

# 鉄筋コンクリートはりの非線形有限要素解析 に対する V&V の一例

An Example of Verification and Validation for Nonlinear Finite Element Analysis  
of Reinforced Concrete Beam

車谷 麻緒<sup>1)</sup>・羽生 隼輝<sup>2)</sup>・渡邊 英吾<sup>3)</sup>・櫻井 英行<sup>4)</sup>

Mao Kurumatani, Junki Hanyu, Eigo Watanabe and Hideyuki Sakurai

<sup>1)</sup> 茨城大学大学院 理工学研究科 都市システム工学専攻 (〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1,  
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp)

<sup>2)</sup> 茨城大学大学院 理工学研究科 都市システム工学専攻 (〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

<sup>3)</sup> 茨城大学大学院 理工学研究科 都市システム工学専攻 (〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

<sup>4)</sup> 清水建設 技術研究所 社会システム技術センター (〒 135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17)

This study presents an example of the verification and validation (V&V) for non-linear finite element analysis of reinforced concrete beams with shear reinforcements subjected to four-point bending. The code verification, together with the calculation verification, is performed by comparing the numerical results obtained by changing the mesh size with a reference solution based on beam theory. The computational model is validated for its intended use by comparing the results of a Monte Carlo simulation with the results obtained from a validation experiment.

**Key Words :** verification and validation, sensitivity analysis, uncertainty, non-linear finite element analysis, reinforced concrete beam

## 1. はじめに

米国機械学会 (ASME) では、V&V (Verification and Validation; 検証と妥当性確認) とよばれる数値解析の品質や信頼性を保証するための概念や方法が、ASME V&V 10 として示されている [1]。V&V は、大きく分けて 2 つのプロセスで構成されている。Verification (検証) は「数値解析が正しく行われているか」を検証するプロセスであり、妥当性確認は「数値解析は実験結果を正しく予測できているか」を確認するプロセスである。検証には、コード検証と解析検証の 2 つがあり、コード検証ではモデルが正しく実装されていることが検証され、解析検証では離散化誤差 (数値誤差) が十分に小さいことが検証される。妥当性確認では、実験と数値解析の双方に含まれる各種の不確かさを定量化し、実験結果と計算結果を比較することで、数値解析 (モデル) の妥当性が確認されることになる。

コンクリート構造物の数値解析に対する V&V の適用には、次のような課題がある。コンクリートは、挙動の非線形性が強く、理論解や解析解が基本的に存在しないため、コード検証を行うのが困難である。破壊や局所化を含む非線形問題では、メッシュ収束性があるとは限らないため、解析検証の実施にも課題がある。また、挙動の非線形性が強く、物性のばらつきが大きいと、数値解析による再現が難しいことに加えて、実験や計測の精度にも影響が及ぶことから、妥当性確認についても検討すべき課題が多い。

既往の研究の多くは、検証または妥当性確認のどちらかを対象とした事例が多く、両方を対象とした検討

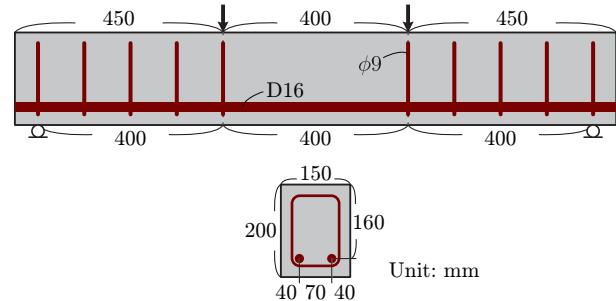


図-1 鉄筋コンクリートはりの 4 点曲げ問題

はほとんど行われていない。線形問題 [2] や無筋コンクリート [3] を対象とした事例が報告されているが、より現実的な鉄筋コンクリート構造物の非線形問題に対して、検証と妥当性確認の両方を検討した事例は見当たらない。

そこで本論文では、せん断補強筋を有する曲げ破壊型の鉄筋コンクリートはりの非線形有限要素解析を対象に、ASME V&V 10 に基づく検証と妥当性確認を具体的に検討した例を示す。

## 2. モデルの概要

予測対象は、図-1 に示すような、せん断補強筋を有する鉄筋コンクリートはりの 4 点曲げ問題とする。この問題の力学挙動を予測することをモデルの「利用目的」とし、はり中央点のたわみが 10 mm のときの荷重

表-1 概念モデルにおける PIRT

Phenomenon	Importance	Confidence
Elasticity	Medium	High
Concrete fracture	High	Low
Steel plasticity	High	High
Interface	Medium	Low
3D nature	High	High

