

# Darcy-Brinkman 流の $w$ - $p$ 陰的有限要素解析手法の開発

Development of a Darcy-Brinkman style  $w$ - $p$  implicit finite element analysis method.

松原優作<sup>1)</sup> 豊田智大<sup>2)</sup> 野田利弘<sup>3)</sup>

Yusaku Matsubara, Tomohiro Toyoda and Toshihiro Noda

<sup>1)</sup>学 (工) 名古屋大学大学院 土木工学専攻 修士 1 年 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町)

<sup>2)</sup>博 (工) 名古屋大学大学院 土木工学専攻 助教 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: toyoda@civil.nagoya-u.ac.jp)

<sup>3)</sup>博 (工) 名古屋大学大学院 土木工学専攻 教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: noda@civil.nagoya-u.ac.jp)

Darcy and viscous resistances exist as resistance acting on a fluid flow in porous media. The Darcy-Brinkman equation is known as the governing equation for porous flow considering both resistances. In this study, a dynamic  $w$ - $p$  analysis method was developed based on the Darcy-Brinkman equation as the governing equation, expecting the future connection to geomechanics. The method is characterised by (1) implicit time integration scheme, (2) the consideration of fluid viscosity, and (3) spatial discretization by the combination of FEM and FVM. The method was verified for plane-Poiseuille, Couette and Cavity flows. The applicability to problems with highly permeable soils and tangential flow boundary were verified.

**Key Words** : Seepage, Darcy-Brinkman equation, Implicit method

## 1. はじめに

飽和土の水～土骨格連成解析手法の多くは、間隙水の浸透が準静的に生じることを仮定する  $u$ - $p$  formulation に基づいて定式化されている。しかし、 $u$ - $p$  formulation は間隙水が動的にも浸透する高透水性土の連成問題や、不安定化問題に対して適用困難に陥ることが報告されている。この問題を克服するため、筆者らの研究グループでは間隙水の相対加速度・相対移流を考慮した  $u$ - $w$ - $p$  formulation に基づく水～土骨格連成弾塑性有限変形解析手法を開発してきた (Noda and Toyoda [1])。しかし、以下の理由から、同手法においては流体モデルの更なる高度化、とくに流体粘性の考慮が必須となると考えている。

- Noda and Toyoda は、Darcy 抵抗のみを考慮しているが、飽和土中の流体に働く主要な抵抗として「Darcy 抵抗」に加えて、「粘性抵抗」が存在する。高透水性土においては、Darcy 抵抗が非常に小さくなり、流体の粘性抵抗が支配的となるものの、その影響を考慮できない。
- 流速を陽に未知数にとる  $u$ - $w$ - $p$  formulation では、領域境界での接線方向流速を境界条件として与えることが可能であるが、流体粘性によるせん断応力の伝達 (摩擦) が考慮されない場合、境界近傍の流速分布を適切に評価できない可能性がある。
- 「Darcy 抵抗」と「粘性抵抗」の両方を考慮した多孔質体流れの支配方程式として Darcy-Brinkman 方程式 (以下、D-B 方程式と記す) [2]~[3] が知られている。将来的に地盤領域のみならず流体領域も含めた統一型解法を実現するには、地盤中の Darcy 流と流体領域での Navier-Stokes 流を区別なく説明可能な D-B 方程式に基づく定式化が必要となる。

そこで本研究では、D-B 方程式を支配方程式とする動的  $w$ - $p$  飽和浸透流解析手法を新たに開発した。こ

では簡単のため、空間に固定された多孔質体中の浸透流を対象とするが、本手法は将来的に地盤の水～土連成有限変形解析に実装することを念頭に置いており、以下の 3 点に特徴づけられる。

- (1) 陰的時間積分の採用 (↔ 陽解法)
- (2) FEM と FVM (Christian・田村流) の混合法による離散化 (↔ Sandhu 流)
- (3) 流速  $w$  と水圧  $p$  を陽に未知数として連立する直接型解法 (↔ 分離型解法)

本稿では、一次元浸透流、Couette 流、Cavity 流解析を通して、提案手法の verification を行うとともに、高透水性土の動的浸透問題や水平流速を境界条件として与える問題への適用性を示す。

