

# 連続体シェル要素を用いたXFEMによる CFRP積層板の損傷進展解析

Damage propagation analysis of CFRP laminate by XFEM using continuum shell elements

長嶋利夫<sup>1)</sup>

Toshio Nagashima

1) 博(工) 上智大学理工学部 (〒102-8554 東京都千代田区紀尾井町7-1, E-mail: nagashim@sophia.ac.jp)

Due to high specific strength and stiffness, carbon fiber reinforced plastics (CFRP) have been widely used in aviation industries in recent years. However, CFRP laminate is susceptible to out-of-plane load, leading to complex damage such as delamination, matrix crack, and fiber breakage. This study applies an extended finite element method (XFEM) to damage propagation analyses of CFRP laminate. An eight-node quadrilateral interface element and an eight-node hexahedral continuum shell element enriched with only the Heaviside function are used to model delamination and matrix cracks, respectively. In addition, the zig-zag cohesive zone model is employed for delamination and matrix cracks to perform the implicit analysis successfully. It was shown that the proposed XFEM using continuum shell elements is an effective method for damage propagation analysis of CFRP laminates.

**Key Words:** XFEM, Continuum shell element, CFRP, Cohesive zone model, Damage propagation

## 1. はじめに

高比剛性・高比強度を有する炭素繊維強化プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Plastics: CFRP) は、航空機などの軽量化構造に多用されている。しかしながら、CFRP 積層板は面外方向からの荷重に弱く、積層板の内部に複雑な損傷が発生する可能性があり、積層構造の強度は低下する。そのためCFRP積層板の損傷進展解析を実施し、損傷を有する積層板の強度を定量的に評価できる手法の確立が求められている。

一方、有限要素と独立にき裂形状を定義できる拡張有限要素法 (the eXtended FEM, 以下XFEM) が、構造物のき裂解析やき裂進展解析に用いられるようになっている。著者は、これまで、CFRP 積層板の損傷進展解析に、二次元モデルを板厚方向に押し出すことによって得られる三次元モデルを用いた準三次元 XFEM[1][2]を用いてきたが、この方法では平板状の構造しか扱えないという制約がある。曲面形状を含む実機構造を対象とする場合には完全な三次元 XFEM が望ましいが、ソリッド要素を用いた XFEM を用いる場合、要素を横切るき裂面のパターンをすべて数えあげ、要素再分割 (パーティション) することは、三次元 8 節点六面体ソリッド要素については、分割パターン数が非常に多くなり、現段階ではプログラム実装ができていない。

本研究では、曲面形状を有する薄肉構造のき裂解析に適用可能な三次元8節点連続体シェル要素にXFEMを適用することを検討している。連続体シェル要素[3]は、連続体要素の形状関数を用いてシェル要素の定式化によって

導出される要素である。提案方法においては、六面体とき裂面との交差を扱うのではなく、薄肉構造を想定して8節点連続体シェル要素の中立面となる四角形とき裂面との交差をき裂線として扱う。このような近似により、すでに実施済みの4節点要素に対するXFEMで用いた手法[4][5]を再利用でき、交差パターン数を大幅に減らすことができる。本稿は、現在開発中の、8節点連続体シェル要素を用いたレベルセットXFEMコード (NLXSC8) の定式化と開発コードの概要を述べた後、検証解析結果を示す。

## 2. 解析手法

### (1) レベルセット法によるき裂形状表現

Fig.1に示すように三次元空間におけるシェル曲面内のき裂線を、シェル曲面と曲面 $S_\phi$ との交線として定義する。また、き裂先端を通過する曲面 $S_\phi$ 内の曲線 $\Gamma$ を定義する。このとき、 $\mathbf{n}_{S_\phi}$ を曲面 $S_\phi$ の外向き法線ベクトル、 $\mathbf{n}_\Gamma$ を曲線 $\Gamma$ の接線ベクトルとして、 $\mathbf{n}_{S_\phi}$ と $\mathbf{n}_\Gamma$ に直交する方向 $\mathbf{n}_{S_\psi}$ が外向き法線となる曲面 $S_\psi$ を考えることができる。曲面 $S_\phi$ および $S_\psi$ に関する符号付き距離関数 $\phi$ 、 $\psi$ を次式で定義する。

$$\phi(\mathbf{x}) = \min_{\bar{\mathbf{x}} \in S_\phi} \|\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}\| \text{sign}(\mathbf{n}_{S_\phi} \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})) \quad (1.1)$$

$$\psi(\mathbf{x}) = \min_{\bar{\mathbf{x}} \in S_\psi} \|\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}\| \text{sign}(\mathbf{n}_{S_\psi} \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})) \quad (1.2)$$

