計算工学講演会論文集　Vol.29 (2024年6月)　計算工学会

# SPH法による有限ひずみ弾塑性解析のV&V

V&V of finite strain elasto-plastic analysis by SPH method

呂　学龍[1)], 伊木　大地[2)]　全　世原[3)]松井　和己[4)]　山田　貴博[5)]

Xuelong LYU, Daichi IGI, Sewon JEON, Kazumi MATSUI, Takahiro YAMADA

1)横浜国立大学　環境情報研究院　博(工)（〒240-8501 神奈川県横浜市保土ケ谷区常盤台79番7番,

E-mail: lu-xuelong-tc@ynu.ac.jp)

2)GreenHigh(株)（〒197-0004 東京都福生市南田園1-4-18,E-mail: info@aisph.co.jp）

3)横浜国立大学　環境情報学府　（〒240-8501 神奈川県横浜市保土ケ谷区常盤台79番7番,

E-mail: jeon-sewon-yk@ynu.jp）

4)横浜国立大学　環境情報研究院　准教授（〒240-8501 神奈川県横浜市保土ケ谷区常盤台79番7番,

E-mail: kzm@ynu.ac.jp）

5)横浜国立大学　環境情報研究院　教授（〒240-8501　神奈川県横浜市保土ケ谷区常盤台79番7番,

E-mail: tyamada@ynu.ac.jp）

Remeshing is necessary in the case of large deformation, crack propagation, and fracture.However, the SPH method is meshless and can handle large deformations and fractures.The SPH method has been introduced to fluid and solid analysis and has been proven to be effective.The accuracy of the SPH method is often discussed in terms of the difference from the existing SPH method models.This study will clarify the accuracy of the finite strain elasto-plastic analysis by comparing the results with those of a general-purpose FEM code.

***Key Words :*** *Finite strain, Elasto-plastic, large deformation,Smoothed particle hydrodynamics,meshless*

## 1.　はじめに

塑性成形シミュレーションでは,有限要素法(FEM)などメッシュベースの手法が理論的に成熟し,最も広く使用されている.これらの手法の計算結果の信頼性は高品質のメッシュに依存する.一方,工業界における製品形状の複雑化に伴い,材料の大きな塑性変形やき裂進展,破壊現象の数値解析が求められている.これらの現象を再現するには、材料のすべりや体積の再分布が極端に発生し,メッシュ品質やRemeshingによる計算精度低下,メッシュ再構築に必要とする高度な作業などの課題が存在する.

SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法は,Lucy[1]とMonaghan[2]に天体物理学において先駆的に開発された.以来,流体力学及び固体力学問題のシミュレーションに多くの研究者が着実に研究を進めて来た[3-9].中には,Limidoら（2007）やVillumsen and Fauerholdt（2008）は,アルミニウム合金の高速切削の研究にSPHを適用し,切削力について実験とシミュレーションの間で良い一致を得た.MadajとPíška (2013) は直交切削シミュレーションを行い，実験で生成された切屑の長さと形状をシミュレーションで得られたものと比較したなど,SPH法のメッシュレス性,パーティクルによる離散近似,大きな変形や亀裂、破壊に対応できる特徴を活かし,固体への応用が多く行われている. そのメッシュレス・アルゴリズムの有効性が実証されている.

ところで,SPH法のアルゴリズムは,まだその精度に関して既往のSPH法モデルとの差異を議論することが多く,十分な研究が行われていない.一般構造物やマルチフィジックス解析への展開に不安が残る.

従来のSPH法は,固体のシミュレーションに用いると強い数値振動を減衰させ,系を安定化させるため,人工粘性が必要である.本研究では,Bonetら提案されたLagrangian corrected SPH法を採用,カーネル関数を参照配置のパーティクルと固定させ,カーネル関数をラグランジュ型に適用し解析を行う.ASME V&V-40に準じ,基礎となる弾塑性解析の精度がどの程度か,汎用FEMコードの結果と比較し明らかにする.

## 2.　基礎理論

固体力学の問題はラグランジュ保存方程式を用いる.応力と加速度の計算にシミュレーションドメインの初期位置を参照する.すべての構成方程式や保存方程式は,基準座標Xで表される.

変位uは次式で与えられる.

$$\mathrm{u} = x - X \tag{1}$$

ラグランジュフレームワークでは,質量,運動量,エネルギー保存方程式は以下である.

$$\rho \mathrm{J} = \rho_0 \tag{2}$$

$$\ddot{\mathrm{u}} = \frac{1}{\rho_0} \nabla_0 \cdot \mathrm{P}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

$$\dot{e} = \frac{1}{\rho_0}\dot{F} : \mathrm{P} \tag{4}$$

ここで,ρは密度,Pは第1Piola-Kirchhoff応力テンソル,$e$は単位質量あたりの内部エネルギー,∇は勾配あるいは発散演算子,添字0は,量または演算子が参照配置で評価することを示し,添字がない場合は現在の配置で評価されることを示す.

変形勾配Fは次式で与えられる.

$$\mathrm{F} = \frac{dx}{dX} = \frac{du}{dX} + I \tag{5}$$

参照配置から変形された現在配置に回転や伸長を記述する変換行列である.

