

高精度粒子法 SPH(2) を用いた 座標変換による効率的な自由表面解析

Efficient Free Surface Simulation with Coordinate Transformation Using the High-accuracy Particle Method SPH(2)

藤岡秀二郎¹⁾, 辻勲平²⁾, 三目直登³⁾, 浅井光輝⁴⁾
Shujiro Fujioka, Kumpei Tsuji, Naoto Mitsume and Mitsuteru Asai

¹⁾九州大学大学院 工学府土木工学専攻 (〒 819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744, E-mail: s-fujioka@doc.kyushu-u.ac.jp)

²⁾東北大学大学院 工学研究科 助教 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail: kumpei.tsuji.e1@tohoku.ac.jp)

³⁾筑波大学 システム情報系 助教 (〒 305-8577 茨城県つくば市天王台 1-1-1, E-mail: mitsume@kz.tsukuba.ac.jp)

⁴⁾九州大学大学院 工学研究院社会基盤部門 准教授 (〒 819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744, E-mail: asai@doc.kyushu-u.ac.jp)

This study is preliminary work for a SPH method with “ σ -coordinate system”, which changes the vertical resolution depending on the ocean depth, to simulate widely spreading inundation phenomenon faster and more efficiently. In this study, we generalize the vertical coordinate transformation and utilize the SPH(2), that satisfies second-order accuracy for second-order derivatives, for coordinate transformations. The coordinate transformations for the ellipsoidal particle model and the bottom boundary-fitted particle method were performed using the SPH(2) operators to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key Words : Particle Method, SPH, SPH(2), Coordinate Transformation, Dam-break

1. 緒言

連続体解析に用いられる SPH 法や MPS 法などの粒子法は、流体の分裂・結合現象を容易に表現できるため、津波や斜面崩壊などの災害シミュレーションに利用されている。一方で、粒子法では一般的に着目粒子から近傍粒子までの距離に応じて固定したカーネル関数（重み関数の一種）を使った内挿近似を行うため、粒子配置が乱れた場合、計算精度が担保されない。また、他の数値計算手法に比べて計算コストが高いことが課題となっている。前者の課題に対し本研究グループでは Taylor 展開の 2 次の項までを満足する 2 階微分モデル（以下、SPH(2) と略記）を提案し、既往の SPH モデルに対する優位性を確認してきた [1,2]。さらに、SPH(2) は混合微分を含む 2 階微分を個別に評価できるため座標変換にも適用可能なモデルである。また、後者の課題に対しては、 σ 座標系への座標変換を導入することで、水深に依らず鉛直方向の粒子数を不変とし、不必要な粒子を削減することで高速化を図る。

本研究では、 σ 座標系への座標変換導入の基礎検討として、鉛直方向の座標変換の一般化を行い、楕円粒子法 [3] と底面境界適合型粒子法 [4,5] を融合させた座標変換（底面境界適合型楕円粒子法）を提案し、SPH 法への座標変換の適用性の確認と SPH(2) の妥当性確認を行った。

2. 高精度粒子法 SPH(2)

(1) 流体の支配方程式

SPH 法を用いた Newton 流体の解析では、Navier-Stokes 方程式と連続の式を支配方程式としてその運動を解く。本研究では SPH 法の中でも非圧縮性流体を対

象とした半陰解法である ISPH (Incompressible SPH) 法を用いて解析を行った。非圧縮性流体を対象とした際の Navier-Stokes 方程式と連続の式はそれぞれ以下のよう表される。

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

ここで ρ , p , ν , $\mathbf{v}$, $\mathbf{f}$ はそれぞれ流体の密度、圧力、動粘性係数、速度、流体に作用する外力を示す。また、ISPH 法では次の時間ステップ $N+1$ の圧力の算出のために以下の圧力 Poisson 方程式（以下、PPE と略記）を解く。

$$\nabla^2 p^{N+1} = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}^* \quad (3)$$

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v}^N + (\nu\nabla^2\mathbf{v}^N + \mathbf{f}^N)\Delta t \quad (4)$$

(2) SPH 法の空間離散化

SPH 法では連続体を粒子により空間離散化し、粒子の持つ物理量やその微分を、重み関数を用いることで以下のように単純な近傍粒子の和で粒子離散近似（SPH 近似）する。

$$\langle\phi\rangle_i := \sum_{j \in \mathbb{S}_i} V_j \phi_j w_{ij} \quad (5)$$

$$\langle\nabla\phi\rangle_i := \sum_{j \in \mathbb{S}_i} V_j \phi_{ij} \nabla w_{ij} \quad (6)$$

$$\langle\nabla^2\phi\rangle_i := 2 \sum_{j \in \mathbb{S}_i} V_j \phi_{ij} \frac{\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla w_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \quad (7)$$