なお、実際の数値解析におけるプログラム実装においては、 $S_\phi$ を三角形パッチの集合で、 $\Gamma$ を三角形パッチの辺の集合として近似的に表す。

## (2) 要素の分類

シェル曲面を四角形シェル要素で分割して近似し、すべての節点において式(1.1), (1.2)を用いてき裂に関する符号付き距離関数 $\phi$ ,  $\psi$ を計算したうえで、一つの要素を構成する4つの節点における $\phi$ の値を用いて、要素を Fig. 2に示すようなパターンに分類する。たとえばFig. 2(d)は、 $\phi$ が正の節点が2つ、負の節点が2つとなる場合に対応し記号P2N2で示す。き裂で切断された要素は $\psi$ の値を用いてFig. 3に示すように、さらに詳細なパターンに分類する。なお、8節点連続体シェル要素に適用する場合、要素の中立面は四角形状となるので、4節点四角形要素の分割パターンを再利用することができる。

## (3) 形状関数

8節点連続体シェル要素についての変位場は、8節点ソリッド要素と同じ次式を用いて近似する。

$$\mathbf{u}^h = \sum_{I=1}^8 N_I(r_1, r_2, r_3) \mathbf{u}_I + \sum_{I=1}^8 N_I(r_1, r_2, r_3) \mathbf{a}_I (F(\mathbf{x}) - F(\mathbf{x}_I)) \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{u}_I$ は節点Iにおける変位ベクトル、 $N_I$ は内挿関数、 $r_1, r_2, r_3$ は六面体要素の自然座標、 $F(\mathbf{x})$ は変位場の不連続性を表す関数で-1から1の間の値をとり、 $\mathbf{a}_I$ は拡充関数についての自由度である。

## (4) 要素のパーティショニングと数値積分

要素内部にき裂線を含まない場合（例えばFig.2(a)(c)(f)(j)(k)(l)(m)(n)(o)）は、通常の8節点連続体シェル要素の定式化[3]に従う。要素内にき裂を含む場合（例えばFig.2(d)）には、六面体要素を複数の五面体領域に分割し、それらの領域毎に積分を実施する。

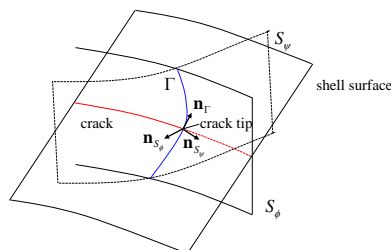


Fig.1 Definition of crack geometry on shell surface.

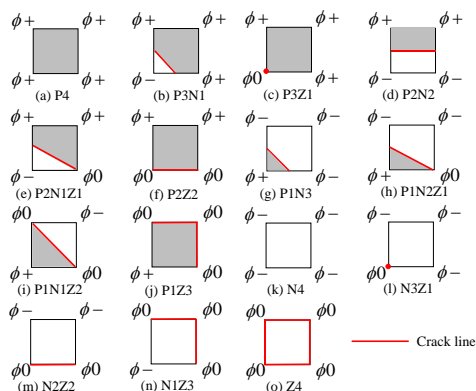


Fig.2 Classification of elements according to the nodal values of the SDF  $\phi$

