱する「リスク情報を活用した信

表-1. Verification, Validation, and Applicability Activities and Their Associated Credibility Factor<sup>[3]</sup>

Activity		Credibility Factor
Verification:	Code	Software quality assurance Numerical code verification
	Calculation	Discretization error Numerical solver error Use error
Validation:	Computational model	Model form Model input
	Comparator	Test samples Test conditions
	Assessment	Equivalency of input parameters Output comparison
Applicability:		Relevance of the quantity of interest Relevance of validation activities to the COU

憑性評価 (Risk-informed Credibility Assessment)』では、ある目的を達成するためのシミュレーションモデルに要求する信憑性目標 (Credibility Goal) をリスク分析に応じて決定し、表-1に示す信憑性要因ごとの積み重ねによってシミュレーションモデルまたは結果の信憑性を評価する。実際のV&Vプロセスにおいては、計画段階で要因ごとに要求する信憑性等級を設定し、実施後にこれらの設定を満足していることを確認することになる。

ここで特徴的な点は、これまでのValidationプロセスで実施してきた、いわゆる実験結果と比較して確認するプロセスはAssessment/Output comparisonという信憑性要因として、計算モデルの信憑性 (Model form / Model input) とは別項目として定義されている点である。つまり、計算モデルの信憑性は実験結果との比較ではない観点で評価しなければならないことを意味している。実際、ASME V&V-40ではモデル形式とモデル入力それぞれについて以下のような信憑性等級を例示している。

#### モデル形式

- a) Influence of model form assumptions was not explored
- b) Influence of expected key model form assumptions was explored
- c) Comprehensive evaluation of model form assumptions was conducted

#### モデル入力 (パラメータ感度)

- a) Sensitivity analysis was not performed
- b) Sensitivity analysis on expected key parameters was performed
- c) Comprehensive sensitivity analysis was performed

#### モデル入力 (パラメータの不確かさ)

- a) Uncertainties were not identified
- b) Uncertainties on expected key inputs were identified and quantified, but were not propagated to quantitatively assess the effect on the simulation results
- c) Uncertainties on all inputs were identified and quantified, and were propagated to quantitatively assess the effect on the simulation results

モデル形式においては、計算モデルの基本となる支配

方程式や物理モデルにおける仮定が結果に与える影響をどの程度把握するかが等級付けの根拠となっている。また、モデル入力については、入力パラメータの感度と不確かさが信憑性等級を変化させる要因である。つまり、モデル形式の信憑性とは、利用する物理モデルが計算モデルの使用目的 (COU) に合致しているかどうかについて、どの程度深くまで確認しているのかという観点で評価されるものである。しかしながら、上述の定義では、不確かさに関する検討はモデル入力の信憑性についての議論で触れられているだけであり、モデル形式における不確かさ（認識論的不確かさ）には言及していない。そこで本稿では、モデル形式の信憑性を評価するための基準としてモデル化における認識論的不確かさに注目することを提案する。

## (2) 不確かさの分類

UQ の分野においては不確かさを「偶発的不確かさ (Aleatory Uncertainty)」と「認識論的不確かさ (Epistemic Uncertainty)」に分類して議論することが一般的である。前者はモデル化する対象に潜在的に存在する不確かさであり、生体や自然木などにおいては個体差と呼ばれる不確かさが代表的である。この不確かさの程度は改善できない (Irreducible) と考えられ、確率分布などのモデルで実装されることが多い。前述のASME V&V-40 の例題に限らず、これまでに報告してきたV&VとUQの実装例10)ではこのような偶発的不確かさをシミュレーションにおける不確かさとして取り扱ったものが多い。

一方、後者は情報や知見が不足していることに起因する不確かさであり、情報量を増加したり学習したりすることによって改善できる (Reducible) ものである。例えば、実験のサンプル数が極端に少ない場合や、モデルが採用する近似や仮定に起因するものが典型例として挙げられており、この不確かさはサンプル数を増やしたり、使用するシミュレーションモデルを改良したりすることで改善されることが期待できる。

工学分野における一般的なシミュレーションを想定すると、費用や時間、技術的な制約などの理由によって、

ほどよく現象を再現できるシミュレーションモデルを使わざるをえないのがほとんどである。仮に、想定しうるすべての物理現象を実装した高度なシミュレーションモデルを開発した場合であっても、想定していない現象が存在する可能性は否定できない。つまり、すべてのシミュレーションモデルには何らかの認識論的不確かさが存在するという事実を真摯に受け止めることが大切である。