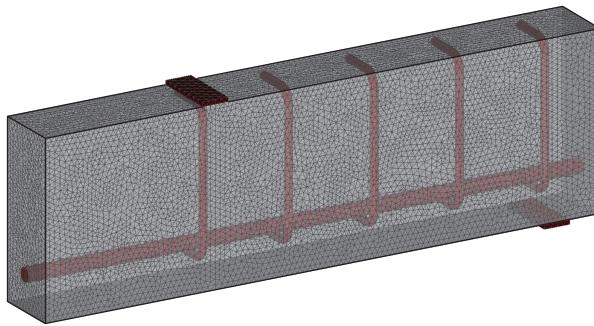


図-2 鉄筋コンクリートはりの3次元有限要素モデル

値を誤差10%未満で予測することをモデルの「正確度要件」と定めることとする。

概念モデルの詳細は省略するが、表-1に示すPIRT(Phenomena Identification and Ranking Table)をもとに、鉄筋の構成モデルにはvon-Mises塑性モデル、コンクリートの構成モデルには修正von-Mises損傷モデル[4]を適用し、3次元で鉄筋コンクリートの幾何形状をモデル化することとする。これらの構成モデルを非線形有限要素解析に実装したものを計算モデルとする。

### 3. 検証（コード検証・解析検証）

線形問題では弾性理論解を利用して検証を行えるが、コンクリートのような破壊や損傷を伴う非線形問題では、理論解や解析解が基本的に存在しないため、線形問題のような検証が行えない。

そこで本研究では、はり理論に基づいて定式化された鉄筋コンクリートはりの1次元モデル[5]から得られる結果を参照解とし、計算モデルの検証を行うこととする。この方法は、はり理論から導出されており、離散近似を用いていないため、理論解に近い挙動を再現することができる。

解析対象は、図-1と同様であり、メッシュサイズと荷重刻み数を変化させた数値解析を行い、参照解と比較する。有限要素メッシュ（メッシュサイズ12mm）の例を図-2に示す。材料パラメータについては、参照解に含まれないパラメータは一般的な値とし、それ以外のパラメータは参照解と一致させた。

荷重-変位関係の比較を図-3に示す。いずれのケースであっても、参照解と同様の挙動が再現されており、またメッシュサイズや荷重刻み数にほとんど依存していないことがわかる。変位10mmのときの荷重値を比較すると、参照解に対する相対誤差は1.4%～2.1%である。

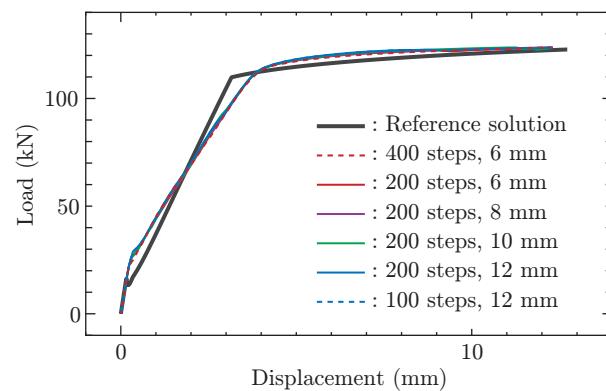


図-3 検証における荷重-変位曲線の比較

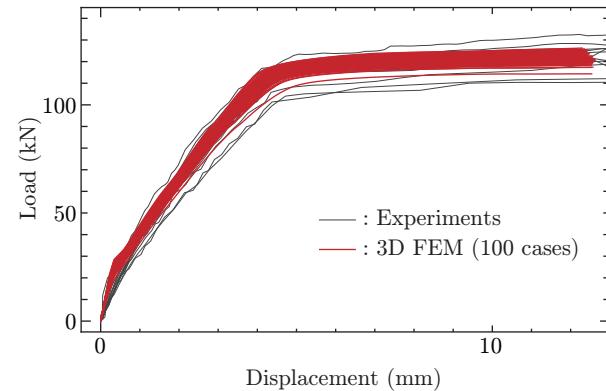


図-4 実験と解析の荷重-変位曲線の比較

り、有限要素解析の結果の最小値と最大値の幅は参照解に対して約0.7%である。

以上より、計算モデルに含まれる離散化誤差や数値誤差は十分に小さいと判断される。

### 4. 妥当性確認

筆者らが事前に実施したValidation実験[6]に対して、計算モデルの妥当性確認を実施する。実験条件は図-1と同様である。

実験では、不確かさを可能な限り低減させるために、試験体作成方法や実験実施方法が統一されている。そのため、材料物性のばらつきを主な不確かさとし、材料物性のばらつきを数値解析に反映させて、実験値と計算値を比較する。鉄筋の挙動はばらつきが非常に小さいため、数値解析ではコンクリートの物性のばらつきのみを反映させる。具体的には、材料試験から得られた平均値と標準偏差から正規乱数を発生させて、材料パラメータのばらつきを与えた。

