

階層型直交メッシュ法による 非定常流トポロジー最適化とその並列性能検証

Transient Flow Topology Optimization by Hierarchical Cartesian Mesh Method and Its Parallel Performance Evaluation

勝又稜平¹⁾ 西口浩司²⁾ 干場大也³⁾ 加藤準治⁴⁾

Ryohei Katsumata, Koji Nishiguchi, Hiroya Hoshiba, Junji Kato

¹⁾名古屋大学 大学院工学研究科 (〒 464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町名古屋大学工学部 8 号館北棟 3 階,

E-mail: katsumata.ryohei.a3@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

²⁾博 (工) 名古屋大学 大学院工学研究科 准教授 (E-mail: kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp)

³⁾博 (工) 名古屋大学 大学院工学研究科 助教 (E-mail: hiroyahoshiba@civil.nagoya-u.ac.jp)

⁴⁾Dr.-Ing. 名古屋大学 大学院工学研究科 教授 (E-mail: junjikato@civil.nagoya-u.ac.jp)

This study focuses on the topology optimization of three-dimensional unsteady flows. The unsteady flow topology optimization with a fine computational mesh requires a numerical method with high parallel efficiency. We propose an unsteady flow topology optimization method using the building-cube method, which is a hierarchical Cartesian mesh method and suitable for massively parallel computing. In the presentation, several optimization examples will be presented to verify the parallel efficiency and to discuss the validity and applicability of the proposed method.

Key Words : Topology optimization, Unsteady flow, Building-cube method, Parallel computing

1. 緒 言

トポロジー最適化は、物理的・数学的な理論に基づいた最適な形状を求める手法の一つであり、最も自由度の高い設計を可能とする構造最適化手法である。トポロジー最適化の方法論は、流体・熱伝導・電磁気・音響など、様々な物理現象に対して適用されている。

流体問題のトポロジー最適化は、定常 Stokes 流を対象としたトポロジー最適化 [1] から、定常 Navier-Stokes 流を対象としたもの [2] へと拡張されていった。定常流のトポロジー最適化において、レベルセット法 [3] や格子ボルツマン法 [4] を用いたトポロジー最適化が提案されている。これらの流体トポロジー最適化の研究では、定常状態が仮定されている。

それらに対して、Deng ら [5] や Kreissl ら [6] は非定常流に対するトポロジー最適化手法を提案している。非定常流に対して、レベルセット法 [7][8] や格子ボルツマン法 [9], moving particle semi-implicit 法 (MPS) [10] を用いてトポロジー最適化を行った例が存在する。こういった非定常流体に対するトポロジー最適化では、各最適化ステップ内において時間発展方程式を解く必要があり、定常流体と比較して大きな計算コストが必要となる。そのため、より詳細なメッシュを用いた非定常流体問題のトポロジー最適化を行うには、大規模計算に適した手法、すなわち並列化効率の高い数値解法が必要である。

大規模並列トポロジー最適化に対し、Aage ら [11] は、有限要素法を用いてストークス流れの並列トポロジー最適化を行い、ストロングスケーリングによってスケラビリティを検証している。Łaniewski-WoŃk ら [12] は、

格子ボルツマン法によるトポロジー最適化の並列性能について、GPU を用いて、ウィークスケーリングとストロングスケーリングの双方の観点から述べている。Yaji ら [13] は、格子ボルツマン法による熱流体連成トポロジー最適化のハイブリッド並列計算において、最大 1024 プロセスを用いてウィークスケーリングを測定している。Li ら [14] は、定常の熱流体連成トポロジー最適化問題について、物体適合格子を用いた有限要素法によって解き、その計算コストの内訳を示している。

一方、大規模問題に対し、CPU のハイブリッド並列計算で良好な並列化効率を実現できる手法の一つとして、階層型直交メッシュ法的一种である building-cube 法 (building-cube method; BCM) [15] が提案されている。高い並列化効率を実現でき、計算メッシュの局所細分化も容易であることから、既往研究では、圧縮性 [16][17] または非圧縮性 [18][19] の Navier-Stokes 流の大規模並列計算に適用されている。また、BCM は流体構造連成問題 [20][21] や圧縮性固体解析 [22] にも適用されている。BCM の並列化性能に関する研究 [23] では、51200 ノードを使用した自動車ボディ周りの流れ計算において、ウィークスケーリングで 74.11% もの高い並列化効率を誇ることが報告されている。以上のように、BCM は圧縮性/非圧縮性の固体・流体、および流体-固体連成問題など、様々な問題に対して適用される汎用性の高い手法であり、数十億セル規模の大規模問題も可能となっている。

以上の背景を踏まえ、我々は並列化効率の高い BCM を用いた、非定常流トポロジー最適化の大規模計算手法を提案し、その並列計算性能を検証する。流体粘性

によるエネルギー散逸を目的関数とし、その感度解析は連続随伴変数法に基づいて行われる。トポロジー最適化における非定常 Navier-Stokes 方程式および随伴方程式は、BCMに基づくセル中心有限体積法により離散化する。提案手法の並列計算性能は、ウィークスケールリングによって評価する。

