

変形勾配の新たな分解手法に基づく 膨潤性岩盤モデルの有限変形化

Extension of elastoplastic model of Expansive bedrock to Finite deformation
based on a new decomposition method of deformation gradient

星啓太郎¹⁾, 山田正太郎²⁾, 阿部悠太³⁾, 京谷孝史⁴⁾

Keitaro Hoshi, Shotaro Yamada, Yuta Abe, Takashi Kyoya

¹⁾東北大学 大学院工学研究科(〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail:keitaro.hoshi.r2@dc.tohoku.ac.jp)

²⁾東北大学 大学院工学研究科 教授(〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail:shotaro.yamada.d2@dc.tohoku.ac.jp)

³⁾東北大学 大学院工学研究科(〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail:yuta.abep7@dc.tohoku.ac.jp)

⁴⁾東北大学 大学院工学研究科 教授(〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail:takashi.kyoya.b1@tohoku.ac.jp)

Hoshi et al.[1] proposed a swelling bedrock model by means of combining an elastoplastic model considering electro-chemo-mechanical phenomena, which was proposed by Kyokawa et al.[2], with the Cam-clay model introducing cementation and its degradation due to plastic deformation under infinitesimal deformation theory. This research extends the model to finite deformation theory considering novel decomposition method of the deformation gradient. The simulation results using the finite element method indicate that the proposed model can be applied to large deformation problems and improves computational stability.

Key Words : expansive bedrock, electro-chemo-mechanical phenomena, cementation, finite deformation

1. はじめに

膨潤性粘土鉱物を含む岩盤は、間隙流体の化学組成が力学挙動に影響を及ぼす。岩盤の膨潤現象はトンネル掘削等で問題を生じており、定量的予測が必要である。

Hoshi et al. [1]では微小変形理論の枠組みにおいて、結晶層間の電気-化学-力学作用を考慮した弾塑性モデル[2]とセメンテーションとその劣化を考慮したCam-clay model[3]を融合することで膨潤性岩盤の力学モデルを開発した。本研究では有限変形理論の枠組みにおいて、変形勾配の新たな分解手法を提案し、この従来モデルの有限変形化を行う。

2. 有限変形理論に基づく膨潤性岩盤モデルの定式化

(1) 変形の分解

膨潤性岩盤の間隙は、岩盤骨格が形成する間隙と膨潤性粘土鉱物内部に存在する結晶層間間隙で構成される二重間隙構造を成すと仮定し、基準配置における微小体積 dV を次式のように岩盤骨格の微小体積 dV^{ss} と膨潤性粘土鉱物の微小体積 dV^{il} に加算分解する。

$$dV = dV^{ss} + dV^{il} \quad (1)$$

次式に示す通り dV に対する dV^{ss} と dV^{il} の割合をそれぞれ θ_0^{ss} と θ_0^{il} で表す。

$$dV^{ss} = \theta_0^{ss} dV, \quad dV^{il} = \theta_0^{il} dV \quad (2)$$

θ_0^{ss} と θ_0^{il} の定義より $\theta_0^{ss} + \theta_0^{il} = 1$ が成り立つ。

本研究では、 dV^{ss} を基準とする岩盤骨格の変形 \mathbf{F}^{ss} と dV^{il} を基準とする膨潤性粘土鉱物の変形 \mathbf{F}^{il} を考える。ただし、岩盤骨格の変形 \mathbf{F}^{ss} は膨潤性岩盤の変形 \mathbf{F} と相対であり、膨潤性粘土鉱物はマクロな視点からは、等方的に拡大・縮小する変形 \mathbf{F}^{il} を与えると仮定する (図 1)。

