

# オイラー型構造-流体統一解法による 薄板構造の弾塑性衝突解析

Elasto-Plastic Crash Analysis of  
Thin Shell Structure Using Eulerian Structure-Fluid Unified Method

仲谷幸一郎<sup>1)</sup> 西口浩司<sup>2)</sup> 竹内秀輔<sup>3)</sup> 杉山裕文<sup>4)</sup> 岡澤重信<sup>5)</sup> 干場大也<sup>6)</sup> 加藤準治<sup>7)</sup>

Koichiro Nakaya, Koji Nishiguchi, Shusuke Takeuchi, Hirohumi Sugiyama, Shigenobu Okazawa, Hiroya Hoshiba and Junji Kato

<sup>1)</sup>名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: nakaya.koichiro.b5@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

<sup>2)</sup>名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 准教授 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp)

<sup>3)</sup>修 (工) 名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒471-0826 愛知県豊田市トヨタ町 530 平山豊和寮 C631, E-mail: shusuke02273521@gmail.com)

<sup>4)</sup>博 (工) 山梨大学大学院総合研究部工学域機械工学系 助教 (〒400-0016 山梨県甲府市武田 4 丁目 4 - 3 7, E-mail: hirofumis@yamanashi.ac.jp)

<sup>5)</sup>博 (工) 山梨大学大学院総合研究部工学域機械工学系 教授 (〒400-0016 山梨県甲府市武田 4 丁目 4 - 3 7, E-mail: sokazawa@yamanashi.ac.jp)

<sup>6)</sup>博 (工) 名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 助教 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: hiroyahoshiba@civil.nagoya-u.jp)

<sup>7)</sup>Dr.-Ing. 名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 教授 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: junjikato@civil.nagoya-u.ac.jp)

The Eulerian method is a numerical method using a spatially fixed mesh and is suitable for large-scale simulation, such as structural simulation that requires a huge number of continuum elements. However, no method for solid contact analysis with slip has been proposed in conventional Eulerian methods. In this study, we propose an Eulerian solid contact analysis method that takes slippage into account for a situation in which a structure and a rigid jig come into contact with each other. Furthermore, we apply the proposed method to the elastoplastic analysis of a crush box and verify the usefulness of the proposed method.

**Key Words :** Eulerian simulation, Elasto plastic

## 1. はじめに

近年、自動車業界では製作コストと軽量化の観点から、自動車構造の一体成形手法であるギガキャスト構造が注目を集めている。従来は数百種類のパーツで構成されていた自動車のボディが数個のギガキャスト構造で代替可能になり、製作コストで 40 %、重量で 30 % の削減が可能になる [1]。従来の自動車部品は鋼板をプレスすることで成形されるため、構造の板厚が均等であり、シェル要素を用いた有限要素解析が行われている。一方、ギガキャスト構造は溶融アルミニウムを鋳型内に高速で充填し、高い圧力をかけることで自動車パーツを成形する。その為、板厚が一定にならず、約 8000 万～1 億個のソリッド要素で空間離散化を行う必要がある。ソリッド要素での解析では計算時間削減のためスーパーコンピュータを用いた並列計算が望ましいが、従来の有限要素法のソリッド要素では高い並列化効率を得ることは難しい。一方、オイラー記述に基づく固体解析 [2] はスーパーコンピュータを用いた超並列計算に

適しており、131,072 コアを用いた 5 億 4 千万要素メッシュの弾塑性解析で 73.5 % と高い並列化効率があることが確認されている [3]。オイラー記述に基づく固体解析は、空間に固定されたメッシュ中を、その中を固体が変形・移動する解法であり、大変形や破断を伴う固体解析に有効な手法の一種である。既往のオイラー型固体解析は移流計算を起因とする固体界面および固体内部変数の数値拡散が課題であったが、[3]、[5] は固体領域を表現するためのマーカー粒子を新たに導入し、固体体積率や固体に関する物理量をマーカー粒子の情報を利用して計算するオイラー型構造-流体統一解法を提案している。オイラー型構造-流体統一解法は、固体界面及び固体内部変数の数値拡散を回避することで解析精度が向上した。一以上をまとめると、オイラー型構造-流体統一解法には既往研究では、以下の利点が挙げられる。