## 2. 定式化手法の概要

本章では、本研究で扱う支配方程式および解析手法を示す。

### (1) 本研究で用いた仮定

本研究では、 $w$ - $p$  formulation の基本となる「土骨格が変形、運動しない」(固相速度  $v_s = \mathbf{0}$ ) という仮定に加え、簡単のために以下の仮定を用いた。

- 間隙水は非圧縮である ( $K_f \rightarrow \infty$ )
- 要素内の間隙率は一様である ( $\nabla n = \mathbf{0}$ )
- 自重を無視する ( $b = \mathbf{0}$ )

ここに、 $K_f$  は水の体積弾性係数、 $n$  は間隙率、 $b$  は単位質量あたりの物体力を表す。

### (2) 支配方程式

本研究で用いた支配方程式は、以下の流量連続式 (式 (1)) および D-B 式 (式 (4)) である。

#### a) 流量連続式 (液相の質量保存則)

$$\text{div } w = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{w}$  は間隙水の相対平均流速であり、固相速度  $\mathbf{v}_s$  および液相速度  $\mathbf{v}_f$  を用いて、 $\mathbf{w} = n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)$  と表される。

#### b) Darcy-Brinkman 式 (液相の運動方程式)

混合体理論に基づく液相の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\rho_f D_f \mathbf{v}_f = \text{div} \mathbf{T}_f + \rho_f \mathbf{b} + \mathbf{I}_f \quad (2)$$

ここに、 $\rho_f = n\rho^f$ 、 $\rho^f$  はそれぞれ液相および間隙水の密度、 $D_f \mathbf{v}_f = (\partial \mathbf{w} / \partial t) / n + (\text{grad} \mathbf{w}) \mathbf{w} / n^2 - (\text{grad} n \cdot \mathbf{w}) \mathbf{w} / n^3$  は液相加速度、 $\mathbf{I}_f = -(\gamma_w n / k) \mathbf{w} + p \text{grad} n$  は固相から受ける固相と液相の相互作用力 (右辺第 1 項は Darcy 抵抗)、 $p$  は間隙水圧、 $k$  は透水係数、 $\gamma_w$  は水の単位体積重量である。ここで、液相分応力を

$$\mathbf{T}_f = -np \mathbf{1} + \mu [\text{grad} \mathbf{v}_f + (\text{grad} \mathbf{v}_f)^T] \quad (3)$$

として、右辺第 2 項の液相速度  $\mathbf{v}_f$  の勾配に比例する粘性応力を与えると ( $\mu$  は液相の粘性係数、 $\mathbf{1}$  は恒等テンソル)、前節 (1) の仮定の下で、D-B 方程式が以下のとおり導かれる。

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{1}{n} (\text{grad} \mathbf{w}) \mathbf{w} = -\frac{n}{\rho^f} \text{grad} p + \nu \Delta \mathbf{w} - \frac{n g}{k} \mathbf{w} \quad (4)$$

ここに、 $\nu (= \mu / \rho^f)$  は液相の動粘性係数である。

ここで、間隙水が液相として体積全体に平均化されているため、真の流体粘性と液相の流体粘性は異なると考え、液相のみかけの粘性係数  $\mu$  は真の粘性係数  $\mu_{\text{real}}$  を用いて  $\mu = n\mu_{\text{real}}$  として与えた。

D-B 式 (式 (4)) は、左辺の第 1 項が流速の時間変化項、第 2 項が移流項、右辺の第 1 項が圧力勾配項、第 2 項が粘性抵抗、第 3 項が間隙水が土骨格から受ける Darcy 抵抗を表す。水のみ充填された領域 ( $k \sim \infty$ ,  $n=1$ ) では、式 (4) は以下の非圧縮性流体の Navier-Stokes 方程式 (以下、N-S 式と記す) に一致する。

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{1}{n} (\text{grad} \mathbf{w}) \mathbf{w} = -\frac{n}{\rho^f} \text{grad} p + \nu \Delta \mathbf{w} \quad (5)$$

