

コンクリート構造物のCAEにおける 信憑性評価の考え方と課題

A concept of credibility assessment on computer aided engineering for concrete structures

原紘一朗¹⁾, 車谷麻緒²⁾, 山本佳士³⁾, 櫻井英行⁴⁾

Koichiro Hara, Mao Kurumatani, Yoshihito Yamamoto and Hideyuki Sakurai

1) 修(工) 清水建設 技術研究所 (〒135-8530 江東区越中島3-4-17, koichiro.hara@shimz.co.jp)

2) 博(工) 茨城大学大学院 理工学研究科 (〒316-8511 日立市中成沢町4-12-1, mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp)

3) 博(工) 法政大学 デザイン工学部 (〒162-0843 新宿区市谷田町2-33, y.yamamoto@hosei.ac.jp)

4) 博(工) 清水建設 技術研究所 (〒135-8530 江東区越中島3-4-17, hideyuki.sakurai@shimz.co.jp)

A trial concept for assessing the credibility of the computational model on the computer aided engineering (CAE) is presented to the field of concrete structure designs. A V&V (verification and validation) process of computational model corresponding to concrete strength tests is shown in a flow diagram. In addition to the PIRT (phenomena identification and ranking table), which is often employed to abstracting the reality of interest, two types of communication and decision-making tools have been developed. The one is the UICT (uncertainty identification and characterizing table) to planning uncertainty quantification strategy. The other is the CFGT (credibility factorization and grading table) to factorize and assessing the credibility of the computational model. The trustworthiness of three types of computational model before their validation, which is significant credibility for CAE, is summarized in the CFGT as example of credibility assessment on CAE.

Key Words : Verification and Validation(V&V), Credibility Assessment, Concrete Structures

1. はじめに

文化的な生活を享受する上で不可分な存在である土木構造物には、非常に高い品質や安全性が常に要求される。我が国の土木構造物の設計、特にコンクリート構造においては、発注者の仕様に基づき、示方書や設計基準、指針類に準拠する場合が多く、これらにより高い品質と安全性が担保されている。一方、施工側に目を向けると、近年は省人化・IT化の波に乗ってプレキャスト部材（工場で製造された鉄筋コンクリート柱などのコンクリート製品）の積極的な導入に加え、新技術としては、3Dプリンティング技術を活用した構造物の施工事例も着実に増加している。これらは、省人化や品質の向上のみならず、工学的合理性に秀でた構造や特殊な機能・特性を発現する構造など、革新的な構造物の創生を期待させる施工技術でもある。それには、ものづくりの上流となる「企画・設計段階」において、上述の示方書、設計基準、指針類などの枠に囚われることのない多面的かつ綿密な検討が必要であり、CAE（Computer Aided Engineering）[1]を最大限に活用することが不可欠であると考える。