- 空間固定メッシュを用いるため、メッシュ破綻の恐れがなく、任意の大変形・破断解析が可能である。

- 直交メッシュを用いるため、メッシュ生成が容易かつ高速である。
- 簡素なデータ構造であるため、連続的かつ局所的なメモリアクセスが可能で並列化効率が低い。

以降の文章では、オイラー型構造-流体統一解手法をオイラー型解法と記す。オイラー型解法は薄肉円筒の3点曲げ解析で、商用構造解析ソフトウェア (LS-DYNA) の参照解との妥当性が検証されている。[4] これまでにオイラー型解法は、鋼の高速衝突問題 (Benson, 1995) に適用されてきた。以上のことを踏まえ、オイラー型解法では、動的な衝突問題と準静的な薄肉部材の構造解析はそれぞれ行われてきたが、これらを複合した薄肉構造の動的な解析は行われていない。本研究では、オイラー型解法を用いた薄肉アルミニウム構造への動的解析を行い、参照解と比較することで有用性を検証する。

## 2. 構成方程式

連続体の運動方程式において、物質の運動について記述するためには、構成方程式を解く必要がある。方程式系が閉じ、物質の運動について方程式を解くことができるようにするためには、Cauchy 応力テンソル (物質の応力) とひずみテンソル (物質の変形) を結びつける構成方程式を導入することが必要となる。

### (1) 固体の構成方程式

本研究では、固体の構成方程式として、固体の構成方程式として線形等方硬化を伴う von-Mises 型の降伏関数を用いた弾塑性構成則 (1) を仮定する [2]。ここで  $f$  は降伏関数で、 $\tau'$  は Kirchhoff 応力の偏差成分、 $\bar{\tau}_y$  は降伏応力である。

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}(\tau' : \tau') - \bar{\tau}_y} \quad (1)$$

降伏関数が 0 以下の場合には弾性領域で、弾性範囲内では以下のヘンキー超弾性モデル (2) を使用する。ここで  $\Psi$  はひずみエネルギー関数、 $G$  はせん断弾性係数、右辺第一項から第三項の  $\lambda_e$  は主軸方向の弾性ストレッチ、 $\lambda$  はラメの第一定数である。弾性領域の場合ひずみエネルギー関数を用いて Cauchy 応力は式 (3) で表される。

$$\Psi = G[(\ln \lambda_{e,1})^2 + (\ln \lambda_{e,2})^2 + (\ln \lambda_{e,3})^2] + \frac{\lambda}{2}(\ln J)^2 \quad (2)$$

$$\sigma_{\alpha\alpha} = \frac{1}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial \ln(\lambda_\alpha)} = \frac{1}{J} \frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial \ln(\lambda_\alpha)} + \frac{1}{J} \frac{\partial U}{\partial \ln(\lambda_\alpha)} \quad (3)$$

弾性領域では塑性乗数の増分は式 (4) で表される。

$$\Delta\gamma = 0 \quad (4)$$

降伏関数が 0 より大きい場合には塑性範囲で線形等方硬化則である式 (5) を使用する。ここで左辺は降伏応力、右辺第一項は初期降伏応力、右辺第二項が硬化係数と相当塑性ひずみの積である。塑性変形時の処理として、塑性流れ則を使用する。

$$\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_y^0 + h\bar{\epsilon}_p \quad (5)$$

塑性領域では塑性乗数の増分は次の式で表される。

$$\Delta\gamma = \frac{f(\sigma, \epsilon_{p,n})}{3\mu + J_{n+1}h} \quad (6)$$

式 (4) と式 (6) から得られた塑性乗数の増分をもとに弾性ストレッチの更新を行う。

$$\lambda_{e,\alpha}^{n+1} = \exp[\ln(\lambda_{e,\alpha}^{\text{trial}}) - \Delta\gamma_\alpha^{n+1}] \quad (7)$$