ここで V_j は粒子 j の代表体積であり粒子の質量 m_j と密度 ρ_j を用いて $V_j = m_j/\rho_j$ と表せる. ϕ_j と w_{ij} , $\mathbf{r}_j$ はそれぞれ粒子 j の物理量, 粒子 j の粒子 i に対する重み, 粒子 j の位置ベクトルを表す. ϕ_{ij} と $\mathbf{r}_{ij}$ はそれぞれ $\phi_{ij} := \phi_j - \phi_i$, $\mathbf{r}_{ij} := \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ と定義される. また, $\mathbb{S}_i$ は粒子 i の近傍粒子の集合である. 本論文で括弧 $\langle \blacksquare \rangle$ は, 近傍粒子の値を参照した SPH 近似であることを意味する. なお, SPH 法においては数値安定性の高さから圧力勾配の算出には以下の和形式のモデルが頻用されている.

$$\langle \nabla p \rangle_i := \rho_i \sum_{j \in \mathbb{S}_i} m_j \left(\frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) \nabla w_{ij} \quad (8)$$

また, 本研究では体積保存を満たすように密度の SPH 近似を用いて, 式 (3) に示す PPE を次のように補正する安定化 ISPH 法 [6] を用いた.

$$\langle \nabla^2 p^{N+1} \rangle_i = \frac{\rho}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \mathbf{v}^* \rangle_i + \gamma \frac{\rho - \langle \rho^N \rangle_i}{\Delta t^2} \quad (9)$$

ここで γ は安定化パラメータと呼ばれ, 1 より十分小さい正の値をとる任意のパラメータである ($0 < \gamma \ll 1$).

(3) 高精度 SPH 近似モデル

SPH 近似モデルは Taylor 展開を用いて導出される. しかし前節で示した標準的なモデルや和形式のモデルは, 粒子離散化した際のユニティ条件の成立や規則的な粒子配置を仮定して導出される. そのため, 前節で示したモデルは粒子離散化した状態や計算点の動く解析において Taylor 展開の 1 次の項も満足しない. そこで本研究では, 1 階微分の算出に SPH 法で広く用いられる 1 次精度の勾配モデル, 2 階微分の算出に SPH(2)[1,2] を用いた. 1 次精度の勾配モデルと SPH(2) の式をそれぞれ以下に示す.

$$\langle \nabla \phi \rangle_i^{(1)} := \sum_{j \in \mathbb{S}_i} V_j \phi_{ij} \tilde{\nabla} w_{ij}; \quad \tilde{\nabla} := \left[\sum_{j \in \mathbb{S}_i} V_j \nabla w_{ij} \mathbf{r}_{ij}^T \right]^{-1} \nabla \quad (10)$$

$$\left[\left\langle \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right\rangle_i^{(2)} \quad \left\langle \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\rangle_i^{(2)} \quad 2 \left\langle \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \right\rangle_i^{(2)} \right]^T \\ := 2 \mathbf{M}_i^{-1} \sum_{j \in \mathbb{S}_i} V_j \frac{\mathbf{r}_{ij}^T \tilde{\nabla} w_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^4} \mathbf{q}_{ij} (\phi_{ij} - \mathbf{r}_{ij}^T \langle \nabla \phi \rangle_i^{(1)}) \quad (11)$$

$$\mathbf{M}_i := \sum_{j \in \mathbb{S}_i} V_j \frac{\mathbf{r}_{ij}^T \tilde{\nabla} w_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^4} \mathbf{q}_{ij} \mathbf{p}_{ij}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{p}_{ij} := [A(x, x) \quad A(z, z) \quad A(x, z)]^T \quad (13)$$

$$A(a, b) := a_{ij} b_{ij} - \mathbf{r}_{ij}^T \sum_{k \in \mathbb{S}_i} V_k a_{ik} b_{ik} \tilde{\nabla} w_{ik} \quad (14)$$

$$\mathbf{q}_{ij} := [x_{ij}^2 \quad z_{ij}^2 \quad x_{ij} z_{ij}]^T \quad (15)$$

ここで SPH 近似 $\langle \blacksquare \rangle$ の上付き文字 (n) は Taylor 展開の n 次の項までを満足するよう導出したモデルであることを示す. なお本論文では 0 次精度以下である標準的なモデル (5-7) を 0 次モデル, 和形式のモデル (8) を和形式モデル, 1 次精度の勾配モデル (10) を 1 次モデルと呼ぶ.