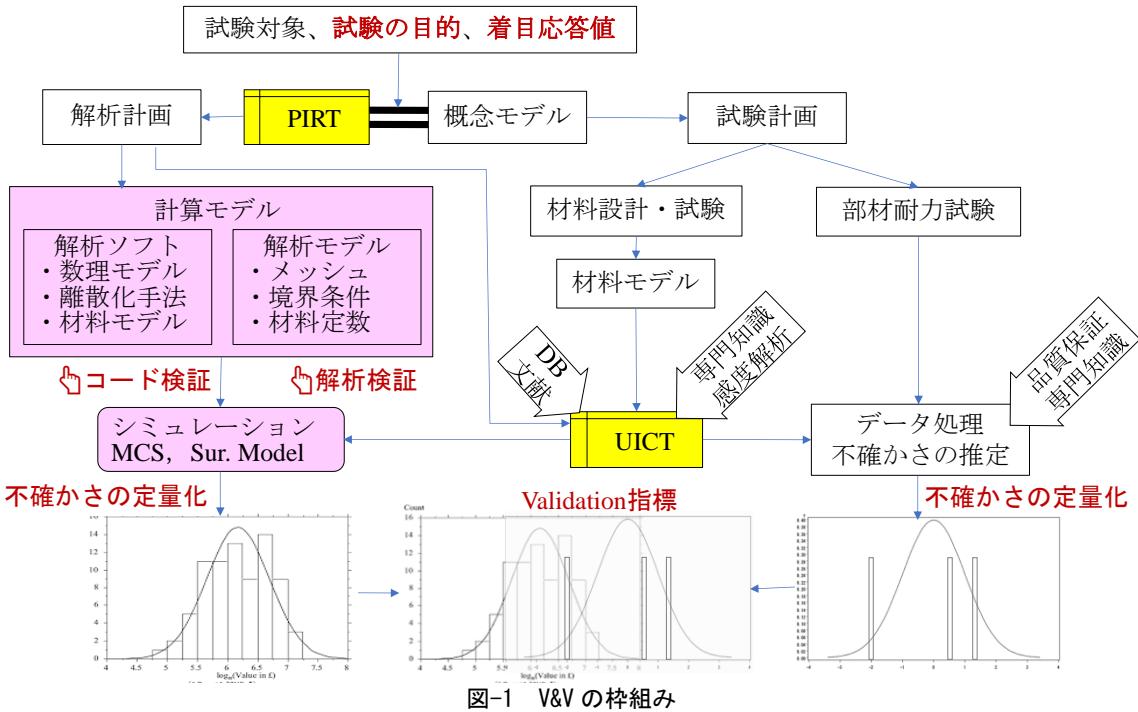
CAEの中核を成す工学シミュレーションでは、それに用いられる計算モデルの予測能力の信憑性が極めて重要になる。その信憑性を評価し、確立する手段がV&V（Verification and Validation）である。CAEにおけるV&Vの位置づけは半世紀近く前のCAEの原論文[1]に明記されているが、土木分野においては、コンクリート、地盤、岩

盤分野への適用は進められているもののCAEを念頭に置いた分野特有の考え方の整備は限定的である。本研究は、コンクリート構造分野のCAEにおけるV&Vの考え方の確立を目的とする。コンクリートの構造解析には、一般的なFEM（有限要素法）のほかに、破壊後の不連続挙動の表現に優れたRBSM（剛体ばねモデル）も用いられる。著者らは、それら二つの手法の利点を活かし、それらを両立したCAEの合理性は高いと考えた。本報告では、その場合に重要な「妥当性確認」前の予測段階における計算モデルの信憑性評価に着目し、「検証」と「材料モデリング」を信憑性に関する因子（ファクタ）に分解して評価する考え方の試案を示し、課題を整理する。なお、ここでのCAEとは、原論文[1]に倣い、すべての設計案の性能評価を計算モデルで行い、試作（ここでは実際の耐力試験）は妥当性確認のために行うことを前提とする。

2. V&Vの枠組み

図-1に、本研究におけるRC（鉄筋コンクリート）梁部材の耐力試験を対象としたV&Vの枠組みと流れを示す。これは、計算固体力学におけるモデリングとシミュレーションを対象としたモデルV&Vの標準ともいえる米国機械学会のV&V 10（以下、VV10）[2]のプロセスを参考している。以降、主要なアクティビティと流れを概説する。

最初に、試験目的に応じた解析の所期の利用目的（IU: Intended Use of the model）と着目する応答値（QOI: Quantity



Of Interest) を設定して、抽象化により概念モデルを検討する。具体的には、考え得る力学現象を抽象化し、IUに基づきそれらの重要性を重み付けしたPIRT (Phenomena Identification and Ranking Table) を構築する。PIRTは、現象抽象化のための関係者間のコミュニケーション・意思決定ツールでもあり、次章で例示している。

図-1の右側の流れが実際の耐力試験(実物試験)、左側は計算モデリングとシミュレーション、中央は材料モデルを設定するための供試体試験の流れである。右側の実物試験は、妥当性確認のための比較対象(Comparator)である。妥当性確認では試験に含まれる不確かさを量化化(UQ: Uncertainty Quantification)する必要があるため、試験と同じ条件で複数回行うことが望ましいが、時間や費用の関係から多くとも数体程度であり、専門家による不確かさの推定が必要となるのが実状である。