また、式 (4) において液相粘性を  $\mu = 0$  とすると、以下の加速度を考慮した Darcy 則が得られる。

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{1}{n} (\text{grad} \mathbf{w}) \mathbf{w} = -\frac{n}{\rho^f} \text{grad} p - \frac{n g}{k} \mathbf{w} \quad (6)$$

さらに、一様定常流を仮定すると、式 (6) は以下の静的 Darcy 則となる。

$$\mathbf{w} = -k \text{grad} h \quad (7)$$

このように、D-B 式は間隙率や透水係数の値によって流体中、多孔質体中の両方の流れを表現できることが分かる。

#### (3) 解析手法および定式化

本研究を行うにあたって、D-B 式を用いた流体解析手法の研究として藤澤ら [2] を参考にした。一方で、本研究では地盤の変形解析との接続を念頭に置いているため、流体解析において最もよく用いられる手法とは異なる解析手法を採用している。用いた手法の要諦を以下 a)~c) に示す。

#### a) 陰解法

流体解析でよく用いられる時間離散化手法は、支配方程式が「現在の時刻」において成立していると仮定して解く方法である (陽解法)。しかし、本研究では支配方程式が「次の時刻」において成立していると仮定して問題を解く方法 (陰解法) に基づいて時間離散化を行った。陰解法を採用した最たる理由は、地盤の弾塑性有限変形に伴い剛性や幾何形状が刻々と変化していくことによる非線形性を考慮するためである。本研究では、陰的時間積分公式として、Wilson- $\theta$  法 ( $\theta > 1.37$  で線形問題に対し無条件安定) を用いた。また、時刻歴解析において、step 毎に非線形連立方程式の解が収束するまで反復計算 (iteration) を行った。

#### b) 混合法

圧力場の安定性の観点から、間隙水圧  $p$  を Christian・田村流の物理モデルを用いた有限体積法で離散化した。一方、 $\mathbf{w}$  は移動流量境界条件 [1] の実装性の観点から、有限要素法により離散化した。相対平均流速  $\mathbf{w}$  は一次の Isoparametric 要素を用いて有限要素離散化した。本来、LBBK 条件より流速の形状関数の最高次数が一次かつ間隙水圧も有限要素法を用いて離散化を行うと解が不安定となり求めることができない。一方で、今回は間隙水圧を有限体積法により離散化することで形状関数の最高次数が一次でも、PSPG 項の導入といった工夫をすることなく、圧力場の不安定性が解消できると考えた。また、形状関数が一次であることから、境界上の  $\text{grad} \mathbf{w}$  は隣接する要素間で不連続 (C0 連続) となるが、Gauss の発散定理における領域内面積分の相殺を考慮し、要素境界上の  $\text{grad} \mathbf{w}$  の面積分には隣接 2 要素端の Gauss 点における平均値を用いた。

#### c) 直接型解法

本研究で参考にした藤澤ら [3] の研究のように、流体解析では流速場と圧力場に関する分離式を求めて解く分離型解法 (fractional step 法、MAC 法など) がよく用いられる。しかし本研究では、Noda and Toyoda [1] の  $\mathbf{u}-\mathbf{w}-p$  formulation に基づき、強連成解析を前提としているため、 $\mathbf{w}$  と  $p$  を陽に未知数にとり、式 (1) と式 (4) を連立して解く直接型解法を採用した。

以上を踏まえつつ離散化すると、本研究における領域全体での解くべき連立方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} ([M_{wn}] + [C_w]) + [VI] \\ + \frac{\theta \Delta t}{2} ([M_k] + [C_w] + [D_w]) & [b] - [L]^T \\ \frac{\theta \Delta t}{2} [L] & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{w}}\}_{t+\theta \Delta t} \\ \{p\}_{t+\theta \Delta t} \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} \{f\}_{t+\theta \Delta t} \\ -([M_k] + [C_w] + [D_w] + [VI])(\{\mathbf{w}\}_{t+\theta \Delta t} + \frac{\theta \Delta t}{2} \{\dot{\mathbf{w}}\}_{t+\theta \Delta t}) \\ -[L](\{\mathbf{w}\}_{t+\theta \Delta t} + \frac{\theta \Delta t}{2} \{\dot{\mathbf{w}}\}_{t+\theta \Delta t}) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 $\{\mathbf{w}\}$ 、 $\{\dot{\mathbf{w}}\}$  は各節点での間隙水の相対平均流速、相対平均加速度を並べた係数列ベクトル、 $\{p\}$  は各要素中心での間隙水圧を並べた係数列ベクトルである。 $[M_{wn}]$  は、式 (4) の時間変化項、 $[C_w]$  は移流項、 $[VI]$  は粘性抵抗による項、 $[M_k]$  は Darcy 抵抗、 $[b]$ 、 $[C_w]$ 、 $[D_w]$  は動水勾配項に由来する係数マトリクスである。 $[L]$  は節