3. 座標変換の一般化

本研究で取り扱う鉛直方向の座標変換における変換式は水平方向の座標を x , 鉛直方向の座標を z とすると, 2 次元条件下で以下のように表される.

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \hat{z} \end{bmatrix}; \quad \hat{z} := \alpha z + \beta \quad (16)$$

ここで α , β はそれぞれ座標変換時の鉛直方向の倍率, 鉛直方向の高さを定める, x に関する任意の関数である. また, $\hat{\blacksquare}$ は解析空間における値であることを示す. 続いて, この変換式におけるヤコビ行列 $\mathbf{J}$ を整理すると,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x} & \frac{\partial \hat{z}}{\partial x} \\ \frac{\partial x}{\partial z} & \frac{\partial \hat{z}}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial \beta}{\partial x} \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (17)$$

となる. さらにヤコビ行列 $\mathbf{J}$ を用いて実空間における勾配と Laplacian を整理すると以下のように表される.

$$\nabla \phi = \mathbf{J} \hat{\nabla} \phi; \quad \hat{\nabla} := \left[\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial \hat{z}} \right]^T \quad (18)$$

$$\nabla^2 \phi = \mathbf{J} \hat{\nabla}^T \mathbf{J} \hat{\nabla} \phi =: \mathbf{c}_{\text{trans}}^T \hat{\mathbf{D}} \phi \quad (19)$$

$$\mathbf{c}_{\text{trans}} := \begin{bmatrix} \left\{ \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} \right\} z + \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \\ 1 \\ \alpha^2 + \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} z + \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \right)^2 \\ 2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} z + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{D}} := \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \hat{z}} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial \hat{z}^2} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial \hat{z}} \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

座標変換を用いた解析では解析空間である $x-\hat{z}$ 座標系において評価した物理量の 1 階微分や 2 階微分それぞれの値を用いることで, 実空間での支配方程式を解く. ここで標準的な Laplacian モデル (7) では 2 階微分それぞれの値を算出することができない. そのため, 本研究では標準的な Laplacian モデルと同様に, 数学的な収束性が保証されない Espanol & Revenga[7] の 2 階微分モデルを 0 次モデルとして用いた.

$$\left\langle \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^1 \partial r^j} \right\rangle_i := \sum_{j \in \mathbb{S}_i} V_j \phi_{ij} \frac{\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla w_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \left(\frac{4 r_{ij}^1 r_{ij}^j}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} - \delta^{jj} \right) \quad (22)$$

ここで δ^{jj} はクロネッカーのデルタである. また, 上式は 2 次元条件下における式であり, 本研究において $r^1 = x$, $r^2 = z$ である.

4. 座標変換の例

本章では, 既往手法である楕円粒子法 [3] と底面境界適合型粒子法 [4,5] に加え両手法を融合した底面境界適合型楕円粒子法の 3 手法について述べる.

(1) 楕円粒子法

楕円粒子法 [3] は粒子のアスペクト比を変えることで計算効率の向上を図った手法である．式 (16) で導入した変換式における α と β を以下のように定めると，楕円粒子法に対応する．

$$\alpha = \frac{\widehat{H}}{H}, \quad \beta = 0 \tag{23}$$

ここで $\widehat{H}$ と H はそれぞれ解析空間と実空間における基準線からの任意高さである．なお， α が 1 より小さい場合には実空間で縦長，1 より小さい場合には実空間で横長の楕円となる．

(2) 底面境界適合型粒子法

底面境界適合型粒子法 [4,5] は底面高さに応じた座標変換を適用することで複雑な底面を有する問題を単純な平面の空間上で高精度に解析可能にする手法である．式 (16) で導入した変換式における α と β を以下のように定めると，底面境界適合型粒子法に対応する．

$$\alpha = 1.0, \quad \beta = -h(x) \tag{24}$$

ここで $h(x)$ は実空間における基準線からの底面高さである．

(3) 底面境界適合型楕円粒子法

底面境界適合型楕円粒子法は計算効率向上を目的とした楕円粒子法と，複雑な底面を有する問題を対象とした解析の精度向上を目的とした底面境界適合型粒子法を組み合わせた手法である．そのため，本手法は計算効率の向上と精度向上の両者が期待される．式 (16) で導入した変換式における α と β を以下のように定めると，底面境界適合型楕円粒子法に対応する．

$$\alpha = \frac{\widehat{H}}{H}, \quad \beta = -\frac{\widehat{H}}{H} h(x) \tag{25}$$