左側の桃色ハッチ部分は、VV10にもあるように計算コード(解析ソフト)のコード検証、計算モデルの解析検証を経て、目的の耐力試験に対応するシミュレーションを行うといった流れである。妥当性確認のためのシミュレーションでは、材料パラメタや境界条件等、考え得る不確かさによる影響を量化する必要がある。それには次の材料モデリングが重要となる。なお、計算モデルとは計算コードに加え、解析対象のメッシュや解析条件なども含めたモデル全体を指すが、本研究では、そのうち計算コード以外の部分を解析モデルと呼ぶ。

中央の材料モデリングのための試験も複数回行うことが望ましく、コンクリートの圧縮強度試験では、一般に3体の供試体の試験結果の平均値を評価する。平均化や校正によって材料モデルのパラメタを設定するのが一般的であるが、この枠組みでは、複数体の材料試験結果に加え、

過去の試験結果や物性DB(データベース)、文献データを補完情報として用い、専門知識に基づいて物性パラメタの統計量を検討し、図中のUICT (Uncertainty Identification and Characterizing Table)と称する不確かさ特性表にUQのための方針として整理する。UICTには材料モデルのパラメタの他、試験方法、装置などに含まれる不確かさの特性も盛り込む。不確かさの統計量、結果への感度、モデル化の方法(要否を含む)などの情報が含まれ、結果への感度が不明な場合は、事前に感度解析を行うことも想定している。UICTについても次章で例示がある。

3. 予測における信憑性評価の考え方

RC部材の耐力試験の解析は、コンクリートのひび割れや、鉄筋の降伏、構造の全体的な破壊までを扱う必要があり、強非線形問題が対象となる。本研究では、RC部材のCAEによる開発を効率よく回すため、複数の計算モデルを用いることを想定している。当然、各計算モデルに応じてIUとQOI、それにPIRTも異なる。各計算モデルによって計算負荷やコストは異なるため、解析チームはIUとQOIに応じて適切に計算モデルを選択する必要がある。

CAEにおけるシミュレーションは妥当性確認前の「予測(prediction)」である。従って、CAEを回すためには妥当性確認の前段階で計算モデルの予測能力(Predictive Capability)を把握し、得られる結果の信憑性(credibility)を評価しておく必要がある。すなわち、図-1に示したV&Vの枠組みにおいて、妥当性確認の前の計算モデルの検証と材料モデリングの信憑性に関する評価が極めて重要であり、CAEの成功には、それらの実施方法や評価に関する考え方の確立が不可欠であると考える。本研究では、そのためのコミュニケーション・意思決定ツールとして、表-

表-1 信憑性の因子分解と段階的評価の例 (CFGT)