点流速を要素毎の間隙水の体積時間変化率に変換する係数マトリクスである． $\{f\}$  は外力自由度からなる係数列ベクトルである．

3. 解析結果

本章では，開発した動的  $w$ - $p$  飽和浸透流解析手法により，(1) 一次元飽和浸透流，(2) Couette 流，(3) Cavity 流を想定した境界条件の下で行った動的非常浸透流解析の結果を示す．

(1) 一次元飽和浸透流

本節では，長さ 1m，幅 0.001m の矩形水路（図-1）の両端にヘッド差を与えることで発生する水平浸透流を解く．浸透方向に平行な壁面は非排水・non-slip 条件とした．

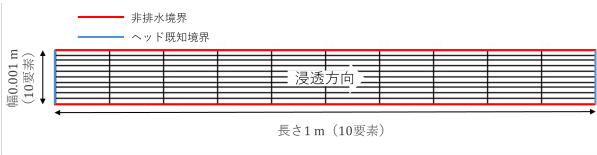


図-1 解析メッシュおよび境界条件（一次元飽和浸透流）

間隙水および多孔質体の材料定数を表-1 に示す．解析は，透水係数  $k$  の値を  $1.0 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$  から  $1.0 \times 10^5 \text{ cm/s}$  まで 10 倍ずつ段階的に増加させた計 9 ケース行った．また，初期相対平均流速は領域全体で  $w(t = 0) = 0$  とし，領域全体で相対平均流速  $w$  が定常状態に達するまで解析を継続した．

表-1 材料定数・解析条件（一次元飽和浸透流）	
材料定数	
水の単位体積重量 $\gamma_w(\text{kN/m}^3)$	9.81
流体粘性 $\mu(\text{m} \cdot \text{Pa})$	1.0
間隙率 $n$	0.5
透水係数 $k$	Case 毎
解析条件	
動水勾配 $I_e$	1.0

なお，D-B 式 (4) の水路鉛直断面での定常水平流速分布の理論解は以下のように導かれる．

$$w_x = kI_e \left\{ 1 - \frac{\cosh \left( \sqrt{\frac{n\gamma_w}{\mu k}} \left( y - \frac{B}{2} \right) \right)}{\cosh \left( \sqrt{\frac{n\gamma_w}{\mu k}} \frac{B}{2} \right)} \right\} \tag{9}$$

ここで， $B$  は水路幅， $y$  は水路中央から水路垂直方向への距離を表す．定常流速分布は，図-2 に示すように，透水係数が小さい場合は Darcy 則に従う一様分布になり，透水係数が大きくなるにつれて，双曲線がを経て二次曲線（平面 Poiseuille 流）へと形状が変化してゆく．

図-3 に 3 種類の代表的な透水係数① $k=1.0 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$ ，② $k=1.0 \times 10^0 \text{ cm/s}$ ，③ $k=1.0 \times 10^3 \text{ cm/s}$  に対する定常水平流速分布の解析結果に示す．図中の赤線は式 (9) の理論解を示す．