5. 座標変換を適用した流体解析

本章では前章で示した 3 つの座標変換を伴う流体解析を通して，SPH 法への座標変換の適用性の確認と SPH 近似モデルの高精度化の優位性について検証を行う．本章では表-1 に示す離散近似モデルの異なる従来法と提案法の 2 つの手法での解析を実施する．なお速度の発散には両手法で 1 次モデル (10) を用いた．

表-1 離散近似モデルの組み合わせ

手法	Laplacian (粘性項, PPE)	圧力勾配
従来法	1 次モデル (式 (10)) & 0 次モデル (式 (22))	和形式モデル (式 (8))
提案法	1 次モデル & SPH(2) (式 (11))	1 次モデル (式 (10))

また，本章で実施した解析には計算の安定化と高精度化のために粒子配置を規則的な状態へと近づける OPS

(Optimized Particle Shifting) 法と人工斥力により粒子の過度な凝集を防ぐ DS (Dynamic Stabilization)，速度分布を滑らかにする XSPH を導入した．

(1) 楕円粒子法: 静水圧問題

本検証での解析モデルを図-1 に示す．なお本検証では，変換式を定める α が 0.5 ~ 2.5 の範囲での解析を実施し，以下に示す圧力の厳密解 p^{exact} と実時間 10 秒における解析結果 p^{SPH} を比較した．

$$p^{\text{exact}}(z) = \rho g z \tag{26}$$

ここで g は重力加速度である．なお，誤差の評価指標には相対 L^2 誤差 $e_{L^2}^p$ を用いた．

$$e_{L^2}^p = \frac{\sqrt{\sum_i \{p^{\text{SPH}}(z_i) - p^{\text{exact}}(z_i)\}^2}}{\sqrt{\sum_i \{p^{\text{exact}}(z_i)\}^2}} \tag{27}$$

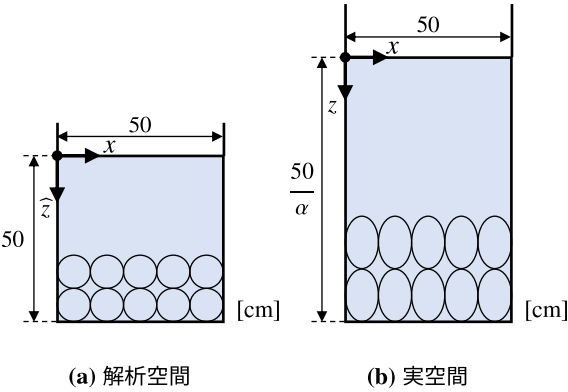


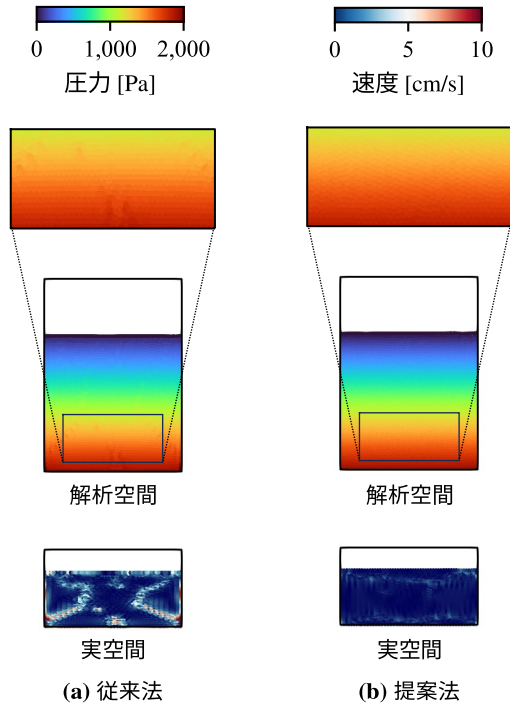
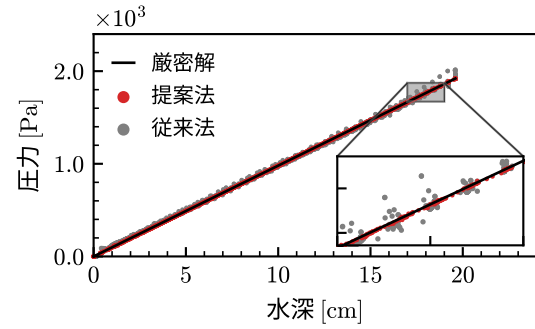
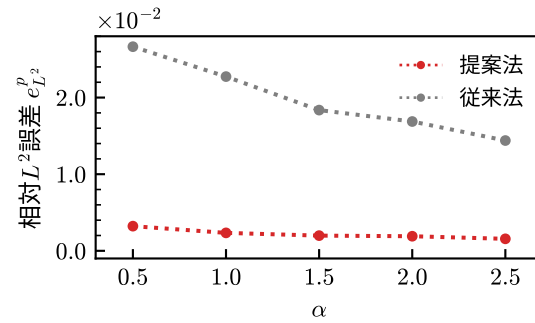
図-1 楕円粒子法: 解析モデル