アクティビティ	信憑性ファクタ	評価項目	FEM-1	FEM-2	RBSM
Numerical Code Verification	SQA (ソフトウェア品質保証)	SQA実施、文書化	SQA-2	SQA-1	SQA-1
	Numerical Code Verification (NCV)		2.Sufficient	1.Adequate	0.Not or cannot performed
			2.Sufficient	1.Adequate	0.Not or cannot performed
			2.Sufficient	1.Adequate	0.Not or cannot performed
	(a) 理論解との比較による数値コード検証 (梁理論、無限円孔板など)	A.正確度 G.格子収束性・適性	NCV(a)-A2 NCV(a)-G2	NCV(a)-A2 NCV(a)-G2	NCV(a)-A2 NCV(a)-G1
	(b) 準理論解との比較による数値コード検証 (創成解、数値解など)	A.正確度 G.格子収束性・適性	NCV(b)-A0 NCV(b)-G0	NCV(b)-A1 NCV(b)-G1	NCV(b)-A0 NCV(b)-G0
	(c) 他の検証済みコードのベンチマーク解との比較によるコード間対照	A.正確度 G.格子収束性・適性	NCV(c)-A0 NCV(c)-G0	NCV(c)-A0 NCV(c)-G0	NCV(c)-A0 NCV(c)-G0
	Material Modeling	Material Tests (MatT)	2.Sufficient (JIS & more)	1.Adequate (JIS)	0.Not performed
			2.Sufficient (JIS & more)	1.Adequate (JIS)	0.Not performed
			2.Sufficient (JIS & more)	1.Adequate (JIS)	0.Not performed
Calculation Verification	Calibration & Uncertainty Characterization of Parameters (C&UC)	圧縮強度試験	圧縮強度、弾性係数	MatT(a)-1	MatT(a)-1
		割裂引張強度試験	割裂引張強度	MatT(b)-0	MatT(b)-0
		曲げ強度試験	曲げ強度	unnecessary	unnecessary
		鉄筋とコンクリートの付着強度試験	付着強度	MatT(d)-0	MatT(d)-0
		各パラメタの校正・統計量の分析	2.Fully	1.Partially	0.Simply
			2.Fully	1.Partially	0.Simply
			2.Fully	1.Partially	0.Simply
	(a) 各パラメタの校正・統計量の分析	パラメタの統計量	0.Simply	1.Partially	1.Partially
		パラメタのQOIへの感度	0.Simply	1.Partially	1.Partially
		材料試験の再現解析(VVUQ)	2.Sufficient	1.Adequate	0.Not or cannot performed
			2.Sufficient	1.Adequate	0.Not or cannot performed
			2.Sufficient	1.Adequate	0.Not or cannot performed
意思決定	Calculation Verification (CaV)	応力-ひずみ曲線	0.Not or cannot performed	0.Not or cannot performed	1.Adequate
		付着応力-すべり量関係	0.Not or cannot performed	0.Not or cannot performed	1.Adequate
		定量的な誤差の推定により明確な検証が行われた	2.Specifically verified	1. Based on verified models	0.Not studied
			2.Specifically verified	1. Based on verified models	0.Not studied
			2.Specifically verified	1. Based on verified models	0.Not studied
VV40	(a) 空間的離散化誤差の検証	離散化誤差・収束性	CaV(a)-1	CaV(a)-1	CaV(a)-0
		刻み誤差・収束性	CaV(b)-1	CaV(b)-1	CaV(b)-1
		収束許容値	CaV(c)-1	CaV(c)-1	CaV(c)-1
		入出力の検証	2. Peer review done	1. Self review done	0.Not reviewed
			CaV(d)-1	CaV(d)-1	Cal(d)-1
	(d) 人為的ミスの確認	QOIs	2. Good agreement	1. Acceptable difference	0.Not compared
			CaV(e)-0	CaV(e)-0	CaV(e)-0
		検証結果の総合評価	2.Trustworthy	1.Validation required	0.Untrustworthy
	計算モデルの信憑性評価	検証結果の総合評価	2.Trustworthy	1.Validation required	1.Validation required

1に示すように検証と材料モデリングのアクティビティを信憑性ファクタ（信憑性に関する因子）に分解して、それらの検討の度合いに応じて色分けを行った CFGT (Credibility Factorization and Grading Table) を導入することを試行する。

ここでは、その一例として、過去に行われたRC梁の一齊載荷試験[3]における曲げ破壊型のRC梁を対象とした耐力試験に対し、三つの計算モデルを使用することを想定した検討を行った。使用する計算モデルは、「FEM1：FEMによる線形弾性解析コード」、「FEM2：車谷らの非線形FEMを用いた手法[4]」、「RBSM：山本らの剛体ばねモデルによる手法[5]」である。

表-1を試行するにあたり、医療機器分野における数値解析の信憑性評価の標準、ASME V&V 40[6]（以下、VV40）を参考とした。VV40では、医療機器を対象としながらも

VV10を含む他のV&Vの基本的考えに則り、リスクの概念を導入して、計算モデルの信憑性確立に向けた具体的な枠組みを補強している。

以下では、表-1の詳細について説明を加える。VV40では、信憑性ファクタ自体に(a)(b)(c)のような信憑性の段階（gradation）を与えているが、この表のように各信憑性ファクタの結果の水準化は必ずしも行われていない。信憑性ファクタによっては、明確に白黒つけられるものもあるが、多くのファクタは完璧を求めるることはできないので、現実的な評価としての順応性を持たせた。この表が、CAEにおいて計算モデルによる性能評価を進めるための関係者間での意思決定ツールとなることを目指している。今回は信憑性評価の一例を示すことを目的として、FEM-1では、IUを「設計案の初期剛性を評価し、明らかに剛性の劣る設計案を振るい落とすこと」、QOIを「曲げひび割