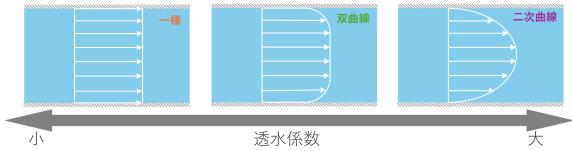


図-2 透水係数に応じた定常流速分布の理論解の変化

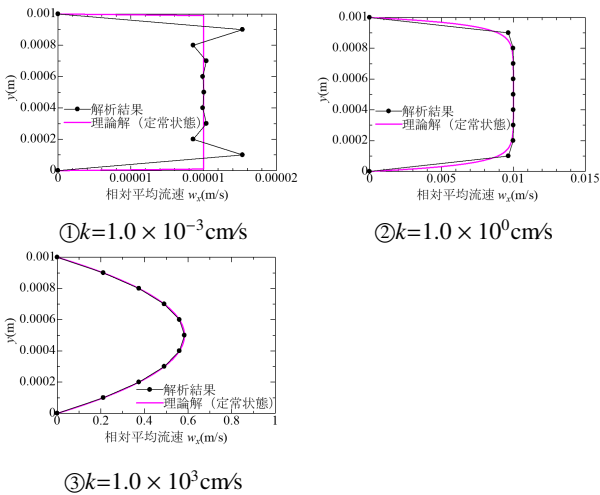


図-3 解析結果（定常水平流速分布）

①では壁面近傍で解の振動が見られた．これは，低透水性土において速度境界層が薄くなるため（cf. 理論解），壁面近傍の速度勾配を捉えるためにはより高精細なメッシュ分割が必要であることを反映している．つまり，Darcy 抵抗が十分に大きい低透水性土では，速度の二階空間勾配で記述される粘性抵抗の影響が相対的に限りなく小さくなり，方程式系（式 (1)，(4)）の空間勾配の最高次数が 0 次（加速度を考慮した Darcy 則）に近づくため，壁面での non-slip 境界条件が無効となった結果，一様流量を達成するために図-3①のような流速分布となったといえる．なお，壁面の境界条件を slip 条件（流体粘性非考慮）とすると，一様流速分布が解かれるが，その解は壁面のごく近傍を除き理論解（式 (9)）とほぼ一致することから，低透水性土においては，D-B 方程式の流体粘性を無視した解析であっても十分妥当するといえる．一方，②，③では曲線状の定常流速分布が得られた．これは，透水係数が大きい場合，流体粘性の影響が無視できなくなるため，解が静的 Darcy 則にしたがう一様流速分布から乖離してゆくことによる．また，解析結果が理論解と一致することから，本手法の有効性を確認した（Verification）．また，本稿では省略するが，3 ケースともに時間経過に伴って解が収束していく様子も見られた．

次に，図-4 に管路中央の定常流速と透水係数の関係を示す．仮に，流れが Darcy 則に従っているとすれば，動水勾配一定のとき，定常状態での相対平均流速は透水係数に比例することとなる．一方，解析結果では Darcy 則には従わず，透水係数が上昇しても相対平均流速が頭打ちとなる結果が得られた．これは，透水係数が大

きくなるほど、抵抗に占める流体粘性の影響が Darcy 抵抗に対し支配的となることによる。このことから、Forchheimer 則 [4]~[5] に代表されるような高透水性域での非 Darcy 性が流体粘性の影響によって説明できる可能性が示唆された。

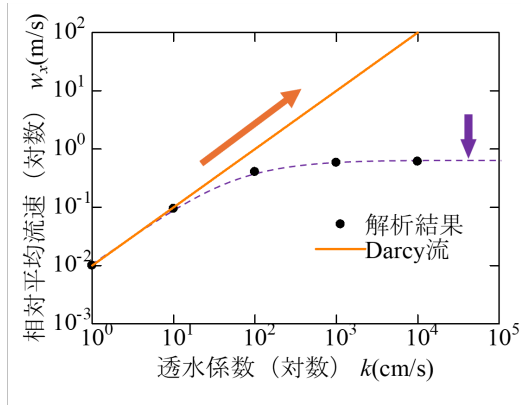


図-4 透水係数と相対平均流速の関係

(2) Couette 流

本節では、長さ 1m、幅 0.001m 矩形水路（図-5）の上側壁面が一定の速度で運動した際に水路壁～流体間の摩擦力が駆動力となって生じる Couette 流を解く。浸透方向に平行な壁面は非排水・non-slip 条件とし、水路上端壁面の変位速度を  $V_0$  とした。

