

# 幾何学的非線形性を考慮した動的RBSMの開発と検証

Development and verification of dynamic RBSM considering geometric nonlinearity

菊池綾嶺<sup>1)</sup>, 木村管杜<sup>2)</sup>, 山本佳士<sup>3)</sup>

Ayane Kikuchi, Kanto Kimura and Yoshihito Yamamoto

1) 法政大学大学院 デザイン工学研究科 (〒162-0843 東京都新宿区市谷田町2-33, E-mail:  
ayane.kikuchi.7x@stu.hosei.ac.jp)

2) 法政大学大学院 デザイン工学研究科 (〒162-0843 東京都新宿区市谷田町2-33, E-mail:  
kanto.kimura.9x@stu.hosei.ac.jp)

3) 博(工) 法政大学 デザイン工学部 教授 (〒162-0843 東京都新宿区市谷田町2-33, E-mail: y.yamamoto@hosei.ac.jp)

A rigid-body-spring model (RBSM) that can reproduce the dynamic behavior of large displacements and large rotations in failure and collapse processes of concrete structures subjected to extreme actions has been developed. Furthermore, the proposed method was verified by comparing the results of the proposed method with those of a finite element method code that has been proven in the linear elastic domain. The verification results show that the proposed method adequately reproduces the dynamic response of beams including large displacement and large rotation regions.

**Key Words :** RBSM, Collapse simulation, Geometric nonlinearity, Dynamic, Verification

## 1. はじめに

近年, 原子力発電施設等の特に重要な土木・建築構造物の設計においては, 設計作用を超えるようなケースに対しても安全性の検討を行うことが求められている。ひび割れ進展挙動, 圧縮破壊の局所化挙動, 鉄筋の付着すべり, 座屈挙動等の鉄筋コンクリート構造部材の破壊挙動から構造システム全体の倒壊挙動までを精度良く再現可能な数値解析技術の確立は, 上記のような安全性の検討のための有用なツールになるものと考えられる。

コンクリート構造物を対象とした数値解析手法は, 非線形有限要素法を中心に多くの研究が行われてきており, 地震作用下等における複雑な非線形応答を再現できるようになってきている。しかしながら破壊, 倒壊挙動の再現となると未だいくつかの課題が残されており, その中でも, コンクリートの圧縮軟化・局所化挙動, およびその拘束圧依存性挙動の再現は現状においても難しい課題として残されている[1]。コンクリート材料は引張に弱く, 圧縮に強い材料であるため, 構造物中で引張を受ける領域には十分な鉄筋が配置される。このため, 部材として抵抗機構を喪失する領域では, 補強鉄筋による拘束効果を含むコンクリートの圧縮破壊挙動が支配的となるケースが多い。したがって, 破壊, 倒壊挙動を再現するためには, まず上記の課題の克服が特に重要な課題となる。

著者らは, 各種応力下におけるコンクリート材料の軟化・局所化挙動および部材レベルの破壊挙動, 特に現状のコンクリートの数値解析技術では再現が困難な圧縮軟化・局所化挙動, 拘束圧依存性挙動までを再現可能な, 剛体バネモデル(RBSM)を開発している[2,3]。一方で, 一般

的にRBSMは, 微小回転の仮定に基づいているため, 材料レベルで破壊が局所化した後, 大変位・大回転を伴って部材あるいは構造システム全体で倒壊していく挙動までは再現が困難であった。そこで著者らは, RBSMを大変位・大回転挙動を伴う倒壊問題へ適用するために, 幾何学的非線形性を考慮可能な3次元RBSMの開発を行っている[4,5]。しかしながら, 幾何学的非線形性を考慮したRBSMでも, 基本的に初期の要素ネットワークを参照し続けるため, 例えは, 要素界面で大きなせん断すべりが生じる, あるいは倒壊過程で破片同士が新たに接触するなど, 初期のネットワークを超えて要素同士が新たに接触した際には, その要素間で力をやり取りするができない, 不合理的な応答が生じることが考えられる。すなわち, 破壊から倒壊過程においてコンクリート構造物が, ひび割れ, ひび割れ面のすべり, 圧壊を経て大変形する挙動を適切に再現することはできない。そこで著者らは, 剛体要素(多面体要素)に接触判定用の球を複数配置し, 接触が判定された際に要素ネットワークを更新することで, 大変位・大回転が生じた後の接触, 衝突現象を再現する手法を提案している[6]。