次に偏差 Cauchy 応力の方向成分の更新を行う。

### (2) 流体の構成方程式

本研究では、流体の構成方程式として非圧縮性 Newton 流体の構成方程式を仮定する。Newton 流体とはせん断応力が速度勾配に比例するという Newton の粘性法則に従う流体のことであり、水や空気がその代表例として挙げられる。また、音速に比べて流速が極めて小さい場合は、非圧縮性流体と仮定できる。Newton 流体の構成方程式は次の式で与えられる。

$$\sigma = 2\mu D + \left\{ -p + \left( \kappa - \frac{2}{3}\mu \right) \text{tr} D \right\} I \quad (8)$$

ここで、 $\mu$  は粘性係数、 $D$  は変形速度テンソル、 $p$  は圧力、 $\kappa$  は体積粘性率を表す。また、変形速度テンソル  $D$  は速度勾配テンソル  $L$  の対称部分であり、次の式によって表される。

$$D = \frac{1}{2}(L + L^T) \quad (9)$$

なお、速度勾配テンソル  $L$  は次の式で表される物理量である。

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} = \nabla v \quad (10)$$

非圧縮性流体においては  $\text{tr} D = 0$  が成り立つので、非圧縮性 Newton 流体の構成方程式は次のようになる。

$$\sigma = 2\mu D - pI \quad (11)$$

## 3. 数値解析例

### (1) クラッシュボックスの衝突解析

本研究では、薄肉アルミニウム構造の弾塑性解析を行った。検証対象の薄肉アルミニウム構造は、簡素かつ自動車パーツであるという 2 つの観点から、自動車のフロント部に設置されている衝撃吸収部材であるクラッシュボックスとする (図-1)。クラッシュボックスの寸法は図-2 に示す。

セルサイズが 0.25 mm となるように直交メッシュにより分割した。使用ノード数は 864 ノード、OpenMP スレッド数は 8 スレッド、MPI ランク数が 3456 ランクで総セル数は 1 億 1324 万 6208 である。

クラッシュボックスの周りは空気が充満しているものとして非圧縮性 Newton 流体の構成方程式に空気の材料物性 (表-1) を与えた。解析領域は縦横を 64 mm、高さは 192 mm で、計算領域内にクラッシュボックスが設置されている。変形体外径  $D=25.0$  mm、内径  $d=23.5$  mm、厚さ  $t_1=1.5$  mm、長さ  $L=150$  mm、その上端と下端に

外径  $D=35.0\text{mm}$ 、厚さ  $t_2=5.0\text{mm}$  の円柱形の剛体が設置されている。治具 1 の剛体に対して、 $z$  軸方向に  $v=-15.0\text{m/s}$  の一定速度を与え、変形体を押し込む。実際の正面衝突を想定し、現実的な自動車の速度  $55\text{km/h}$  に衝突速度を設定しているため、 $15\text{m/s}$  で衝突させる。弾性体と剛体以外の解析領域内は非圧縮性 Newton 流体の構成方程式を用いた空気で満たされている。変形体は von-Mises 型の降伏関数を用いた弾塑性構成則を用いる。計算の時間刻み幅  $\Delta t=1.36\times 10^{-8}\text{s}$  とする。参照解として、有限要素法による非線形動的構造計算ソフト LS-DYNA を用いる。LS-DYNA もオイラー型解法と同様 von-Mises 型の降伏関数を用いた弾塑性構成則 (1) に表-1 のアルミニウム合金の材料物性を与えた。LS-DYNA では治具 1 の剛体に対して、 $10\text{mm}$  押し込むまでに  $z$  軸方向の速度が  $v=-15.0\text{m/s}$  に達するよう線形加速させ、その後  $z$  軸方向の速度が  $v=-15.0\text{m/s}$  の一定速度で剛体が動くように速度を与えている。LS-DYNA の要素サイズは、 $0.5\text{mm}$  である。円筒の要素数は 90900、剛体の要素数は 39200 である。



図-1 クラッシュボックスの配置図 (井出ら, 2007)