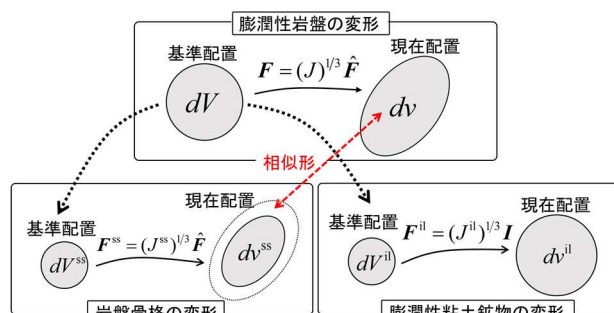


図 1 変形の分解

以上の仮定に基づき、膨潤性岩盤の体積変化 J が各骨格の体積変化 $J^{ss}(=\det \mathbf{F}^{ss}), J^{il}(=\det \mathbf{F}^{il})$ と次の関係を満足するように各骨格の変形を定める。

$$J = J^{ss} \theta_0^{ss} + J^{il} \theta_0^{il} \quad (3)$$

岩盤骨格の変形 \mathbf{F}^{ss} については、変形勾配の乗算分解に基づく有限変形弾塑性理論の枠組みにおいて定式化を行うこととし、次式に示すように岩盤骨格の変形勾配 \mathbf{F}^{ss} を弾性成分 \mathbf{F}^e と塑性成分 \mathbf{F}^p に乗算分解する。

$$\mathbf{F}^{ss} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \quad (4)$$

なお、この弾塑性部分については次節で説明するAbe et al.[4]を拡張したセメンテーションとその劣化を考慮した有限変形Cam-clay modelを適用する。

膨潤性粘土鉱物の変形 \mathbf{F}^p は、体積変化成分のみで構成されると仮定し、その体積変化 J^p を初期の結晶層間距離 d_0 と現在の結晶層間距離 d を用いて次式のように定義する。

$$\mathbf{F}^p = (J^p)^{1/3} \mathbf{I}, \quad J^p = d/d_0 \quad (5)$$

結晶層間距離 d は、層間にはたらく一次元的な力のつり合いを満足するように決定する。結晶層間に作用する力として電気二重層斥力 f_r 、van der Waals力 f_a 、水和力 f_h 、有効応力 f_e を考える。

$$f^p(c, d, \sigma) = f_a(d) - f_r(c, d) - f_h(d) + f_e(\sigma) = 0 \quad (6)$$

ただし、 c は間隙流体のイオン濃度である。電気二重層斥力、van der Waals力、水和力はいずれも層間距離に対して単調減少関数であり、電気二重層斥力は間隙流体のイオン濃度によっても変化する。

(2) セメンテーションとその劣化を考慮した有限変形Cam-clay model

本研究では超弾性構成則を用いた定式化を行うため、Houlsby et al.[5]によって提案された超弾性モデルの特殊形を使用し、現在配置の単位体積あたりに蓄えられる弾性ひずみエネルギー関数 ψ_0 を次式で与える。

$$\psi_0 = \tilde{\kappa} p_r^* \exp \left[\frac{1}{\tilde{\kappa}} \left(\varepsilon_v^e + \frac{3}{2} \tilde{\mu} (\varepsilon_s^e)^2 \right) \right] \quad (7)$$

ここで、 $\tilde{\kappa}$ は $\ln v - \ln p$ 平面における膨潤指数、 p_r^* は $\ln v - \ln p^{\bar{x}}$ 平面における参照応力であり、 $\ln v - \ln p$ 平面における参照応力 p_r と $p_r = (1 - \kappa) p_r^*$ の関係がある。 $\tilde{\mu}$ は無次元化せん断弾性係数である。本研究では、このひずみエネルギー関数にセメンテーション p_a を加算した関数 ψ をひずみエネルギー関数として再定義することでCauchy応力空間における降伏曲面を静水圧軸に沿って平行移動し、セメント改良土や岩盤が有する引張強度を再現する(図 2)。

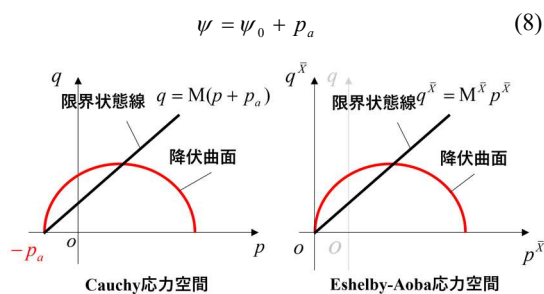


図 2 降伏曲面の平行移動

また、塑性変形に起因して岩盤の内部構造が劣化することを表現するためにセメンテーション p_a の発展則を以下のように与える。このように定義することで p_a は塑性変形に伴いゼロに漸近していき、図 2に示した降伏曲面の平行移動が解消されていく。

$$\dot{p}_a = V \frac{\dot{\gamma}}{p_r^*}, \quad V(P_a) = -\alpha \dot{p}_a \quad (9)$$