以上のように, 著者らは, 破壊挙動, 大変位・大回転挙動および接触挙動を再現できる手法を開発している。さらに, 著者らは, 破壊挙動, 大変位・大回転挙動までを再現可能なRBSMを動的に拡張している[7]。しかしながら, 開発した手法の検証は十分ではなかった。そこで本研究では, 参考文献[7]で示した手法を用いた, いくつかの解析を実施とともに, 既存のコードとの比較により可能な範囲で手法の検証を行う。

## 2. 解析手法

本研究では、Voronoi分割によるランダム多面体要素を用い、さらに大変位・大回転挙動を再現できるよう拡張した3次元剛体バネモデル(RBSM)によりコンクリートをモデル化した。RBSMはKawai[8]により提案された離散体解析手法の一つであり、対象を剛体要素とバネの集合体としてモデル化し、要素間に分布するバネのエネルギーを評価することにより、対象の力学的挙動を追求する手法である。バネに非線形構成モデルを導入することで、ひび割れ、すべり等の不連続挙動を簡便に表現することができる。図-1に示すように、3次元RBSMでは、剛体要素内の代表点に並進3、回転3の計6自由度を設定し、要素内に剛体変位関数を仮定する。一般的なRBSMでは、要素の剛体変位関数に、微小回転の仮定に基づく回転マトリクスを用いているが、本研究では、RBSMと低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目して新たに開発した、幾何学的非線形性を考慮した手法を用いた[4,5]。

図-2に提案手法の概要を示す。提案手法では、2つの剛体要素間の力学モデルとして、図中の青線で示すように、Voronoi面を断面に持つ、幾何学的非線形性および有限回転を考慮した低減積分ティモシェンコはり要素を仮定する。ここで、Voronoi分割の性質上、Voronoi面は2つの母点を結ぶ線分の垂直二等分面になる。Toi[9]は、RBSMの積分点位置が2つの剛体要素の自由度設定点のちょうど中間の断面に位置している場合、その要素剛性マトリクスは、同様にはり軸方向中央断面に1点の積分点を持つ低減積分ティモシェンコはり要素の要素剛性マトリクスと、完全に一致することを明らかにしている。すなわち、断面をVoronoi面とし、Voronoi母点を節点とする、低減積分ティモシェンコはり要素のネットワークからなる構造は、要素配列にVoronoi分割を適用し、Voronoi母点を自由度設定点としたRBSMと、微小変形の仮定のもとでは完全に一致する。紙面の都合上、結果は省略するが、検証解析によりこれらは実際に一致することを確認している。すなわち、2つの剛体要素間の力学モデルとして低減積分ティモシェンコはりを仮定すれば、微小変形領域においては、従来の微小回転の仮定に基づくRBSMと等価になり、さらに、幾何学的非線形性を考慮することで、大変位挙動の再現が可能になる。

なお、本研究では、以降に示すように、既存の低減積分ティモシェンコはり要素解析コードとの比較によりコード検証を行うが、既存の解析コードでは、断面2次モーメント等の要素断面情報をあらかじめ計算した上で入力して数値計算を行っている。一方、著者らの従来の手法では、Voronoi分割を用いたランダム多面体を用いている都合上、断面情報をあらかじめ計算して入力することはしていない。断面を、重心と頂点からなる三角形に分割して、その重心に積分点を配置し(図-1)，断面分割法を用いたはり要素と同様な方法で、断面情報の計算を行っていた。本研究の3要素の簡単な動的解析では、さらに、図-3(b)に示す