表-2 曲げを受けて破壊に至るRC梁のPIRT

現象	IUに対する重要度		モデルの信頼度
	QOI1 最大荷重	QOI2 最大荷重時のたわみ	
材料	弾性変形	High	High
	コンクリートの引張破壊	High	High
	ひび割れ発生後の進展 (引張軟化)	High	High
	ひび割れ面のせん断伝達	Medium	Medium
	鉄筋コンクリート間の付着すべり	Medium	Medium
	鉄筋の塑性応答	High	High
	鉄筋のダウエルアクション	Low	Low
	コンクリートの圧縮破壊 (圧縮軟化)	High	High
	ひび割れ平行方向のコンクリートの圧縮応答 (ひび割れ直交方向の圧縮強度低下)	Medium	Medium
	コンクリートの多軸応力下の破壊 (鉄筋による拘束効果)	Medium	Medium
載荷条件	鉄筋の座屈	Low	Low
	載荷位置のずれ	High	High
	載荷治具と供試体間の摩擦すべり	High	Low
支承条件	ヒンジの回転摩擦	High	Low
	支承位置のずれ	High	High
	支承治具と供試体間の摩擦すべり	High	Low
	ヒンジの回転摩擦	High	High

れ発生時のスパン中央のたわみ」, FEM-2, RBSMでは, IUを「曲げ破壊型のRC梁の耐力および変形性能を評価し, それらに優れた設計案に絞ること」, QOIは, 「QOI1: 最大荷重」, 「QOI2: 最大荷重時のたわみ」とした. また, 一例として, 表-2, 表-3に, 山本らの既往の検討[7]を参考に, 「RBSM」を用いた場合のPIRT及びUICTをそれぞれまとめた. 表-3中の※を付けた数値は, 文献[3]に明記されていないため, 仮定した値である.

(1) コード検証

コード検証 (NCV: Numerical Code Verification) の目的は, 数値アルゴリズムが正しく実装され, それが正しく機能していることを実証することである. 信憑性ファクタ (a)の古典的理論解を用いた正確度と格子収束性の検証において, FEMについては, FEM-1,2に関わらず必ず行う検証であり, 一般的に「2.Sufficient」となるはずである. RBSMについても, 理論解との比較により, 正確度は十分であること, 格子収束性は見いだせないものの格子サイズの適性は確認されていることにより, 正確度を「2.Sufficient」, 格子収束性・適正を「1.Adequate」と評価した. 信憑性ファクタ(b)の準理論解との比較による数値コード検証については, FEM-2に関して文献[8]に1例があるので, FEM-2のみ「1.Adequate」とした.

(2) 材料モデリング

材料モデリングでは, 通常行われる「Material Tests (MatT: 材料試験)」, 「Calibration & Uncertainty Characterization of Parameters (C&UC: 材料パラメタの校正と不確かさの特性)」, それに「材料試験の再現解析 (VVUQ)」を加えた大きく3ステップに分ける段階的な信憑性評価にした. MatTでは, JIS基準またはそれに準じ

表-3 曲げを受けて破壊に至るRC梁のUICT

因子	単位	固定	平均	変動係数	ばらつき	QOI1 最大荷重		QOI2 最大荷重時のたわみ	
						感度	影響度	感度	影響度
コンクリート	ヤング率	GPa	-	34.0	6.15%	Medium	High	High	High
	ボアソン比	-	0.2	-	-	Low	Low	Low	Low
	密度	g/cm ³	2.4	-	-	Low	Low	Low	Low
	圧縮強度	N/mm ²	-	45.4	5.18%	Medium	Medium	High	High
	引張強度	N/mm ²	-	2.9 [※]	5% [※]	Medium	Low	Low	Low
鉄筋	ヤング率	GPa	205	205 [※]	5% [※]	Low	High	High	High
	ボアソン比	-	0.3	-	-	Low	Low	Low	Low
	密度	g/cm ³	7.8	-	-	Low	Low	Low	Low
	降伏強度	N/mm ²	-	401	5% [※]	Low	High	High	Medium
出来形	供試体高さ	mm	-	200 [※]	1% [※]	Low	High	High	High
	有効高さ	mm	-	150 [※]	5% [※]	Medium	High	Medium	Medium
	側面かぶり	mm	-	35 [※]	5% [※]	Low	Low	Low	Low
載荷条件	鋼板幅	mm	50	-	-	Low	Low	Low	Low
	初期位置誤差	mm	-	-	1% [※]	Low	High	High	High
	供試体間摩擦	-	-	-	-	Low	High	High	High
	回転摩擦	-	-	-	-	Low	High	High	High
支承条件	鋼板幅	mm	50	-	-	Low	Low	Low	Low
	初期位置誤差	mm	-	-	1% [※]	Low	High	High	High
	供試体間摩擦	-	-	-	-	Low	High	High	High
	回転摩擦	-	-	-	-	Low	High	High	High