材料定数および解析条件を表-2 に示す。解析は流体のみの領域を想定して行ったため、間隙率を 1.0 とし、透水係数は十分大きい値として  $10^{99}$  cm/s を用いた。また、①流体粘性がない場合（= 0）と②流体粘性がある場合（= 1.0）の 2 ケースについて解析を行った。初期相対平均流速は領域全体で  $w(t=0)=0$  とし、領域全体で相対平均流速  $w$  が定常状態に達するまで解析を継続した。

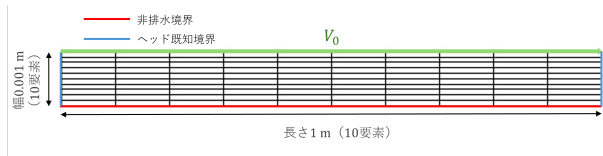


図-5 解析メッシュおよび境界条件（Couette 流）

表-2 材料定数・解析条件（Couette 流）	
材料定数	
水の単位体積重量 $\gamma_w$ (kN/m <sup>3</sup> )	9.81
流体粘性 $\mu$ (m・Pa)	case 毎
間隙率 $n$	1
透水係数 $k$	$10^{99}$
解析条件	
動水勾配 $I_e$	0
壁面速度 $V_0$ (m/s)	0.1

定常状態での相対平均流速分布の理論解を以下に示す。

ここで、 $y$  は水路下端壁からの垂直距離である。

$$w_x = V_0 \frac{y}{B} \tag{10}$$

図-6 に鉛直断面での流速分布の解析結果を示す。図中の赤線は式 (10) の理論解を示す。

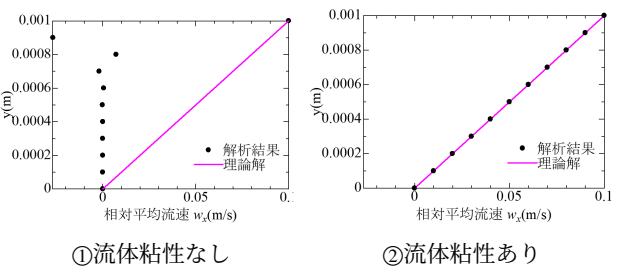


図-6 解析結果（Couette 流）

①の解析結果では、流速分布の変化はあまり見られなかった（Gibbs の現象のような壁近傍での流速場の振動は確認されたが、断面全体での水平積分流量がゼロとなるような分布をとった）。一方で、②の解析結果では理論解と解析結果がよく一致した。図-6 より流体粘性を考慮しない場合では境界流速を与えることによる領域内での流速の発生は限定的であるのに対し、流体粘性を考慮した場合のみが Couette 流を解くことができたといえる。このことから、河床の変形など、水平流速により駆動される浸透流および地盤の変形を解く場合には、境界近傍での流速場を適切に解く必要があると考えられるが、その際には抵抗則として Darcy 抵抗のみの考慮では不十分であり、流体粘性を考慮することが重要な役割を果たすことが分かった。

(3) Cavity 流

本節では、0.001m×0.001m の壁面に囲まれた領域内（図-7）において、境界条件として流速を与えた際に、領域内で渦を巻く流れである Cavity 流を解く。Couette 流と同様に、壁面～流体間の摩擦力により流速が発生する。領域の壁面は非排水・non-slip 条件とした。領域上端の壁の速度を  $V_0$  とした。

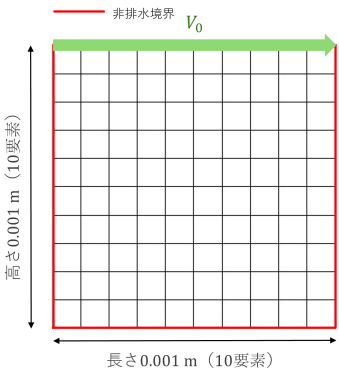


図-7 解析メッシュおよび境界条件（Cavity 流）



材料定数および解析条件を表-3に示す。解析は流体のみの領域を想定して行ったため、間隙率を1.0とし、透水係数は十分大きい値として $10^{99}$  cm/sを用いた。壁面速度の値は①  $V_0=0.1$  m/s ( $Re = 100$ ) , ②  $V_0=1$  m/s ( $Re = 1000$ ) の2ケース行った。初期相対平均流速は領域全体で $w(t=0) = \mathbf{0}$ とし、領域全体で相対平均流速 $w$ が定常状態に達するまで解析を継続した。