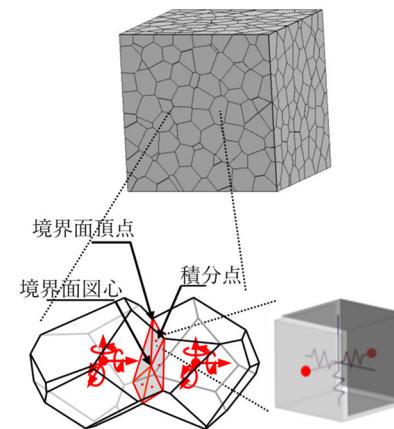


図-1 RBSM の概要

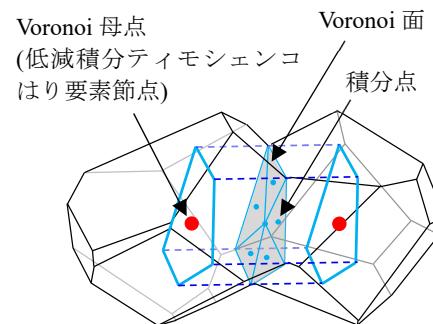
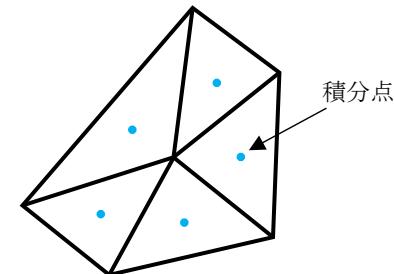
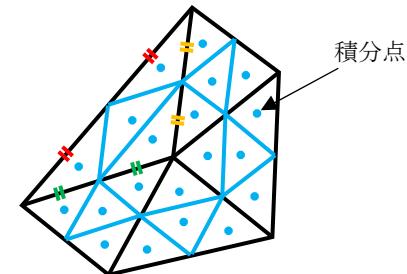


図-2 RBSM と低減積分ティモシェンコはり



(a) 従来手法における断面分割図



(b) 本研究で用いた断面分割図

図-3 断面分割図

ように、従来どおり分割した三角形を、さらにその辺の中点同士を結んで分割することで断面分割数を増やし、断面分割法による断面情報の計算精度を上げることを試みた。

提案手法では、積分点で得られるGreen-Lagrangeひずみ

の、はり軸方向の垂直ひずみ成分および軸方向を含むせん断ひずみ成分（2成分）を、従来のRBSMにおける垂直バネおよびせん断バネのひずみと仮定し、著者らが提案している従来の構成モデルを適用して応力を算定し、これを第2 Piola -Kirchhoff応力として評価して内力計算を行った。また、コンクリートを表現する各バネの構成モデルは、微小変形を仮定したRBSMで妥当性、有用性を確認しているモデルと同一のものを使用した。同一のものを使用しても、前述したコンクリートの各種応力下の軟化・局所化挙動、拘束圧依存性挙動は定量的にも妥当な精度で再現できることを確認している。

RBSMと等価な低減積分ティモシェンコはりによって離散化した運動方程式の時間積分法については、ニューマーク $\beta$ 法を用いた[10,11]。

### 3. 静的座屈挙動を対象とした検証[5]

ここでは、提案手法の検証として、理論解がある、静的条件下で検証した実施した例を示す。具体的には、座屈後の大変位・大回転挙動を含む1軸圧縮を受ける弾性柱の静的応答解析により検証した[5]。解析モデル及び解析結果を図-4に示す。材料は弾性体であり、ポアソン比は0を仮定している。法線バネおよびせん断バネのヤング係数は、材料のヤング係数と同じ値を設定している。要素自由度（ティモシェンコはり要素節点）はVoronoi多面体要素の母点に位置している。初期不整として、図-4の解析モデルの初期状態における赤線で囲まれた領域の弾性率を他の領域よりも1%低下させた。