以下では、認識論的不確かさの存在を前提として、それらをどこまで認知しているか、あるいは検討しているのかという観点でモデル形式の信憑性を評価する基準を提示する。

### (3) モデル形式の信憑性評価

認識論的不確かさという概念をシミュレーションモデルに適用すると、厳密にはモデル化の検討プロセスにおいて、担当者が認識していない物理現象が存在する可能性（いわゆる想定外の現象）に起因する不確かさとなる。一般的な工学シミュレーションを念頭におくと、このような認識論的不確かさは現象に対する知見や経験の少ない担当者が実施する場合に生じることが想定されるので、経験者によるレビューなどによってその不確かさを低減させようとすることがよく行われている。仮にレビュー前後で同一のモデル形式であったとしても、後者は「経験者によるレビュー済み」という点で信憑性が高いと評価する。

一方で、担当者レベルで検討した結果としてモデル形式に採用しないと判断した物理現象（例えば「摩擦の影響を無視する」など）であっても、その過程や結果が記録されていなければ、採用しなかった仮定がシミュレーション結果に対して影響を与えるかもしれないという「シミュレーションモデルの怪しさ」を第三者が確認できない。つまり、モデル形式に含まれていない物理現象に対する仮定が、その現象を認知していないためである（認識論的不確かさ）のか、それとも明確な意志を持って採用しなかったものであるのかという点を客観的に判断するためにはPIRT (Phenomena Identification and Ranking Table) などによって「採用しなかった仮定」であることを明記しなければならない。これによって「認識した上で考慮しなかった現象」として認識論的不確かさでないことが主張できる結果としてモデル形式の信憑性が高くなると考える。

このようなモデル形式に対する信憑性を、ASME V&V-40におけるモデル形式の信憑性等級を参考にして、モデル化プロセスにおける認識論的不確かさの取り扱いに応じて次のような信憑性等級で評価する。

モデル形式（認識論的不確かさ基準）

A) Epistemic uncertainty of model form was not explored

モデル形式における認識論的不確かさを議論していない（モデル形式を説明するのみ）

B) Ignored assumptions of model form were described to be

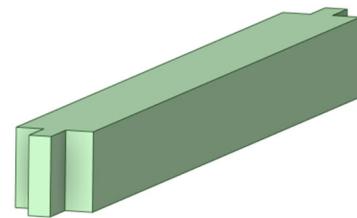


図-1 評価対象の貫部材

distinguished from epistemic uncertainty

or Previously validated model form for same COU

認識論的不確かさと区別するためにモデル形式に採用しなかった仮定を明記している（PIRTなどにより採用しなかった物理現象も明記する）。

または、過去に同様のCOUについて妥当性が確認されたモデル形式である。

C) Comprehensive evaluation of model form assumptions to minimize epistemic uncertainties was conducted

認識論的不確かさを可能な限り小さくするためには、モデル形式に採用しなかった仮定についても結果に与える影響が小さいことを確認している（感度解析などを実施して、結果への影響が小さいことを確認する）。

ここで提案する信憑性等級を従来の感覚と対応させるために、一般的な工学シミュレーションで頻出する、すでに十分な実績が確認されているモデルを流用する場合を信憑性等級Bとしている。ただし、あくまでも既存モデルのCOUが現在のものとほぼ同様であることが前提であり、既存のCOUを超えた領域で利用する場合は信憑性等級Aと評価すべきである。

## 3. モデル形式の信憑性評価事例

### (1) 問題設定

著者らがこれまでに取り組んできたV&Vプロセスの例題で取り扱っている<sup>[5]</sup>を構成する貫部材（図-1）を対象として、この曲げ変形を予測するシミュレーションモデルに対する信憑性評価の事例として、提案するモデル形式の信憑性等級を提示する。まず、ASME V&V-40の事例に倣ってシミュレーション問題を次のように定義する。

- Question of Interest: 部材の4点曲げ試験において、対象部材はどの程度変形するか？
- Quantities of Interest (QoIs): 基底の荷重を作らせたときの、部材中央のたわみと曲げひずみ
- COU: 椅子全体のシミュレーションモデルに使用する部材モデルの妥当性確認のために、実験結果と定量的に比較する。

### (2) 樹脂材を対象としたモデル形式の信憑性評価例

まず、ポリアセタールで作成した部材に対して、モデル形式に対する等級ごとの信憑性評価例を示す。ただし、前述のようにモデル形式の信憑性は、再現能力を評価するものではないため、評価対象とするモデル形式は同一