$\alpha = 2.5$ のときの実時間 10 秒における解析結果を図-2 に示す．図-2 より，低精度モデルを用いた従来法では底面付近で圧力の乱れが発生している．また，圧力の乱れに起因して静水圧問題において本来発生することのない速度が発生している．それに対し，提案法では滑らかに圧力が分布し，速度の発生も低減されていることが確認できる．

次に， $\alpha = 2.5$ のときの実時間 10 秒における解析での各計算点における圧力値と厳密解との比較を図-3 に示す．図-3 より，従来法では圧力にばらつきがあり厳密解からの乖離が顕著であるのに対し提案法では厳密解と概ね一致していることが確認できる．

続いて， α が 0.5 ~ 2.5 での実時間 10 秒における解析での各計算点における圧力値と厳密解との相対 L^2 誤差を図-4 に示す．図-4 より，提案法での誤差が従来法よりも小さく，さらに本検証で適用した α の範囲内では高い精度で解が得られていることが確認できる．

以上より，楕円粒子法を適用した静水圧問題における検証において，従来法に比べ提案法の方が精度が高く，厳密解と一致する妥当な結果が得られた．しかしながら，本検証で行った α の値 (0.5 ~ 2.5) の範囲を超える値を適用すると，高精度モデルを用いた提案法であっても安定した解析ができないことも明らかになった．

図-2 $\alpha = 2.5$ における解析結果図-3 $\alpha = 2.5$ における解析結果と厳密解の比較図-4 楕円粒子法: 相対 L^2 誤差

(2) 底面境界適合型粒子法: 静水圧問題

本検証での解析モデルを図-5に示す。解析モデルの底面の基準線からの高さ $h(x)$ は $\cos$ 関数を用いて以下のように表される。

$$h(x) = R_{\cos} \cos\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right) \quad (28)$$

ここで $R_{\cos}$ は底面の曲率を定める任意の定数であり、本検証では $1.0 \sim 5.0$ での解析を実施した。 L_x は容器の横幅であり、本研究では $L_x = 50 \text{ cm}$ とした。また、圧力の厳密解 p^{exact} と誤差評価指標である相対 L^2 誤差 $e_{L^2}^p$ はそれぞれ式 (26) と式 (27) で表される。