ここで、 $\dot{\gamma}$ は塑性定数、 α はセメンテーションの劣化指数である。

本研究では、Eshelby-Aoba応力 $\bar{\mathbf{X}}$ [4]を用いて定式化を行う。超弾性構成則、塑性流れ則として式(10), (11)を与える。

$$\bar{\mathbf{X}} = 2\bar{\mathbf{C}}^e \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\mathbf{C}}^e} \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{L}}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \quad (11)$$

また、降伏関数として修正Cam-clay modelの降伏関数を用いる。

$$f(\bar{\mathbf{X}}, p_c^{\bar{x}}) = \frac{p_c^{\bar{x}} (M^{\bar{x}})^2 + (\bar{\eta}^{\bar{x}})^2}{p_r^* (M^{\bar{x}})^2} - \frac{p_c^{\bar{x}}}{p_r^*} \quad (12)$$

ただし、 $p_c^{\bar{x}}$ と $\bar{\eta}^{\bar{x}}$ はそれぞれ Eshelby-Aoba 応力に関する平均応力と応力比である。また $M^{\bar{x}}$ は $\ln v - \ln p^{\bar{x}}$ 平面における限界状態定数であり、 $\ln v - \ln p$ における限界状態定数 M と $M^{\bar{x}} = (1 - \kappa) M$ の関係がある。

以上の諸法則をもとに膨潤性岩盤の乗算分解型弾塑性モデルの定式化を行った。また陰的応力アルゴリズムを構築し、そのアルゴリズムに整合する接線係数を導出した。

3. 数値計算例

(1) 提案モデルの大変形問題への適用と計算の安定性の検証

提案モデルを三次元有限要素解析コードに実装し、等方応力状態から間隙流体イオン濃度を低下させることによって膨潤解析を行い、大変形問題への適用性と計算の安定性について検証を行う。解析条件および解析モデルは図 3に示す通りである。

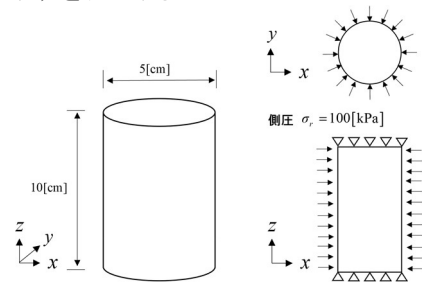


図 3 解析モデル(640 要素)

表 1 と図 4 に微小変形モデルとの比較結果を示す. 図 4(a)が微小変形モデルでの解析結果, 図 4(b)が有限変形モデルでの解析結果である. なお, 図中の c_0 は初期の間隙流体イオン濃度である.