表-3 材料定数・解析条件 (Cavity 流)

材料定数	
水の単位体積重量 $\gamma_w$ (kN/m <sup>3</sup> )	9.81
流体粘性 $\mu$ (m $\cdot$ Pa)	1.0
間隙率 $n$	1
透水係数 $k$	$10^{99}$
解析条件	
壁面速度 $V_0$ (m/s)	case 毎

図-8、図-10に領域内の流れの様子を、図-9、図-11にCavity流のベンチマークとしてよく用いられる先行研究[6]と本解析結果について、領域中央での相対平均流速比較を示す。矢印の大きさは流速の大きさを示す。

図-8では領域内で渦を巻く様子が見られた。また、解析結果が、鉛直・水平方向ともに先行研究と概ね一致する結果が得られた。一方で、レイノルズ数が $Re=1000$ となる流れでは、流れの様子が振動しており、解析結果も先行研究とは離れた値となった。 $Re=1000$ の流れでは、流速が先行研究と比べて小さい値となっていることから、今回用いたメッシュだと壁面近傍の流速の勾配の大きさを評価できなかったことが考えられる。本稿では省略しているが、実際に要素数を変えないまま壁面近傍をより細かく、領域中央をより粗くしたメッシュで同様の解析を行ったところ、解析結果が先行研究[6]とよく一致することが確認できた。

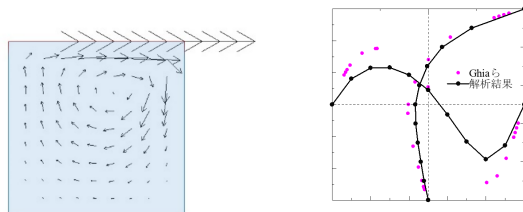


図-8 領域内の流れの様子 図-9 先行研究と解析結果の比較 ( $Re = 100$ )

次に、 $Re = 100$  ( $V_0 = 0.1$  m/s) となる流れについて領域内の下部に多孔質体 ( $n = 0.5$ ) を挿入したケース(図-12)について示す。解析は、①  $k=1.0 \times 10^{-3}$  cm/s, ②  $k=1.0 \times 10^3$  cm/s の2ケースについて行った。間隙水の材料定数は表-3と同じである。

解析結果として、領域内の流れの様子を図-13に示す。②では流体のみのときと同じように領域全体で流速分布が広がっていた。これは高透水性領域においてDarcy抵抗の影響が小さかったためである。一方で、①では、土中の流速が流体領域に比べて極めて小さく、ほとん

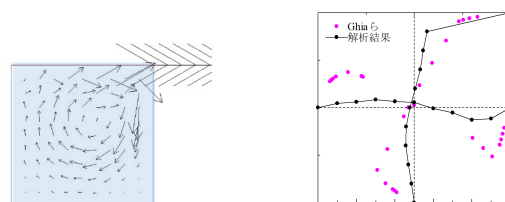


図-10 領域内の流れの様子 図-11 先行研究と解析結果の比較 ( $Re = 1000$ )

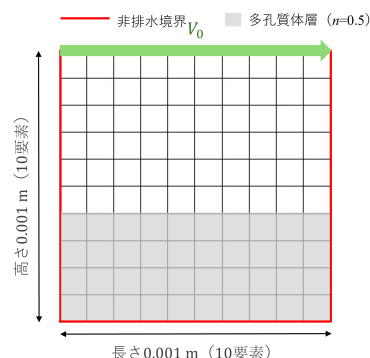


図-12 解析メッシュおよび境界条件 (Cavity 流-2)

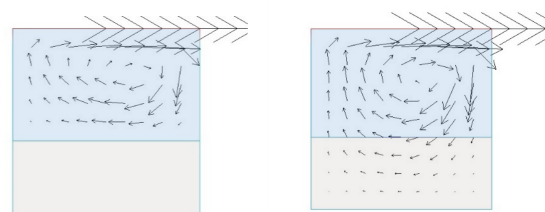
①  $k=1.0 \times 10^{-3}$  cm/s②  $k=1.0 \times 10^3$  cm/s