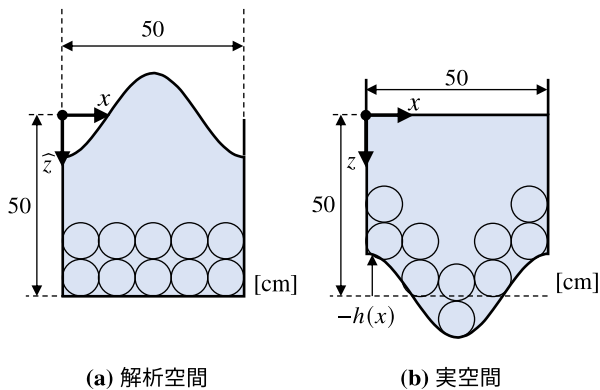


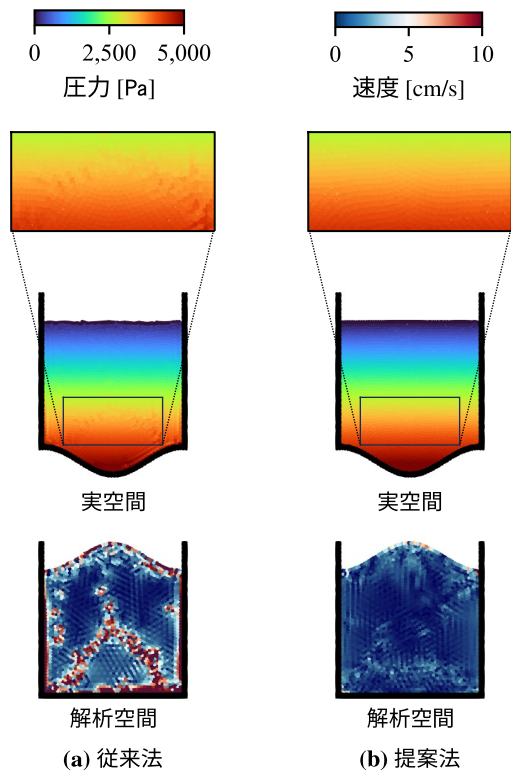
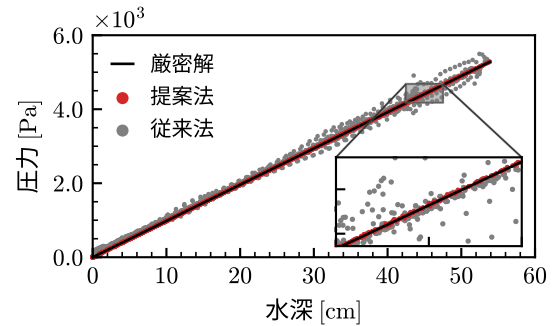
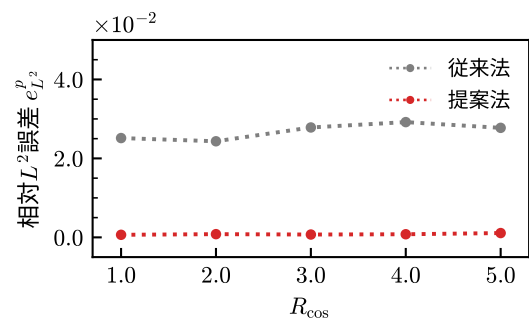
図-5 底面境界適合型粒子法: 解析モデル

$R_{\cos} = 5.0$ のときの実時間 10 秒における解析結果を図-6に示す。図-6より、低精度モデルを用いた従来法では底面付近で圧力の乱れが発生している。また、圧力の乱れに起因して静水圧問題において本来発生することのない速度が発生している。それに対し、提案法では滑らかに圧力が分布し、速度の発生も低減されていることが確認できる。

次に、 $R_{\cos} = 5.0$ のときの実時間 10 秒における解析での各計算点における圧力値と厳密解との比較を図-7に示す。図-7より、従来法では圧力にばらつきがあり厳密解からの乖離が顕著であるのに対し提案法では厳密解と概ね一致していることが確認できる。

続いて、 $R_{\cos}$ が $1.0 \sim 5.0$ での実時間 10 秒における解析での各計算点における圧力値と厳密解との相対 L^2 誤差を図-8に示す。図-8より、提案法での誤差が従来法よりも小さく、さらに本検証で適用した $R_{\cos}$ の範囲内では高い精度で解が得られていることが確認できる。

以上より、底面境界適合型粒子法を適用した静水圧問題における検証において、従来法に比べ提案法の方が精度が高く、厳密解と一致する妥当な結果が得られた。しかしながら、 $R_{\cos}$ が 5.0 より大きな値を適用すると、高精度モデルを用いた提案法であっても解析ができないことも明らかになった。これは、楕円粒子法と同様の傾向であり、更なる計算効率の向上や本検証で取り扱った底面より複雑な底面を有する問題の解析のためにも、座標変換の適用範囲の拡大が今後の改善すべき課題として挙げられる。

図-6 $R_{\cos} = 5.0$ における解析結果図-7 $R_{\cos} = 5.0$ における解析結果と厳密解の比較図-8 底面境界適合粒子法: 相対 L^2 誤差

(3) 底面境界適合型楕円粒子法: ダムブレイク問題

底面境界適合型楕円粒子法では三角形障害物を有するダムブレイク問題 [8] を通して精度検証を実施した (図-9). 実験 [8] では, G1 ($x = 557.5$ cm), G2 ($x = 492.5$ cm), G3 ($x = 393.5$ cm) の3点で水位が測定されており, 実験結果と解析結果との比較を行った. なお本検証では, 新たに構築した, SPH(2)を用いた底面境界適合型楕円粒子法の有用性の検討のため, 提案法では底面境界適合型楕円粒子法, 従来法では底面境界適合型粒子法を適用した解析を実施した. ここで, 底面境界適合型楕円粒子法では鉛直方向の解像度を2倍にするため α を2.0と設定した.