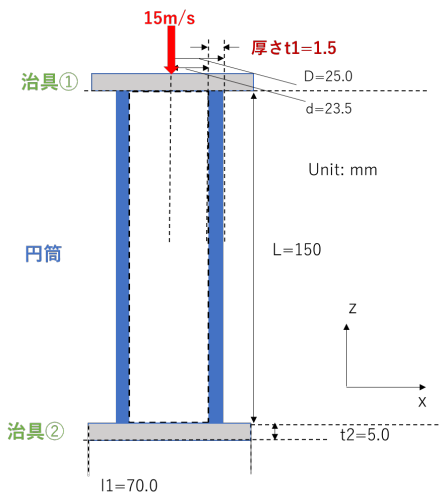


図-2 クラッシュボックスの寸法

図-6 と図-7 から最初にクラッシュボックス上端から鉛直下向きに座屈が連続して進行していく座屈進行過程はオイラー型解法と LS-DYNA で一致した。ここから、オイラー型解法は薄肉構造の座屈現象を定性的ではあるが、再現できている。しかし、座屈の発生位置は LS-DYNA とわずかに異なる。また、オイラー

型解法の方が座屈長がわずかに長く、座屈形状の曲率半径が大きいことが読みとれる。参照解では、図-7 と図-4 から座屈発生個所で降伏し鉛直方向の荷重が減少することが読み取れる。座屈の発生回数だけ凸型が連続する荷重変位曲線になった。オイラー型解法では、図-6 と図-4 から、座屈が発生する押し込み量付近で荷重変位曲線が凸型を描くが、座屈の発生回数と荷重変位曲線の凸形状の個数は一致しなかった。これは、オイラー型解法の要素サイズが板厚  $1.5\text{mm}$  に対して、6 要素しか確保されておらず十分な精度の結果が得られなかったためと考察できる。オイラー型解法で解が収束し正確な値を得るためには板厚方向に最低 8 セルが必要である。本研究では実際のクラッシュボックス寸法を想定した為、計算資源の制約上十分なセル数が確保できなかったことが誤差の要因である [6]。図-6、図-7、図-4 から座屈が発生する押し込み量が LS-DYNA とオイラー型解法で異なるので荷重変位曲線の概形が変化することが考察できる。オイラー型解法と参照解である LS-DYNA 共に、 $5\text{mm}$  押し込み時の初期の座屈箇所  $15\text{kN}$  は一致する。以上のことから、薄肉構造の弾塑性解析の定量的妥当性がある。

表-1 材料物性

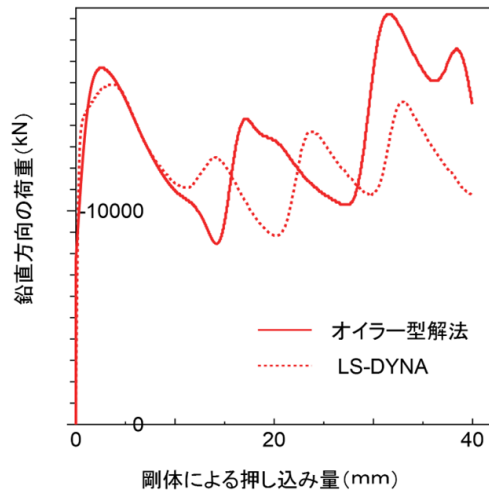
Solid: elastoplastic solid	
Mass density $\rho_s$	$2700\text{ kg/m}^3$
Elastic modulus $E$	$70\text{ GPa}$
Viscosity $\mu_s$	$1.8\times 10^{-5}\text{ Pa}\cdot\text{s}$
Yield stress $\bar{\sigma}_y$	$60\text{ MPa}$
Hard coefficient $H$	$440\text{ MPa}$
Fluid: incompressible Newtonian fluid	
Mass density $\rho_f$	$1.2\text{ kg/m}^3$
Viscosity $\mu_f$	$1.8\times 10^{-5}\text{ Pa}\cdot\text{s}$