表-2 樹脂部材に対するモデル形式のPIRT

要因	採否	採用/不採用の根拠
<b>変形に関するもの</b>		
はりの曲げ変形	○	Euler はり理論に従うことを仮定する
はりのせん断変形	×	$L/h = 500 \text{ mm} / 35\text{mm} = 14.3$ であるため十分に細長いと判断し、せん断変形を考慮しない
断面の変形	×	はり理論における仮定（断面変形を無視）
大変形の定式化	×	線形的な応答が得られる微小変形の仮定が成立する範囲の現象
<b>材料挙動に関するもの</b>		
弾性特性の異方性	×	無視する（等方性材料であることを仮定）
塑性変形	×	弾性変形のみを取り扱う（弾性範囲に収まる荷重を載荷）
粘性挙動	×	載荷速度が十分に遅いため粘性効果は発現しないことを想定
破壊現象	×	破壊は考慮しない
寸法効果	×	材料特性が試験片寸法などに依存しないことを想定する
<b>形状に関するもの</b>		
ほぞ部の影響	×	ほぞ部は部材の両端にあるので曲げ変形に影響しない
ほぞ穴の影響	×	支持点間にはほぞ穴などは存在しない
部品の寸法	×	（モデル入力）基準寸法で作成することを仮定
載荷治具の形状	×	載荷治具と部材は線接触であることを仮定する
支持部の形状	×	支点と部材が線接触であることを仮定する（JIS で規定された支持板を無視する
<b>その他</b>		
載荷・支持治具の変形	×	試験片に比べ十分に剛性が大きいため無視
載荷・支持点での摩擦	×	それぞれ十分に滑らかに運動することを仮定して摩擦は無視
載荷・支持治具のめりこみ（局所的な断面変形）	×	載荷治具の曲率半径は 30mm (JIS 参照)、支持部は十分な大きさの金属板があること、弾性変形の範囲の荷重であるため考慮しない

であり、モデル形式に対する説明によって信憑性が変化する。

#### (a) モデル形式の信憑性等級A：最も簡単なモデル説明

貫部材（35mm角）の曲げ変形を評価するため、Euler はり理論に基づいたはり要素で4点曲げ試験（支持点間距離480mm、載荷点距離160mm）をモデル化する。樹脂材は均質な等方弾性体であることを仮定して、そのヤング係数は別途実施した材料試験によって同定したもの用いる。

#### (b) モデル形式の信憑性等級B：採用しなかった物理現象にも言及したモデルの説明

貫部材（35mm角）の曲げ変形を評価するため、JIS Z2101:2009<sup>[6]</sup>で規定された木材の材料試験を参考にした4点曲げ試験装置を用いた4点曲げ試験（支持点間距離480mm、載荷点距離160mm）に対して、生じうる物理現象を列挙した（表-2左列）。これらの物理現象に対するレビューを実施して、表-2に示す理由によってモデル形式を決定した。

取り上げた現象が単純であるため、PIRTに挙げた現象のはほとんどを採用していないモデル形式であるが、(b)の説明であれば何らかの技術的な判断を実施したという点で「認識されている」ことは確認できる。一方で(a)の説明では、モデル形式の説明に含まれていないもの（表-2で×としたもの）すべてが認識論的不確かさとなるため、この観点で(b)の説明は(a)と比較して信憑性が高い、つまり

モデル形式の信憑性が高いと評価する。もちろん、PIRTにおける○×の妥当性については議論の余地はあるだろうが、これはモデルの妥当性確認という観点で評価する指標であって信憑性とは切り離して考えるものである。

また、さらに信憑性の高い等級Cとするためには、これらの判断を感度解析などによって客観的に説明できるような確認作業を要求する。例えば、はり要素でよいという判断の妥当性を確認するために、ソリッド要素でのシミュレーションを実施して結果に与える影響が小さいことを確認するなどの作業である。このようなシミュレーションはスクリーニングシミュレーションと呼ばれることもあり、詳細は別報<sup>[7]</sup>で報告する。

#### (3) 木材を対象としたモデル形式の信憑性評価例

次に、木製椅子で用いる各部材について樹脂材と同様の4点曲げ試験を対象にして、部材モデルの信憑性をモデル形式とモデル入力の観点で評価する。ここでの問題設定も本節の冒頭で定義したものと同様であり、使用する材料が樹脂材からホワイトウッド材に変更しただけである。仮に、このシミュレーションモデル全体に対するリスク分析によって、モデル形式・モデル入力それぞれに信憑性等級Bを要求する状況を想定すると、それらの要件を満足するために必要なモデル形式・モデル入力に関する説明は次のようなものになる。