た試験を行うことを「1.Adequate」とし, 物性値のバラツキの統計量を推定するのに十分な試験を行うことを「2.Sufficient」としている. 今回参考としたRC梁の曲げ試験では, 圧縮強度試験のみJISに準拠して行われていることから, (a)の圧縮強度試験のみ「1.Adequate」の信憑性とした. C&UCは, FEM-2, RBSMでは, 構成則のパラメタ校正や, QOIへの感度分析までは行われていることから, 「1.Partially」の信憑性としている. なお, 材料試験結果の不確かさも考慮したパラメタの校正や感度分析までを行う事を, 「2.Fully」の信憑性としている. 「材料試験の再現解析 (VVUQ)」について, 山本ら[9]はRBSMを用いて, 複数の研究者が実施した実験結果に関する材料試験の再現解析を行い, 材料パラメタの校正を行っていることから, 「1.Adequate」とした. FEMでは, 圧縮強度試験の再現解析は不安定であり, 一般に行われないため, 「0.Not or cannot performed」とした.

(3) 解析検証

解析検証 (CaV: Calculation Verification) の目標は, 目的とする解析対象の計算モデルによるQOIの誤差を推定することである. RBSMに対する信憑性ファクタ(a)のメッシュ分割に依存する誤差を除き, 他のアクティビティについては, 誤差の定量的な推定までには至らないとしても, 過去の経験も含めて誤差が十分小さいことの確認はなされるので, 「1.Based on verified models」とした. また, 最後のCaVのファクタとして, コード間対照 (code-to-code comparison) による検証を設けた. CaVでは理論解との比較のような帰納的な検証はできないので, 演繹的な検証結果の集積にならざるを得ない. 前述のとおり, RCの解析は, 強非線形問題が対象となるため, 演繹的な検証だけで信憑性を評価することは, 過去のV&Vの結果の蓄積を参考にできたとしても難しい場合は少なくないと考えられる. 異なる計算モデルによるコード間対照による帰納的な検証によって, 信憑性は格段に向上するものと考えた. しかしながら, 現状では一般には行われていないことから, 「0.Not studied」とした.

(4) 意思決定

意思決定の段階では、それより上のCFGТの情報から信憑性を評価し、その計算モデルを用いてCAEを回してよいかの意思決定を行う。ここで「2.Trustworthy」となれば、妥当性確認を行うことなくCAEに進むことができる。評価にCredibleではなくTrustworthyという語を用いたのは、Credibleは妥当性確認よって評される語として区別するためである。信憑性のグレードは、表-1のようにアクティビティごとの配色と濃淡で分類しており、意思決定のためのコミュニケーションを円滑にするのに役立つように配慮した。また、ここで注意すべきは、グレードは横方向に計算モデル間で比較するべきではないことである。前述のとおり、各計算モデルのIUは異なるので、当然、信憑性の評価指標や基準も異なるためである。

線形弾性モデルのFEM-1では、IUおよびQOIに対してCaVまでの検証で信憑性の高い計算モデルであると判断できることを想定し、「2.Trustworthy」とした。また、FEM-2、RBSMについては、新たな構造の開発では、CaVまでの検証で「2.Trustworthy」と評することは難しいと考え、妥当性確認のための実物試験が必要となる「1.Validation required」とした。この場合、実際には実物試験を行うためには準備を含めた数週間を超える時間を要するため、並行して試験計画に即した準備を進めておく必要があり、図-1の最初の段階で協議しておくことが重要である。ただし、IUおよびQOI、計算モデルが過去のV&Vによる妥当性確認済みのものに近ければ、「2.Trustworthy」と判断し、妥当性確認ための実物試験を待たずにCAEに進むこともできると考えられる。言及するまでもないが、その場合、CaVまでの検証には高い信憑性が要求され、コード間対照による解析検証が有用であると考えられる。