図-5に解析により得られた荷重一変位関係を示す。同図中には厳密解[12]も示している。図より解析結果は厳密解を正確に再現していることが分かる。

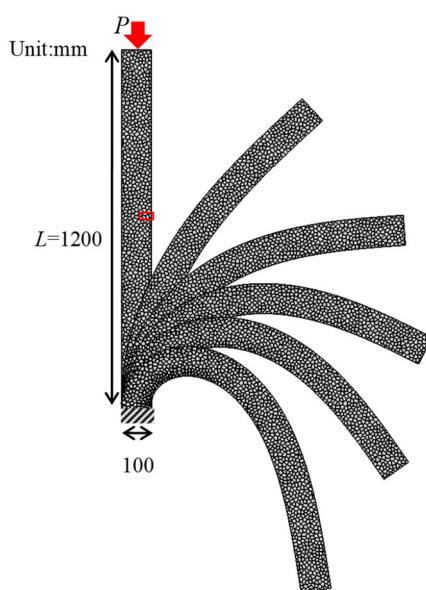


図-4 弾性柱の座屈解析

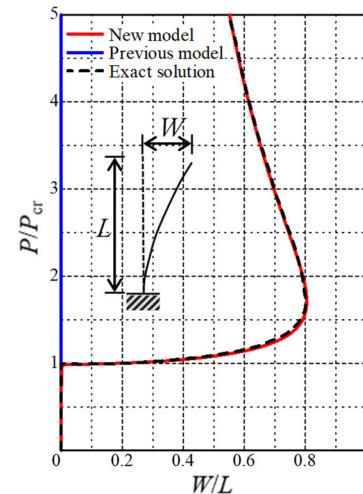


図-5 座屈解析の荷重一変位応答

### 4. 動的応答を対象とした検証

つづいて、既存の低減積分ティモシェンコはり要素を用いた動的解析コード[10]との比較により提案手法の検証を行った。ここでは、まず、簡単な3要素の解析モデルを用いて動的解析を行った。解析モデルを図-6に示す。1要素100mmの立方体であるキューブ型の3要素を対象とし、要素間バネを線形弾性体として考える簡単な弾性解析を行った。なお、1番要素は全自由度固定とし、3番要素に図-7に示す荷重一時間関係でz軸周りのモーメント荷重を与える。

図-8に、提案手法による解析と、低減積分ティモシェンコはり要素を用いた解析で得られたそれぞれの変位一時間関係を示す。グラフから、既存のコードと本研究で同じ結果が得られることが分かった。

つづいて、Voronoi分割を適用して解析モデルを構築した場合の検証を行う。提案手法は、ひび割れ等の破壊を再

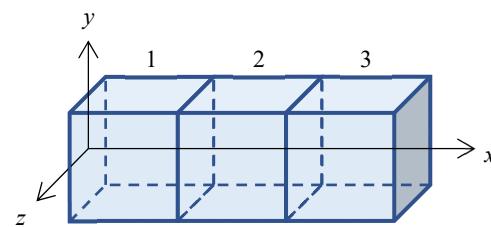


図-6 解析モデル

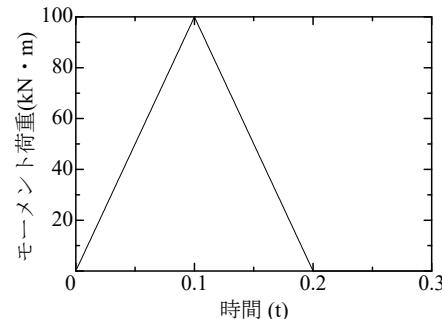


図-7 荷重一時間関係

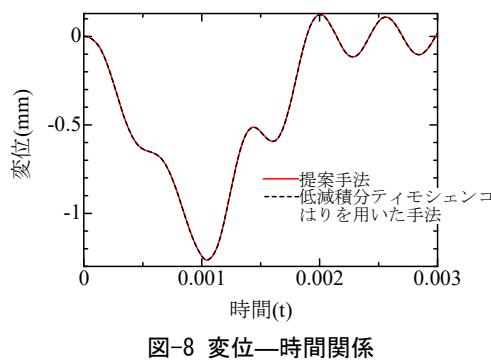


図-8 変位一時間関係

左端境界条件

(a)固定または(b)自由

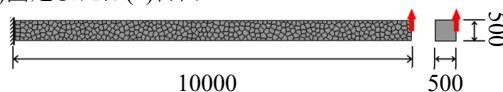
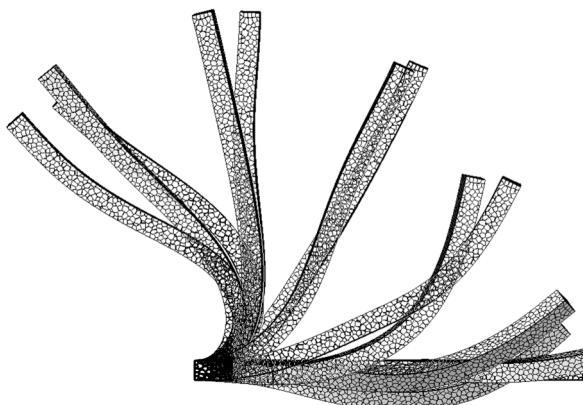
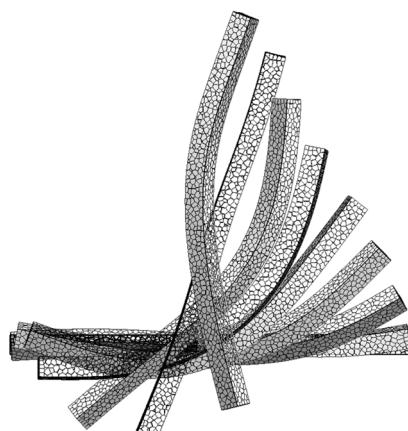