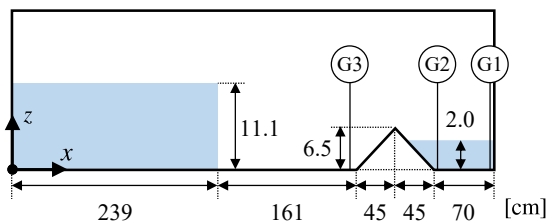


図-9 底面境界適合型楕円粒子法: 解析モデル

解析結果を図-10に示す. 図-10(a)より斜面付近において圧力の乱れはなく, 動のかつ不連続点を有する問題に対しても座標変換が適用可能であることが確認できる. また図-10(b)より, 実空間での体積が解析空間より小さくなっており, $\alpha = 2.0$ が適切に作用していることが確認できる.

続いて, 測定点 (G1, G2, G3) における水位の時間遷移を図-11に示す. 図-11(a), (b)より, G1とG2では提案法に比べ従来法で実験結果と近い値をとっているが, 従来法では波が減衰し実時間20秒以降はほとんど一定の水位となっているのに対し, 提案法では実験結果と同様の傾向で水位が変化している. 図-11(c)より, G3では, 従来法では三角形障害物の右側の領域 (G1, G2) と同様に実験結果に比べて大きく波が減衰しているが, 提案法は実験結果と概ね一致し, 従来法では見られなかった分裂波の表現も確認できる. これらは, SPH近似モデルを高精度にしたこと [5] や楕円粒子法と組み合わせることで鉛直方向の解像度を2倍にしたことなどに起因すると考えられる.