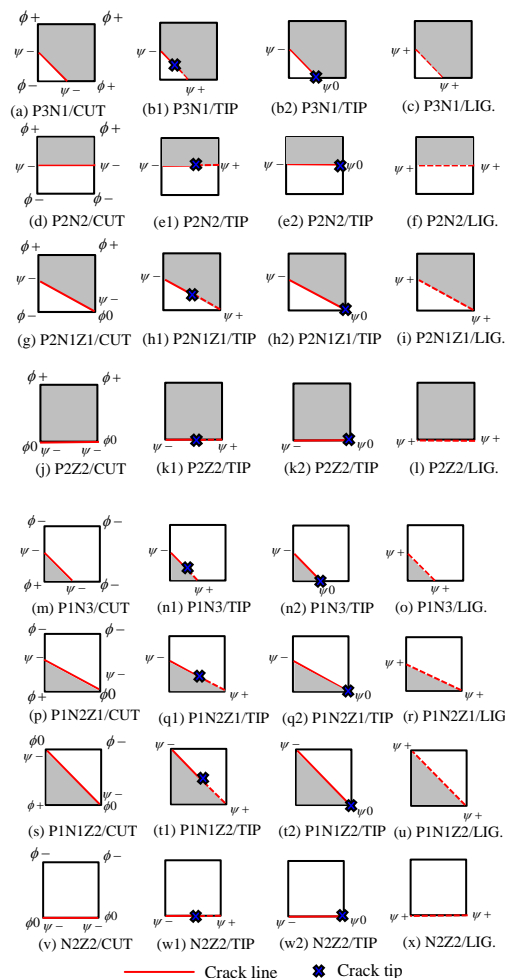


Fig.3 Classification of cut elements according to the nodal values of the SDF  $\psi$ .

## 3. 数値解析

### (1) 損傷のモデル化

CFRP積層板に生じる層間はく離、マトリクス割れ、繊維破断などの複雑な損傷進展をFEM解析で模擬するためには、損傷モデルを用いる必要がある。ここでは、層間はく離が生じる領域をプライ層間に限定し、連続体シェル要素でモデル化された積層板の層間に結合力モデル（Cohesive Zone Model: CZM）を考慮したインターフェース要素を挿入し、層間はく離をモデル化する。一方、各プライ層ではマトリクス割れが繊維方向に発生すると想定される位置で、XFEMの機能を用いて有限要素と独立にマトリクス割れをモデル化する。なお、本稿における解析では、引張応力による繊維破断をワイプル損傷基準[6]で模擬することにする。

### (2) Zig-zag型結合力モデル

積層板の層間はく離およびマトリクス割れを模擬するために、混合モード破壊に対応したバイリニア型の結合力モデルを用いる。ここでは、静的陰解法における収束性を改善するためにZig-zag型結合力モデル（ZZCZM）[6]である。

### (3) 解析システム

本研究では連続体シェル要素を用いたXFEM解析プロ

グラムNLXSC8を用いる。NLXSC8では、三次元8節点6面体要素によるFEMモデルを用いる。CFRP積層板のマトリクス割れは、XFEMの内挿関数で表現され、各層間には板厚を持たないインターフェース要素が挿入される。内製コードでは、通常のバイリニア型CZMに加え、Zig-zag CZMも実装され、静的陰解法を用いた損傷進展解析が可能である。

(4) 解析対象および解析モデル

評定部長さ63.5 mm、幅15.875 mm、厚さ1.0, 2.0, 4.0 mm、円孔直径3.175 mmの試験片（積層構成[45/90/-45/0]<sub>s</sub>）の引張試験を対象として損傷進展解析を実施する。試験片の一端を完全固定し、他端に長手方向への強制変位を与える。ここでの解析で用いる有限要素モデル（総節点数：156,800、総要素数：134,400）をFig.4に示す。対称性を考慮して1/2モデルとする。円孔の応力集中部近傍を起点として樹脂割れが入る可能性があることを考慮して、各プライには繊維方向に樹脂割れを想定したインターフェース要素を設定しCZMを考慮する。異なる繊維方向を有するプライ層間には、CZMを考慮したインターフェース要素を設定し層間にはく離を考慮する。材料はIM7/8552を想定し、物性値をTable 1に示す。また、繊維破断による破壊を考慮するためにWeibull破壊基準として、 $m=40.1$ 、 $\sigma_0=3131$  MPa、 $V_0=1.0\text{mm}^3$ と設定する。

(5) 解析結果

板厚1, 2, 4 mmの場合について、NLXSC8を用いて静的陰解法により損傷進展解析を実施し、解析結果から得られる平均ひずみと平均応力との関係をFig.5に示す。板厚1 mmの場合には、最終破壊は繊維破断と判断され破壊ひずみ0.95%、破壊応力561 MPa、板厚2, 4 mmの場合には、層間にはく離を伴う大きな荷重低下が生じる結果となり、最初の荷重低下点において、ひずみはそれぞれ0.70%, 0.48%、応力はそれぞれ406 MPa, 274 MPaとなった。これらは実験結果[7]と概ね整合する。