表-3 木製の部材に対するモデル形式のPIRT

要因	採否	採用/不採用の根拠
変形に関するもの		
はりの曲げ変形	○	曲げ変形だけでなくせん断変形も考慮できる Timoshenko はりも理論に従うことを仮定する
はりのせん断変形	○	木材は繊維方向の軸剛性に対してせん断剛性が著しく低いため、せん断変形の影響を考慮する
断面の変形	△	断面内の剛性が低いので曲げ変形によって断面変形が生じている可能性があるものの、はり要素で考慮することが難しいため見送り（現状ではこれを考慮するためには3次元ソリッドモデルが必要）
大変形の定式化	×	線形的な応答が得られる微小変形の仮定が成立する範囲の現象
材料挙動に関するもの		
弾性特性の異方性	○	曲げヤング係数とせん断弾性係数をそれぞれ同定する簡易的な異方性モデルを採用したことに対応する
塑性変形	×	弾性変形のみを取り扱う（弾性範囲に収まる荷重を載荷）
粘性挙動	×	載荷速度が十分に遅いため粘性効果は発現しないことを想定
破壊現象	×	破壊は考慮しない
寸法効果	×	材料特性が試験片寸法などに依存しないことを想定する
形状に関するもの		
ほぞ部の影響	×	ほぞ部は部材の両端にあるので曲げ変形に影響しない
ほぞ穴の影響	×	ほぞ穴が存在する部材であってもそれを無視してモデル化する（ほぞ穴ありの場合は剛性を高めに評価することになる）
部品の寸法	×	（モデル入力）基準寸法で作成することを仮定
載荷治具の形状	×	載荷治具と部材は線接触であることを仮定する
支持部の形状	×	支点と部材が線接触であることを仮定する（JISで規定された支持板を無視する
その他		
載荷・支持治具の変形	×	試験片に比べ十分に剛性が大きいため無視
載荷・支持点での摩擦	×	それぞれ十分に滑らかに運動することを仮定して摩擦は無視
載荷・支持治具のめりこみ（局所的な断面変形）	△	載荷治具の曲率半径は30mm（JIS参照）、支持部は十分な大きさの金属板があること、弾性変形の範囲の荷重であるため考慮しない（せん断剛性や繊維方向に直交する方向の軸剛性が低いため、その影響を明確に否定できないが、はりモデルでは表現できない）

## (a) モデル形式（信憑性等級B）：

椅子で使用する2種類の貫部材それぞれに対する曲げ変形を評価するため、前小節と同様の4点曲げ試験に対して生じうる物理現象を列挙し、それらに対するレビューを実施して表-3に示すようなモデル形式を採用する。樹脂材と比べて木材は弾性特性の異方性が強く、特に繊維方向のヤング係数に比べてせん断弾性係数が著しく低いことが特徴であるため、はり構造のせん断変形を考慮したTimoshenkoモデルに変更した。なお、ここで用いる材料パラメータについては事前に実施他材料試験から決定したものを使用する（詳細は、較正済み材料モデルの信憑性を参照）。

## (b) モデル入力・不確かさ（信憑性等級B）：

本計算モデルで重要な入力パラメータである縦ヤング係数とせん断弾性係数について、100本の製材から独立に採取した100体の試験体に対する曲げ試験を実施し、縦ヤング係数は13.3 GPa（標準偏差4.32 GPa, CV 0.326）、せん断弾性係数0.339 GPa（標準偏差0.357 GPa, CV 1.05）と同定した。なお、部材の断面寸法については±0.1mmの公差で製作しているため35mmの基準寸法とする。

(c) 較正済み材料モデル（信憑性等級B）<sup>[6]</sup>：

JIS Z2101:2009で規定された木材の材料試験方法に従って曲げ試験を実施した。ただし、試験体中央のたわみと同時に曲げひずみも計測することによって、試験体の変形をモデル化したTimoshenkoはりモデルが、それぞれの実験結果を再現できるように縦ヤング係数とせん断弾性係数を決定した。