荷重-変位関係の比較を図-4に示す。材料パラメータをばらつかせた100ケースの解析結果と、12体の実験結果を比較している。実験結果の最小値や最大値は再現されていないものの、解析結果が実験結果のばらつきの範囲内に収まっている。図-5は、材料パラメータをすべて試験結果の平均値とした場合の数値解析と実験のひび割れ分布の比較を示している。数値解析の結果は、最大主ひずみ分布をひび割れ分布として可視

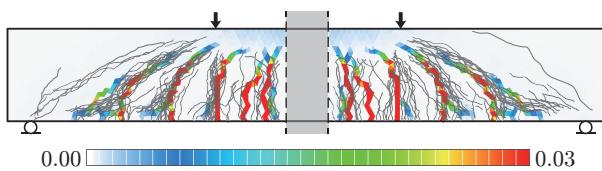


図-5 実験と解析のひび割れ分布の比較

化している。試験体の中央には試験機の支柱があり、その部分のひび割れは記録されていない。実験において高確率でひび割れが発生する位置に、数値解析でもひび割れが再現されており、実験結果を正しく予測できていることがわかる。

ASME V&V 10 の適用例 [7] と同様の方法で、累積分布関数に基づく誤差を計算する。ここでは、荷重-変位関係において、変位 10 mm のときの荷重値を評価対象とする。図-4 を累積分布として比較した結果を図-6 に示す。ここから面積誤差 [7] を計算すると、誤差は 2.47% となる。検証において、計算モデルの数値誤差は、最大で 2% 程度であったことから、数値誤差の分を加味しても、本論文の目標とした正確度要件の誤差 10% 未満を満たしている。すなわち、十分な正確度で実験値を再現できていることから、所期の利用目的において、計算モデルの妥当性が確認されたといえる。

## 5. おわりに

本研究では、曲げ破壊型の鉄筋コンクリートはりに対する非線形有限要素解析を対象に、ASME V&V 10 に基づく検証と妥当性確認を具体的に行なった例を示した。検証では、はり理論に基づいて導出した結果を参照解とし、メッシュサイズや荷重刻み数を変化させた数値解析を行い、参考解と比較することによって、コード検証と解析検証を同時に実行した。妥当性が確認では、事前に実施した Validation 実験を対象に、コンクリートの材料物性をばらつかせた数値解析を行い、累積分布に基づく実験値と計算値の誤差を評価することによって、計算モデルの妥当性を確認した。

本研究では、曲げ破壊型の鉄筋コンクリートはりを対象としたが、せん断破壊型の鉄筋コンクリートはりや異なる部材に対する検証と妥当性確認についても、今後検討していく必要がある。

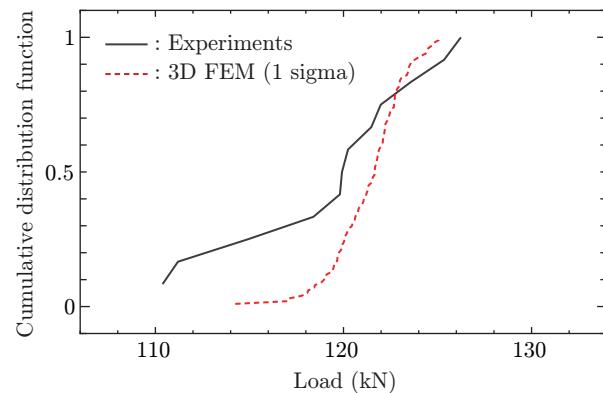


図-6 実験と解析の累積分布の比較

## 参考文献

- [1] *Standard for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics*, ASME V&V 10-2019, The American Society for Mechanical Engineers, 2020.
- [2] 和田健介, 櫻井英行, 滝本和志, 山本真哉: 構造革新に向けた V&V とトポロジー最適化の試行, コンクリート工学, Vol. 56, No. 9, pp. 801-808, 2018.
- [3] 車谷麻緒, 小倉大季, 櫻井英行: コンクリートの非線形有限要素解析に対する検証と妥当性確認の一例日本計算工学会論文集, Vol. 2022, p. 20220005, 2022.
- [4] 車谷麻緒, 寺田賢二郎, 加藤準治, 京谷孝史, 横山和男: コンクリートの破壊力学に基づく等方性損傷モデルの定式化とその性能評価, 日本計算工学会論文集, Vol. 2013, p. 20130015, 2013.
- [5] 車谷麻緒, 坂敏秀, 山本佳士, 上田尚史, 岡崎慎一郎, 小倉大季: 理論式に基づく鉄筋コンクリートはりの非線形計算モデルの開発とその検証および妥当性確認, 日本計算工学会論文集, No. 20210020, 2021.
- [6] 羽生隼輝, 車谷麻緒: 数値解析の V&V に向けた曲げ破壊型鉄筋コンクリートはりの Validation 実験, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 80, No. 15, p. 23-15016, 2024.
- [7] *An Illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics*, ASME V&V 10.1-2012, The American Society for Mechanical Engineers, 2012.