4. 開口部の有無による変形状の違い

オイラー型解法では、変形体だけではなくクラッシュボックス内の空気も非圧縮性 Newton 流体として扱い解析を行っている。そこで、クラッシュボックス内の空気がクラッシュボックスの変形にどのような影響をもたらすか、本節では検証した。前節までの解析ではクラッシュボックス内部の空気を密閉し、クラッシュボックス外に流れ込まないような解析を行っている。前節までの解析ではクラッシュボックスに衝撃を与える時に内部の空気も圧縮しクラッシュボックス内部にて圧力が発生している。本節ではクラッシュボックス内部に圧力が発生しないように治具 2 に半径  $15\text{mm}$  の円柱型空気穴を開けて要素サイズ  $0.5\text{mm}$  で解析を行った。使用ノード数は 108 ノード、OpenMP スレッド数は 8 スレッド、MPI ランク数が 432 ランクで総セル数は 1415 万 5776 である。空気穴をあけ内部に圧力が発生しない状態を開口部あり、空気穴を開けずに内部に圧力が発生する状態を開口部なしと以後呼ぶようにする。 $40\text{mm}$  治具を鉛直に押し込んだ時の変形図が図-8、図-9 および図-10 である。開口部なしでは内圧が発生し  $z$  軸に線対称な座屈が発生することが図-8 より読みとれる。開



図-3 1億1324万6208個の連続体要素メッシュを用いたアルミニウム合金のクラッシュボックスの弾塑性解析結果（押込量：42mm）



荷重変位曲線

図-4 荷重変位曲線

口部ありではz軸に線対称な座屈が発生せず図-9よりブロック状の座屈が発生することが見てわかる。開口部なしが軸対称の座屈が発生したのは、内圧が高い場合は内部の空気が均等にクラッシュボックスを内側から押し込むためだと考えられる。開口部ありは、内圧が低く内部から押す力が発生せずクラッシュボックスに内側にくぼむ座屈が発生し軸対称にならなかったと



(a) 12mm 押し込み時 (b) 36mm 押し込み時

図-5 1億1324万6208個の連続体要素メッシュを用いたアルミニウム合金のクラッシュボックスの弾塑性解析結果（押込量：12mm, 36mm）

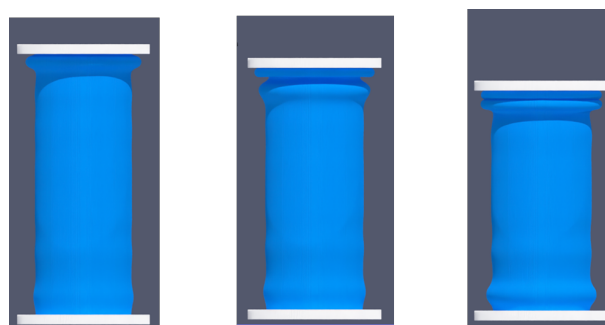


図-6 (a) オイラー型解法のクラッシュボックス変形過程  
左から 12,mm,24mm,36mm 押し込み時

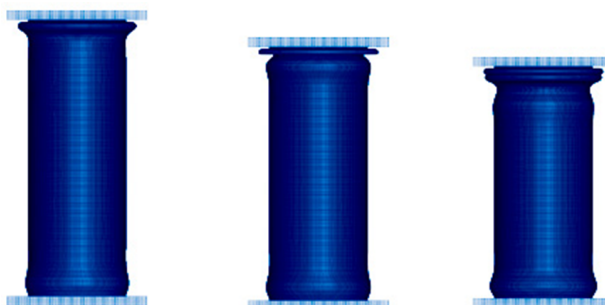


図-7 (b) LS-DYNA のクラッシュボックス変形過程  
左から 12mm,24mm,36mm 押し込み時

考察できる。

## 5. 結言

本研究ではオイラー型解法における変形体と剛体の滑り接触解析手法を提案した。本研究の結論を以下に示す。

- 内圧の有無による薄肉アルミニウム構造（クラッシュボックス）の変形形状の差異を定性的に検証した。
- 本手法の有用性は、薄肉アルミニウム構造（クラッ





図-8 1415 万 5776 要素の連続体要素メッシュを用いたアルミニウム合金のクラッシュボックスの弾塑性解析結果：開口部がない場合

シュボックス)の弾塑性衝突解析により定性的に検証した。

今後の課題として、以下の点が挙げられる。

- 溝の入ったクラッシュボックスを用いて参照解と座屈する箇所を同一にして参照解と荷重変位曲線を比較する。

**謝辞：** 本研究は、HPCIシステム利用研究課題(課題番号：hp220249, 課題代表者：西口浩司)を通じて、理化学研究所が提供するスーパーコンピュータ「富岳」の計算資源の提供を受け、実施した。また、本研究はJSPS科研費 20K19815 の助成を受けた。