図-13 領域内の流れの様子 (Cavity 流-2)

ど流体中でのみ渦を巻いているような流速の分布が得られた。これは、透水係数が小さいために土と流体の境界の鉛直方向流速が小さくなり、その結果土と平行な方向の流速が大きくなり、このような分布となったためである。

#### 4. まとめと今後の課題

地盤変形解析との連成を念頭に置いた陰的  $w$ - $p$  飽和浸透流解析手法を開発し、典型的な諸例題への適用を通して以下の知見を得た。

- 一次元飽和浸透流：間隙率や透水係数といった材料定数を変えることで、動的Darcy流やN-S流が解かれることを示した。また、低透水の条件では支配方程式が動的Darcy則で十分である可能性を示した。また、粘性抵抗を考慮した一連の解析から、間隙流体の非Darcy性が粘性で説明できる可能性を示唆した。

- Couette 流：流体粘性を考慮することで、Couette 流の解析を行い理論解と一致することを確認した。粘性がない場合との解の比較より、水平流速の変動による領域内での流速変化を適切にとらえるためには流体粘性の導入が必要不可欠であることを示した。
- Cavity 流：N-S 流における Cavity 流れの解析解を先行研究と比較し、 $Re = 100$  の時に流速分布の解析解が先行研究と一致することを確認した。また、多孔質体を含む Cavity 流れの解析より、河床や海底地盤のような水平流速が境界条件として含まれるような問題に対して本手法を適用できる可能性が示唆された。

また、今後の課題を以下に示す。

- 移流に対する安定化項の導入：本稿では紙幅の都合上割愛したが、きわめて流速が大きい場合について、移流の影響により、本稿 **3.(1)** の一次元流れ解析においても水路に直交方向の流速を生じ、解が不安定化することが確認された。また、レイノルズ数  $Re$  が大きくなるほど、解析解がベンチマークから外れていったため、移流に対する安定化項の導入も必要であると考えらる。
- Cavity 流における間隙水圧分布の定式化手法・離散化手法の検討：本研究では混合法を用いていたにもかかわらず、「チェッカーボード不安定」が発生した。地盤の変形解析との連成を行うためには、間隙水圧の正しい解析が必要であるため、間隙水の圧縮性を考慮するなどして、間隙水圧分布の不安定化が生じない手法の開発が必要である。
- 解析手法の高度化：本研究をするにあたって、定式化の段階で簡単のために様々な仮定を設定した。地盤の変形解析 [1] との接続現象をより正確に解くためにはこれらの仮定を外して、解析手法をさらに高度なものにする必要がある。
- 高速化：高精細なメッシュでの流体解析・強連成水～土連成解析を高速に実行するには、ソルバの改良や並列化についても検討する必要がある。

**謝辞：** 本研究は、科学研究費補助金（若手研究：課題番号 22K14324）の補助を受けて実施した。

### 参考文献

- [1] Noda, T. and Toyoda, T. (2019): Development and verification of a soil–water coupled finite deformation analysis based on u–w–p formulation with fluid convective nonlinearity, *Soils Found.*, Vol. 59, No. 4, 888–904.
- [2] Bars, M.L. and Worster, M.G. (2006) : Interfacial conditions between a pure fluid and a porous medium: implications for binary alloy solidification, *J. Fluid Mech.*, 550, 149–173.
- [3] 藤澤和謙, 有本慎一, 村上章 (2013): Darcy-Brinkman 式を用いた非圧縮性流れと Darcy 流の同時解析手法, *農業農村工学会論文集*, 81(5), 419–428.
- [4] Forchheimer, P. (1901): *Hydraulik*, Teubner Verlag, Leipzig. (in Germany): See, Bear J. (1972): *Dynamics of Fluid in Porous Media*.
- [5] 吉岡真弓, 登坂博行 (2010): 高透水性多孔質体中の非ダルシー流れに関する考察, *地下水学会誌*, 52(3), 275–284.
- [6] Ghia K.N, Ghia and ShinShin C.T. (1982): High Re solutions for incompressible flow using the Navier Stokes equations and a multigrid method method, *J. Comp. Phys.*, 48, 387–411.