## (4) 実験結果との比較

最後に、このように信憑性を評価した計算モデルから得られた予測結果を実験結果と比較した例を参考までに提示する。これまでのValidation活動で実施してきた実験結果との比較は、ASME V&V-40においてはValidationにおける項目Assessmentのひとつとして、「出力の比較（Output comparison）」という信憑性要因で評価するものだと規定されている（表-1参照）。実際にはさらに細かな要因が提案されているが、ここでは詳細は省略して、「結果比較の一致度（Agreement of output comparison）」に限定して紹介する。

これまでに紹介してきた信憑性要因と同様に、V&V計画を立案する際にこの信憑性要因（結果比較の一致度）

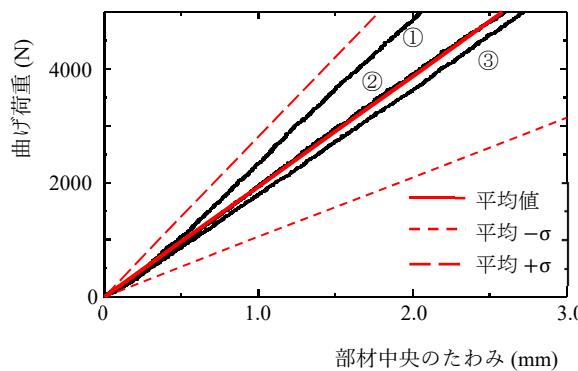


図-2: 木製部材におけるシミュレーションと実験の比較

に求める等級を決定する。あくまでも例示ではあるものの、他の信憑性等級と同レベルの「(b) The level of agreement of the output comparison was satisfactory for key comparisons, but not all comparisons.」を要求することを想定して以下のような要件を設定する。

(b) 4点曲げ試験における部材中央のたわみのみを実験結果と比較し、部材に対するすべての実験結果が、材料パラメータのばらつき ( $\pm\sigma$ ) から予測される範囲に収まっていること。

前述のシミュレーションモデルが予測する応答（荷重・たわみ関係）と3本の試験体に対する実験結果を図-2に示す。ここでは、縦ヤング係数・せん断弾性係数それぞれで確認されたばらつきを独立なものとして、変形の上限・下限それぞれの応答を評価している。この結果から上述の要件を満たしていることが確認できるため、このシミュレーションモデルの「結果比較の一致度」という信憑性要因について、要求される等級Bを達成していると評価する。

#### 4. まとめ

本研究ではASME V&V-40で提案された「リスク情報を活用した信憑性評価」にもとづいて、シミュレーションモデルの信憑性を評価する具体的な事例を提示した。これまでのV&V-10などで規定されたV&V活動と比較して、信憑性要因と要求する信憑性等級を定義してそれを満足していることを確認する手順を求めている点が大きく異なる。特に本研究で提案する認識論的不確かさ

を基準としたモデル形式の信憑性等級は、これまで漠然としていた「シミュレーションモデルの信憑性」について、そのモデルにおける認識論的不確かさの存在という観点で評価できる基準を提供するものである。

シミュレーションソフトウェアの高度化によって複雑な物理現象を取り扱えるようになった現在では、シミュレーションモデルを説明する際に見ていない応答や現象を説明することが不可欠であり、それを可視化しなければ説明されていない現象がすべて認識論的不確かさとなってしまい、結果としてモデルそのものに対する信憑性が担保できない。PIRTを作成・公開することで、モデル形式や仮定の検討の際に議論が円滑になることや、シミュレーション結果の解釈が容易になることが予想され、シミュレーション全体の信憑性が向上することが期待できる。

#### 参考文献

- [1] ASME: *ASME V&V-10 2019 Standard for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics*, ASME 2019.
- [2] ASME: *ASME V&V-20 2009 Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer*, ASME 2009.
- [3] ASME: *ASME V&V-40 2019 Assessing Credibility of Computational Modeling Through Verification and Validation: Application to Medical Devices*, ASME 2018.
- [4] ASME: *Verification, Validation, and Uncertainty Quantification Terminology in Computational Modeling and Simulation VVUQI-2022*, ASME, 2022.
- [5] 裕田智香子ら: ASME V&V-40にもとづく木材の曲げ試験における信憑性評価, 土木学会論文集, Vol. 80, No. 15, 2024.
- [6] 日本規格協会: JIS Z 2101:2009 木材の試験方法, 2009.
- [7] 都筑ら: 製品開発のフロントローディング化を目指した木製椅子の設計に関するスクリーニング・シミュレーションの検討事例, 計算工学講演会論文集, 29, 2024 (投稿中) .