2. 非定常流トポロジー最適化の定式化

(1) 非定常流れの支配方程式

流れ場の計算領域 $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ ($N = \{2, 3\}$) において、位置 $\mathbf{x} \in \Omega$ および時刻 $t \in [0, T]$ における速度、圧力、外力をそれぞれ \mathbf{u} , p , \mathbf{f} とする。このとき、非定常・非圧縮性流れの支配方程式である、運動方程式 (Navier-Stokes 方程式) および連続の式は以下の式で表せる。

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top] + \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega \times [0, T] \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega \times [0, T] \quad (2)$$

ここで、 ρ は質量密度、 μ は粘性係数である。速度には、以下の初期条件 \mathbf{u}_0 を与える。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) \quad \text{in } \Omega \quad (3)$$

また、ディリクレ境界 Γ_D およびノイマン境界 Γ_N において、以下の境界条件 \mathbf{u}_D および \mathbf{g} を与える。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_D(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \Gamma_D \times [0, T] \quad (4)$$

$$\{-p\mathbf{I} + \mu[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top]\} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } \Gamma_N \times [0, T] \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{I} は単位テンソル、 \mathbf{n} は境界 $\partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_N$ における外向き単位法線ベクトルである。

本研究では、固体領域の速度 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ となるように、埋め込み境界法に基づく仮想的な外力を与える。すなわち、以下の式で表される仮想外力を計算領域 Ω に与える。

$$\mathbf{f} = -\alpha \mathbf{u} \quad (6)$$

ここで、 α は固体を含む領域を多孔質体として仮定したときの透過抵抗係数を表す。透過抵抗係数 α は、各計算セルの流体体積率を表す最適化設計変数 $\gamma(\mathbf{x}) \in [0, 1]$ ($\gamma = 0$ のとき固体、 $\gamma = 1$ のとき流体) を用いて次式で表される。

$$\alpha(\gamma) = \alpha_{\min} + (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \frac{q(1 - \gamma)}{q + \gamma} \quad (7)$$

ここで、 α_{\min} , α_{\max} はそれぞれ α の最小値、最大値であり、 $q (> 0)$ は式 (7) で表される α の補間関数において、凸性を制御するためのパラメータである。 $\alpha_{\min} = 0$, $\alpha_{\max} = \infty$ とすることで、流体領域の流れ場には影響を及ぼさず、固体領域では速度をほとんどゼロにすることができる。ただし、数値解析上、無限大の値は扱うことができないため、 α_{\max} については十分大きな有限の値を設定する。

(2) トポロジー最適化問題設定

上述した非定常流れの支配方程式を用いて、非定常・非圧縮性流れに対するトポロジー最適化問題を以下のように設定する。

$$\min J(\mathbf{u}, p; \gamma) \quad (8)$$

$$\text{s.t. } \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top] - \alpha \mathbf{u}, \quad \text{in } \Omega \times [0, T] \quad (9)$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \text{in } \Omega \times [0, T] \quad (10)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}), \quad \text{in } \Omega \quad (11)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_D(\mathbf{x}, t), \quad \text{on } \Gamma_D \times [0, T] \quad (12)$$

$$\{-p\mathbf{I} + \mu[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top]\} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, t), \quad \text{on } \Gamma_N \times [0, T] \quad (13)$$

$$G(\gamma) = \frac{1}{V_0} \int_{\Omega_D} \gamma \, d\Omega \leq \theta \quad (14)$$

$$0 \leq \gamma \leq 1 \quad (15)$$

ここで、 $J(\mathbf{u}, p; \gamma)$ は目的関数、 $G(\gamma)$ は体積制約関数であり、 $V_0 = \int_{\Omega_D} d\Omega$ は設計領域 Ω_D の体積、 $\theta \in (0, 1]$ は流体領域の体積割合上限である。式 (9)–(13) は支配方程式による等式制約、式 (14)–(15) は流体領域の体積上限や設計変数の上限・下限による不等式制約を表している。式 (9) では、外力項に式 (6) で示した仮想的な外力 \mathbf{f} を用いることで、固体領域を含む計算領域を統一的に取り扱う。目的関数 J は、本論文においては抵抗力および流体粘性によるエネルギー散逸とし、以下のように設定する。

$$J(\mathbf{u}, p; \gamma) = \int_0^T \int_{\Omega} \alpha \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \, d\Omega dt + \int_0^T \int_{\Omega} \frac{\mu}{2} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top] : [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top] \, d\Omega dt \quad (16)$$