表 1 微小変形モデルとの比較結果

	濃度変化			
	1/10	1/10 ²	1/10 ³	1/10 ⁴
微小変形	○	○	×	×
有限変形	○	○	○	○

○ : 解析可 × : 解析不可

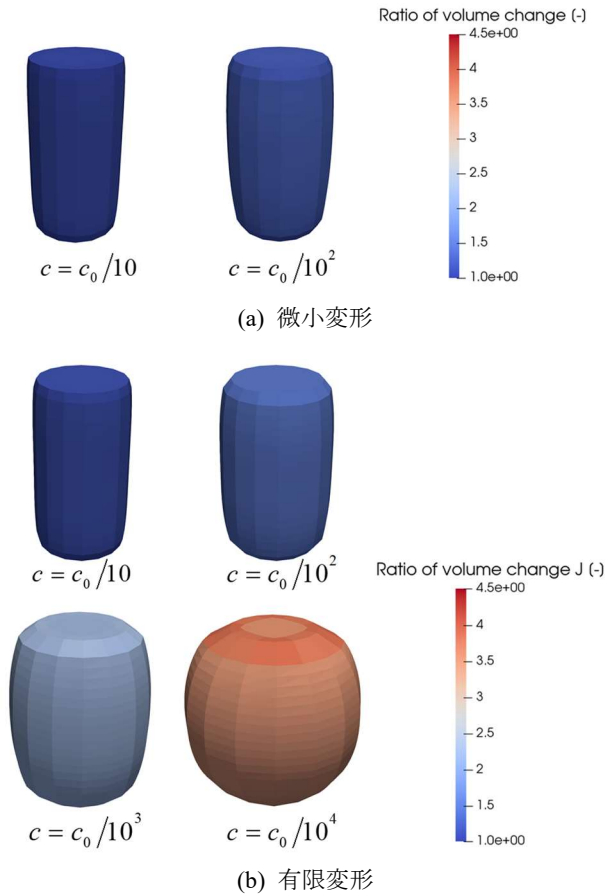


図 4 膨潤解析結果

表 1に示す通り, 微小変形モデルでは間隙流体イオン濃度が初期濃度の1/10³に低下する前に計算が破綻してしまったのに対し, 有限変形モデルでは1/10⁴に低下するまで問題なく解析が可能である. なお, 微小変形モデルにおける計算の破綻は, 亜弾性構成則の積分近似に起因して平均有効応力の値が負になることで発生する. 修正 Cam-clay modelは平均有効応力が負の値をとると計算ができないモデルである. 一方で, 提案モデルでは, 式(7)に示す超弾性モデルを用いることにより, 平均有効応力は指数関数で表され, 常に正の値をとるため, 同様な問題は発生しない.

以上より, 微小変形モデルでは計算できない変形の幾何学的非線形性の大きな問題であっても, 提案モデルによって解析が可能であり, 計算の安定性が向上したことが示された.

(2) 整合接線係数の妥当性の検証

導出した整合接線係数を評価するために, 図 5に解析の序盤と終盤における力のつり合い式を解くための全体 Newton-Raphson法の反復回数と残差ノルムの関係を示す. 二次収束性が見られるため, 導出した整合接線係数は適切であると考えられる.

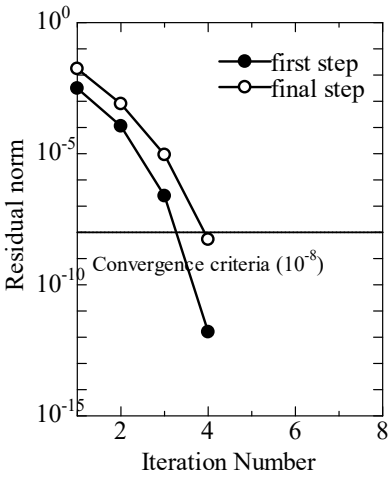


図 5 全体 Newton-Raphson 法の収束状況

4. 結論

本研究では, 変形勾配の新たな分解手法を提案することにより, Hoshi et al. [1]で提案した膨潤性岩盤モデルを有限変形モデルへと拡張した. 提案モデルを有限要素解析コードに実装し, 単純な境界値問題を解くことで, モデルの有限変形化により大変形問題を解くことが可能になることを確認した. 加えて, 弾塑性構成則の弾性部分に超弾性構成則を採用することにより計算の安定性が向上することを示した.

参考文献

[1] Hoshi et al.: Finite Element Analysis of Expansive Bedrock Considering Electro-chemo-mechanical Coupling Phenomena in Crystal Layers of Clay Minerals and Internal Structural Degradation, *Rock. Mech. Rock Eng.*, 2022.

[2] Kyokawa et al.: A method for extending a general constitutive model to consider the electro-chemo-mechanical phenomena of mineral crystals in expansive soils, *Int. J. Numer. Anal. Meth. in Geomech.*, Vol.44, pp.749-771, 2019.

[3] Yamada et al.: Method to introduce the cementation effect into existing elasto-plastic constitutive models for soils, *J. Geotech. Geoenv. Eng., ASCE*, 148(5): 04022013, 2022

[4] Abe et al.: Reconstruction of Cam-clay model based on multiplicative decomposition of the deformation gradient, *Computers and Geotechnics*, 2024.

[5] Houlsby et al.: Elastic moduli of soils dependent on pressure: a hyperelastic formulation, *Geotechn.*, Vol.55, pp.383-392, 2005.