図-9 Voronoi 分割モデルと解析条件



(a) 左端固定



(b) 左端自由

図-10 提案手法による変形図

現できる手法であるが、検証のために、既存の汎用解析コードで再現可能な、弾性材料に限定して解析を実施した。解析モデルを図-9に示す。はりの左端を(a)固定および(b)自由の2ケースで解析を行った。また、はりの右端には、ねじりモーメントが作用するように、要素の重心から偏心させた位置にステップ荷重で5000kNの鉛直荷重を与え

た。時間増分は $1.0 \times 10^{-5}$ sとした。ヤング係数は $1.0 \times 10^4$ MPa、ポアソン比は0と仮定した。

図-10に提案手法の解析により得られた変形図を示す。片持ちはりのケースでは、はりが慣性力の影響を受け高次モードで、ねじり変形を伴いながらたわみ振動していることが分かる。両者とも、はりの動的応答を妥当に再現していることが分かる。なお、現在は商用有限要素法解析ソフトウェアを用いて、上記と同じ条件で解析を進めており、当日はコード間対照による検証結果を報告する予定である。

## 5.まとめ

本研究は、幾何学的非線形性を考慮したRBSMによる動的応答シミュレーション手法の開発およびその検証を試みたものである。検証の結果、提案手法は弾性応答の範囲内で大変位・大回転領域まで動的応答を妥当に再現できることが確認できた。なお、現在は商用有限要素法解析ソフトウェアを用いた解析を進めており、当日はコード間対照による詳細な検証結果を報告する予定である。ただし、提案手法は、破壊挙動までを再現可能である手法であるが、破壊挙動までを含めた検証は今後の課題である。

## 参考文献

- [1] 日本コンクリート工学協会、コンクリート構造物のポストピーク挙動解析研究委員会：コンクリート構造物のポストピーク挙動評価と設計への応用、日本コンクリート工学協会、2003.
- [2] 山本佳士、中村光、黒田一郎、古屋信明：3次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析、土木学会論文集E, Vol.64, No.4, pp.612-630, 2008.
- [3] Yamamoto, Y., Nakamura, H., Kuroda, I. and Furuya, N. : Crack propagation analysis of reinforced concrete wall under cyclic loading using RBSM, European Journal of Environmental and Civil Engineering, Vol.8, Issue7, pp.780-792, 2014.
- [4] 伊佐治優、山本佳士、中村光、三浦泰人：破壊の局所化および大回転変位を伴うRC構造物の倒壊シミュレーションのための新しい離散体解析手法の開発、計算工学講演会論文集 Vol.22, 2017.
- [5] Yamamoto, Y., Isaji, Y., Nakamura, H. and Miura, T. : Collapse Simulation of Reinforced Concrete Including Localized Failure and Large Rotation Using Extended RBSM, Proceedings of 10th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FraMCoS-10), 2019.
- [6] 菊池綾嶺、中村亘、山本佳士：接触挙動を考慮したRBSMによるコンクリート構造のひび割れ進展・倒壊シミュレーション、土木学会論文集, vol.80, No.15, pp.13-17, 2023.

- [7] 菊池綾嶺, 山本佳士 : 幾何学的非線形性を考慮した  
RBSMによる動的応答シミュレーション, 計算工学講  
演会論文集 Vol.28, 2023.
- [8] Kawai, T. : New discrete models and their application to  
seismic response analysis of structures. Nuclear  
Engineering and Design, 48, pp.207-229, 1978.
- [9] Toi, Y. : Shifted Integration Technique in One-  
Dimensional Plastic Collapse Analysis Using Linear and  
Cubic Finite Elements, International Journal for Numerical  
Methods in Engineering, Vol.31, pp.1537-1552, 1991.
- [10] 磯部大吾郎 : はり要素で解く構造動力学, 丸善出版,  
2020.
- [11] 久田俊明, 野口裕久 : 復刊 非線形有限要素法の基  
礎と応用, 丸善出版, 2020.
- [12] Timoshenko, S. and Gere, J.: Theory of elastic stability,  
McGraw-Hill Inc., 196