4. おわりに

革新的なコンクリート構造の創生に不可欠な、CAEにおけるV&Vの考え方の確立を目的とし、CAEの推進時に最も重要なアクティビティと考えた「検証」と「材料モデリング」を信憑性に関する因子に分解した上で段階的な信憑性評価手法を試案し、CAEによる意思決定までの一連の流れを示した。これはVV40の考え方を拡張し、実状に合わせた検証と材料モデリングの結果の評価水準を加えたものであり、CFGТと称する意思決定ツールにまとめて示す方法を例示した。

コンクリート構造分野のCAEでは、コンクリートの強材料非線形性によって支配的なシミュレーションの応答を評価する必要があり、CAEの初期段階から解析チームと実験チームが協調し、V&Vを念頭に置いた試験計画、解析計画の策定を始めとして、IUやQOIの設定、不確かさの特徴づけと量化戦略など、PIRTやUICТなどの意思決定ツールを用いてコミュニケーションを深めて取り組むことが非常に重要である。

また、計算モデルの予測能力の把握のためには、V&Vの蓄積が重要であると考えている。CAEで用いる計算モデルの結果は、「予測」である。過去の帰納的実証による妥当性確認の蓄積を、演繹的な検証による信憑性評価のエビデンスとして加えることにより、計算モデルの予測能力の確度は大きく向上するものと考えられる。

コンクリート構造分野の非線形性の強い現象を扱うためには、IUやQOIに応じて、材料モデルの選定、そのパラメタの校正、バラツキの検討も非常に重要になる。材料モデリングに関する要素試験から材料モデルを設定するまでの一連の方法に関しては、計算モデルの信憑性向上に資する課題が残されていると考えられる。図-1に示した枠組みに沿った試行、並びに、三つの意思決定コミュニケーションツール、PIRT、UICТ、それにCFGТの実用的な改善に加えて、今後取り組む予定である。

参考文献

- [1] J. R. Lemon, et al.: Integration and Implementation of Computer-Aided Engineering and Related Manufacturing Capabilities into Mechanical Product Development Proces, *CAD-Fachgespräch*, Vol.34(1980), 161-183.
- [2] ASME: Standard for V&V in Computational Solid Mechanics, ASME Standard V&V 10-2019, 2019.
- [3] 車谷麻緒、岡崎慎一郎、山本佳士、上田尚史、小倉大季: 不確かさの定量化に向けたRCはりの一斉載荷実験、土木学会論文集A2(応用力学)、75巻2号、I_411-L_420, 2020.
- [4] 車谷麻緒、根本優輝、相馬悠人、寺田賢二郎: コンクリートの破壊力学を考慮した鉄筋コンクリートの3次元破壊シミュレーションとその性能評価、日本計算工学会論文集、Vol.2016, No.20160004, 2016.
- [5] Yamamoto, Y., Nakamura H., Kuroda I. and Furuya N.: Crack Propagation analysis of reinforced concrete wall under cyclic loading using RBSM, European Journal of Environmental an Civil Engineering, 18(7), pp.780-792, 2014.
- [6] ASME: Assessing the Credibility of Computational Modeling through V&V: Application to Medical Devices, ASME V&V 40-2019, 2019.
- [7] 山本佳士、坂敏秀、車谷麻緒: RBSMを用いた鉄筋コンクリート部材の破壊シミュレーションにおける不確かさ評価と妥当性確認、計算工学講演会論文集, Vol.26, 2021.
- [8] 車谷麻緒、坂敏秀、山本佳士、上田尚史、岡崎慎一郎、小倉大季: 理論式に基づく鉄筋コンクリートはりの非線形計算モデルの開発とその検証および妥当性確認、日本計算工学会論文集、Transactions of JSCES, No.20210020, 2021.
- [9] 山本佳士、中村光、黒田一郎、古屋信明: 3次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析、土木学会論文集E, Vol.64, No.4, pp.612-630, 2008.