ヤコビアンまたは体積変化率Jは

$$\mathrm{J} = \det(F) = \frac{dV}{dV_0} \tag{6}$$

変形勾配テンソル$F$よりGreen-Lagrangian ひずみテンソル$E$は以下のようになる.

$$E = \frac{1}{2}(F^T F - I) = \frac{1}{2}(C - I) \tag{7}$$

ここで,$C$は右Cauchy変形勾配テンソルである.オイラー型Almansiひずみ$\epsilon$は, $E$から次式になる.

$$\epsilon = F^{-T} \cdot E \cdot F^{-1} = \frac{1}{2}(I - F^{-T}F^{-1}) \tag{8}$$

Cauchy応力テンソルは

$$\begin{aligned} \sigma &= \mathrm{K}\ tr(\epsilon)I + 2G\left(\epsilon - \frac{1}{3}\ tr(\epsilon)I\right) \\ &= \lambda\ tr(\epsilon)I + 2\mu\epsilon \end{aligned} \tag{9}$$

λとμはLam´e定数,K = λ + 2μ/3は体積弾性率,G = μはせん断弾性率である,2つの弾性率の関係は次式で与えられる.

$$\mathrm{E} = 2G(1 + \nu) = 3\mathrm{K}(1 - 2\nu) \tag{10}$$

Eはヤング率,νはポアソン比である.応力の時間積分やカーネル補正などについては,Bonetらの優れた連続体力学の論文をご参照ください.

## 3. 検証モデルと結果

コード検証するため,ハリモデルを用いて検証を行った.

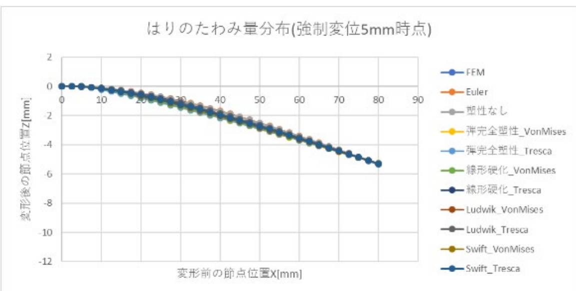


Fig.1.強制変位5mmハリモデルのたわみ量の比較

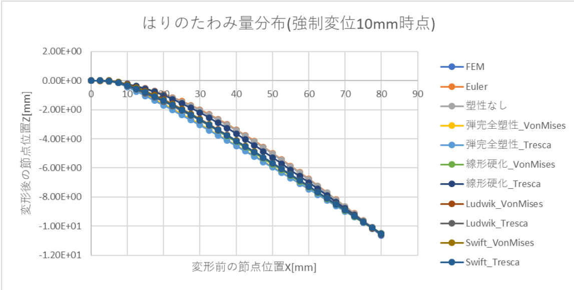


Fig.2.強制変位10mmハリモデルのたわみ量の比較

変位量は理論解と良好に一致した.また,応力集中なども考慮し矩形平板モデル,Vノッチモデル,矩形平板円孔モデルも行った.その結果を省略する.

## 4. まとめ

本研究では, SPH(粒子)法を用いて,ハリモデル,矩形平板モデル,Vノッチモデル,矩形平板円孔モデルの弾塑性解析を実施,汎用FEMコード(Ansys)と精度評価を行った.変位やVonmise応力は,いずれのモデルにおいても良好に一致した.また応力集中する場合,SPHモデルのパーティクル間隔はFEMモデルの標準要素サイズと同じか1/2にすることにより,SPHの解析結果はFEM解析結果と同等の精度を有することがわかった.一般構造物やマルチフィジックスへの展開も可能と予測できる.

## 参考文献

[1] L.B. Lucy, A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, Astron. J. 82 (1977) 1013–1024.

[2] J.J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, Annu. Rev. Astron. Astrophys. 30 (1992) 543–574.

[3] J. Bonet, S. Kulasegaram, Remarks on tension instability of Eulerian and Lagrangian Corrected Smooth Particle Hydrodynamics (CSPH) methods, Internat. J. Numer. Methods Engrg. 52 (2001) 1203–1220.

[4] J. Bonet, T.-S. Lok, Variational and momentum preservation aspects of Smooth Particle Hydrodynamic formulations, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 180 (1999) 97–115.

[5] J.Bonet,T.-S.L.Lok: Varational and momentum preservation aspects of Smooth Particle Hydrodynamics formulations,*Comput. Methods Appl. Engrg. 180,77-115,1999.*

[6] G.C. Ganzenmüller, An hourglass control algorithm for Lagrangian Smooth Particle Hydrodynamics, Comput. Methods Appl. Mech.Eng. 286 (2015) 87–106.

[7] 後藤仁志:粒子法 連続体・混相流・粒状体のための計算科学,森北出版株式会社,2020.

[8] 浅井光輝:明快粒子法 SPH,MPS,DEMの理論と実践,丸善出版,2022.

[9] 呂学龍:SPH法による衝撃解析,横浜国立大学,博士論文, 2011.