4. おわりに

本稿では、ヘビサイド関数だけを拡充した8節点連続体シェル要素を用いたレベルセットXFEMの定式化と開発コードNLXSC8によるCFRP積層板のOHT試験解析結果を示した。本研究は、国立研究開発法人新エネルギー・産業技術総合開発機構（NEDO）の委託業務（JPNP20010）の成果として得られたものである。記して感謝する。

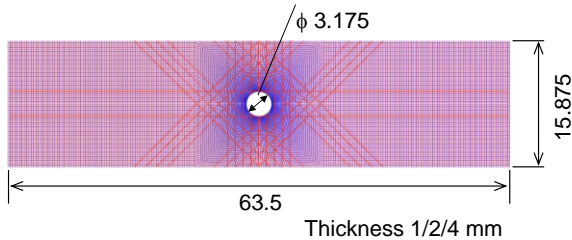


Fig.4 Finite element model with matrix cracks.

Table 1. Material properties of IM7/8554.

Laminate		Cohesive zone	
$E_L$ [GPa]	161	$G_{Ic}$ [N/mm]	0.2
$E_T$ [GPa]	11.38	$G_{IIc}$ [N/mm]	0.8
$G_{LT}$ [GPa]	5.17	$\sigma_{I\max}$ [MPa]	60
$G_{TT}$ [GPa]	3.98	$\sigma_{II\max}$ [MPa]	90
$\nu_{LT}$	0.3	$k$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$1.0 \times 10^6$
$\nu_{TT}$	0.436	$\alpha$	1

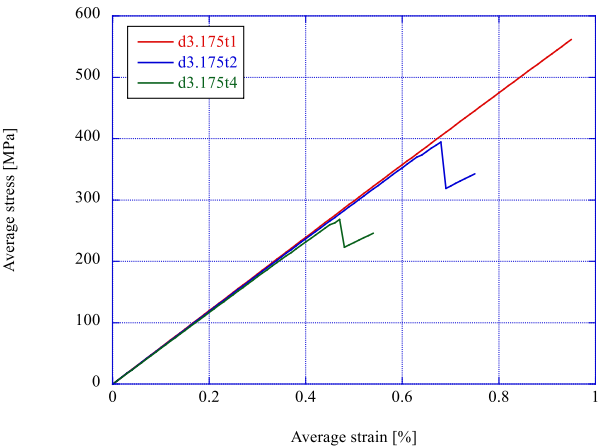


Fig.5 Relation between average strain and stress obtained by damage propagation analysis using NLXSC8.

参考文献

[1] Nagashima, T., Sawada, M., Development of a damage propagation analysis system based on level set XFEM using the cohesive zone model, Computers and Structures. 174(2016)42-53.

[2] Higuchi, R., Yokozeki, T., Nagashima, T., Aoki, T., Evaluation of mechanical properties of noncircular carbon fiber reinforced plastics by using XFEM-based computational micromechanics, Composites Part A, 126 (2019).

[3] Klinkel, S., Gruttmann, F., Wagner, W., A continuum based three-dimensional shell element for laminated structures, Computers and Structures. 71 (1999) 43-62.

[4] Nagashima, T., Wang, C., XFEM analyses using two-dimensional quadrilateral elements enriched with only the Heaviside step function, International Journal of Computational Methods, Volume No. 19, Issue No. 02, Article No. 2150063 (2022).

[5] 長嶋, 計算破壊力学のための応用有限要素法プログラム実装, コロナ社 (2021-3).

[6] Wang, C., Nagashima, T., Damage propagation analysis of CFRP laminate by quasi-3D XFEM using hexahedral elements, Composite Structures, 316 (2023) 117024.

[7] Jiang W-G, Hallett SR, Green BG, Wisnom MR. A concise interface constitutive law for analysis of delamination and splitting in composite materials and its application to scaled notched tensile specimens. Int J Numer Methods Eng, 69 (2007) 1982–95.