#### 参考文献

- [1] 古沢健 (2023)：トヨタの「ギガキャスト」どんな生産技術, 日本経済新聞, 2023 年 7 月 5 日号
- [2] Benson, D.J.: COMPUTATIONAL METHODS IN LAGRANGIAN AND EULERIAN hYDROCODES, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.99(2-3), pp.235-394, 1992.
- [3] 西口浩司, 嶋田宗将, 大高雅史, 岡澤重信, 坪倉誠 (2019)：ラグランジュマーカー粒子を用いたオイラー型有限体積法による圧縮性固体解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.75, No.2, pp.237-248
- [4] 竹内秀輔：オイラー型有限体積法による自動車コンポーネント構造の超並列弾塑性解析, 修士論文, 名古屋大学大学院工学研究科, 2024.
- [5] Shimada, T., Nishiguchi, K., Rahul, B.,



図-9 1415 万 5776 要素の連続体要素メッシュを用いたアルミニウム合金のクラッシュボックスの弾塑性解析結果：開口部がある場合

Shigenobu, O., Makoto, T. (2022) : Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid-structure interaction problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.123, No.5, pp.1294-1328

- [6] 井出翔太他 (2007)：多孔質金属を充填したアルミニウム管の軸圧縮によるエネルギー吸収特性, 第 58 回塑性加工連合講演会, pp.505-506, Nov. 2007
- [7] 京谷孝史, 非線形 CAE 協会 (編)：よくわかる連続体力学ノート, 森北出版, 2008.
- [8] 車谷麻緒, 相馬悠人：有限ひずみ材料モデルを用いた鉄筋コンクリートの 3 次元破壊シミュレーションに関する基礎的検討, 日本計算工学会論文集, vol.2018, No20182006, 2018.
- [9] Bonet, J., Wood, RD.: Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis, Cambridge university press, 1997.
- [10] Kim, J., Moin, P.: Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations, Journal of Computational Physics, Vol.59, No.2, pp.308-323, 1985.
- [11] Lundquist, K.A., Chow, F.K., Lundquist, J.K.: An immersed boundary method enabling large-eddy simulations of flow over complex terrain in the WRF model, Monthly Weather Review, Vol.140, No.12, pp.3936-3955, 2012.
- [12] Nakahashi, K.: Building-cube method for flow



(a) 開口部なし

(b) 開口部あり

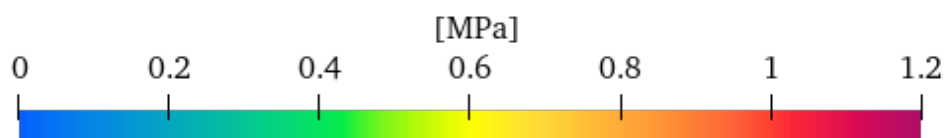


図-10 内圧分布

problems with broadband characteristic length, In Computational fluid dynamics 2002, Springer, pp.77-81, 2003.

- [13] Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S., Tsubokura, M.: Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.117, No.2, pp.221-248, 2018.
- [14] Rhie, C., Chow, W.L.: Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, AIAA Journal, Vol.21, No.11, pp.1525-1532, 1983.

- [15] Sugiyama, K., Ii, S., Takeuchi, S., Takagi, S., Matsumoto, Y.: A full Eulerian finite difference approach for solving fluid-structure coupling problems, Journal of Computational Physics, Vol.230, No.3, pp.596-627, 2011.
- [16] Yavneh, I.: On red-black SOR smoothing in multigrid, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol.17, No.1, pp.180-192, 1996.
- [17] Zhangyu, R., huimin, X., Yang, J.: Determination of the stress and strain fields in porous structures by photoelasticity and digital image correlation techniques, Polymer Testing, Vol.102, 2021.