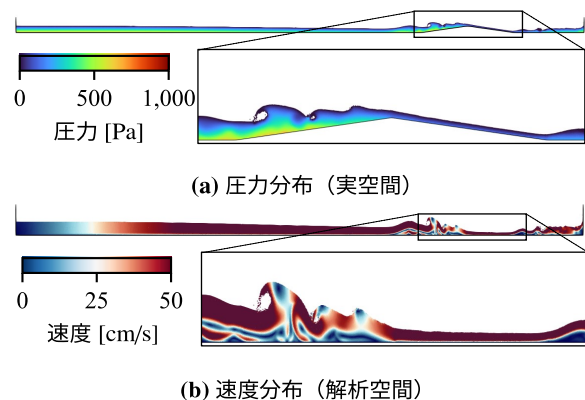


図-10 実時間 3.6 秒における解析結果

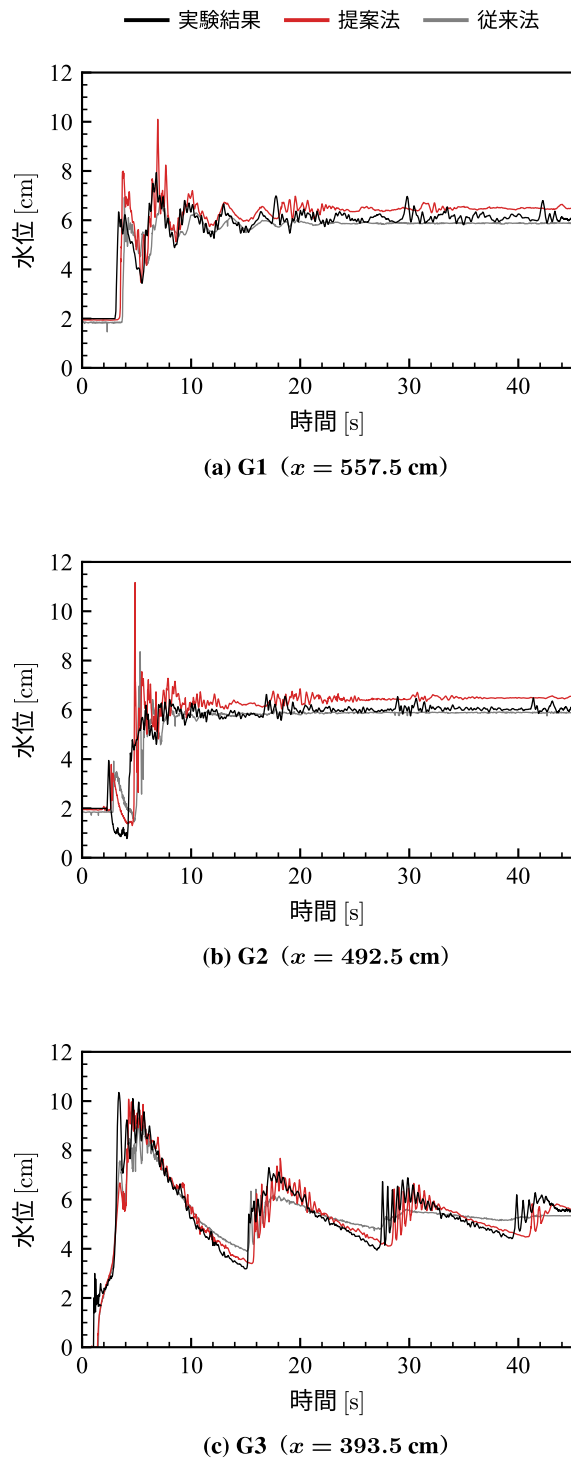


図-11 各測定点における水位の時間遷移

6. 結論

本研究では、座標変換を有する既往手法である楕円粒子法と底面境界適合型粒子法を融合することで効率および計算精度の両者を担保する底面境界適合型楕円粒子法を提案した。さらに、高精度な SPH 近似モデルである SPH(2) を底面境界適合型楕円粒子法に適用することで更なる高精度化を図った。楕円粒子法や底面境界適合型粒子法を適用した静水圧問題において、SPH(2) を用いた提案法が標準的な SPH 近似モデルを用いた従

来法に比べて精度が高く、さらに厳密解と概ね一致する結果が得られた。また、動的かつ不連続点を持つ三角形障害物を有するダムブレイク問題において、底面境界適合型粒子法を適用した従来法では実験結果と比較して波が大きく減衰することが確認された。それに対し、底面境界適合型楕円粒子法を適用した提案法では波の減衰が改善され実験結果と概ね一致する結果が得られた。さらに、提案法による解析において従来法では見られなかった実験と同程度の分裂波の発生も確認した。

しかしながら、高精度モデルを用いた提案法であっても、鉛直方向の倍率や底面の傾きが一定以上になると安定した解析ができないことも明らかになった。そのため、今後は自由表面や壁面などの境界条件を見直すことで座標変換の適用範囲の拡大を図る。その後、本研究で一般化した座標変換の変換式を用いて水深に依らず鉛直方向の粒子数を不変とする σ 座標系への座標変換を導入することでさらなる計算コストの低減を図る。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 23KK0182・23H01662・22H03601 の支援を受けた。

参考文献

- [1] 藤岡秀二郎, 辻勲平, 浅井光輝: 高精度 SPH 法 ~空間 2 次精度の勾配・ラプラシアン・混合微分~, 土木学会論文集, Vol.79, No.15, pp.22-15019, 2023.
- [2] Asai, M., Fujioka, S., Saeki, Y., Morikawa, D. S., and Tsuji, K.: A class of second-derivatives in the smoothed particle hydrodynamics with 2nd-order accuracy and its application to incompressible flow simulations, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol.415, pp.116203, 2023.
- [3] Shibata, K., Koshizuka, S., and Masaie, I.: Cost reduction of particle simulations by an ellipsoidal particle model, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol.307, pp.411-450, 2016.
- [4] 松本久也, 井元佑介, 浅井光輝, 三目直登: 底面境界適合型 MPS 法の開発, 日本計算工学会論文集, Vol.2021, pp.20210017, 2021.
- [5] Fujioka, S., Mitsume, N., Tsuji, K., and Asai, M.: Bottom boundary-fitted free surface flow simulation with coordinate transformation using SPH(2), in: *particles2023* URL https://www.scipedia.com/public/Fujioka_et_al_2023a.
- [6] Asai, M., Aly, A. M., Sonoda, Y., Sakai, Y., et al.: A stabilized incompressible SPH method by relaxing the density invariance condition, *J. Appl. Math.*, Vol.2012, 2012.
- [7] Espanol, P. and Revenga, M.: Smoothed dissipative particle dynamics, *Phys. Rev. E*, Vol.67, No.2, pp.026705, 2003.
- [8] Soares-Frazão, S.: Experiments of dam-break wave over a triangular bottom sill, *J. Hydraul. Res.*, Vol.45, No.sup1, pp.19-26, 2007.