(3) 感度解析

勾配法に基づいて設計変数を更新し、最適形状を求めるためには、設計変数の微小変動に対する目的関数や制約関数の変動量 (感度) を求める必要がある。本研究では、連続随伴変数法を用いた目的関数の感度の導出を行う。随伴変数法では、 $\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$, $\tilde{p}(\mathbf{x}, t)$ を随伴変数とし、以下に示す随伴方程式を満たす $\tilde{\mathbf{u}}$, \tilde{p} を求める。

$$-\rho \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} - \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \tilde{\mathbf{u}} + \rho(\nabla \mathbf{u})^\top \tilde{\mathbf{u}} = -\nabla \tilde{p} + \mu \nabla \cdot [\nabla \tilde{\mathbf{u}} + (\nabla \tilde{\mathbf{u}})^\top] + 2\mu \nabla \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top] - \alpha \tilde{\mathbf{u}} - 2\alpha \mathbf{u}, \quad \text{in } \Omega \times [0, T] \quad (17)$$

$$-\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0, \quad \text{in } \Omega \times [0, T] \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, T) = \mathbf{0}, \quad \text{in } \Omega \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}, \quad \text{on } \Gamma_D \times [0, T] \quad (20)$$

$$\{-\tilde{p}\mathbf{I} + \mu[\nabla \tilde{\mathbf{u}} + (\nabla \tilde{\mathbf{u}})^\top]\} \cdot \mathbf{n} = -\rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) \tilde{\mathbf{u}} - 2\mu[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top] \cdot \mathbf{n}, \quad \text{on } \Gamma_N \times [0, T] \quad (21)$$

式(17)–(21)によって求めた随伴変数を用いると、目的関数 J の変動 J' は次の式で求められる。

$$\begin{aligned} J'(\mathbf{u}, p; \gamma) [\delta \mathbf{u}, \delta p; \delta \gamma] &= L'(\mathbf{u}, p; \gamma) [\delta \mathbf{u}, \delta p; \delta \gamma] \\ &= \int_0^T \int_{\Omega} \left[-(\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \frac{q(q+1)}{(q+\gamma)^2} \right. \\ &\quad \left. (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \tilde{\mathbf{u}}) \right] \delta \gamma \, d\Omega dt \quad (22) \end{aligned}$$

なお、式(14)に示す体積制約関数 G の変動 G' は、次式によって陽的に計算することができる。

$$G'(\mathbf{u}, p; \gamma) [\delta \mathbf{u}, \delta p; \delta \gamma] = \frac{1}{V_0} \int_{\Omega_0} \delta \gamma \, d\Omega \quad (23)$$

得られた感度を用いて、勾配法に基づいて設計変数を更新し、最適解の探索を行う。

3. 数値計算手法

(1) 支配方程式の離散化

本研究では、支配方程式(9)–(13)および随伴方程式(17)–(21)を、フラクショナルステップ法を用いて解く。フラクショナルステップ法は、速度場と圧力場を分離して時間進行を行う数値解法であり、次の手順で計算される。

1. 中間速度 \mathbf{u}^* を計算する。
2. 中間速度 \mathbf{u}^* を用いて、圧力ポアソン方程式より次ステップの圧力 $p^{(i+1)}$ を計算する。
3. 中間速度 \mathbf{u}^* および圧力 $p^{(i+1)}$ を用いて、速度修正式より次ステップの速度 $\mathbf{u}^{(i+1)}$ を計算する。

本論文では、データ構造が簡素なセル中心有限体積法を用いて空間方向に離散化を行う。すなわち、速度 \mathbf{u} 、圧力 p 、設計変数 γ はセル中心において定義するコロケート配置法を用いる。中間速度を求める際、移流項および粘性応力項は2次精度中心差分法で離散化される。圧力ポアソン方程式は、圧力項を2次精度中心差分法で離散化し、Red/Black オーダリングにより色分けされた逐次過緩和法 (Successive Over Relaxation Method; SOR 法) により解く。その際、Rhie-Chow 法を用いて圧力振動を回避する。

随伴方程式を解く際も、同様に、フラクショナルステップ法とセル中心有限体積法を用いて離散化を行う。なお、随伴方程式で初期条件にあたる式(19)は、時刻 $t = T$ における条件式となっているため、随伴方程式は時間に関して逆方向に解いていく点に注意を要する。

(2) Building-cube 法

Building-cube 法 (BCM) は階層型直交メッシュ法の一つである。図-1に示すように、計算領域は「キューブ」と呼ばれる立方体領域に分割され、各キューブは等間隔で同数のセルにさらに分割される。並列計算の際、各計算コアには同数のキューブが割り当てられ、各キューブ内で空間ループ処理が実行される。これにより、各コアは同数のセルを分担することになるため、各コアの計算負荷が均一となる。さらに、簡素なデータ構造により、メモリアクセスが局所的かつ連続的にな

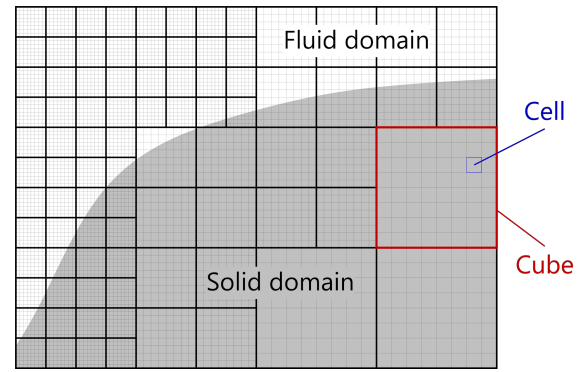


図-1: Building-cube 法による計算領域のメッシュ分割。

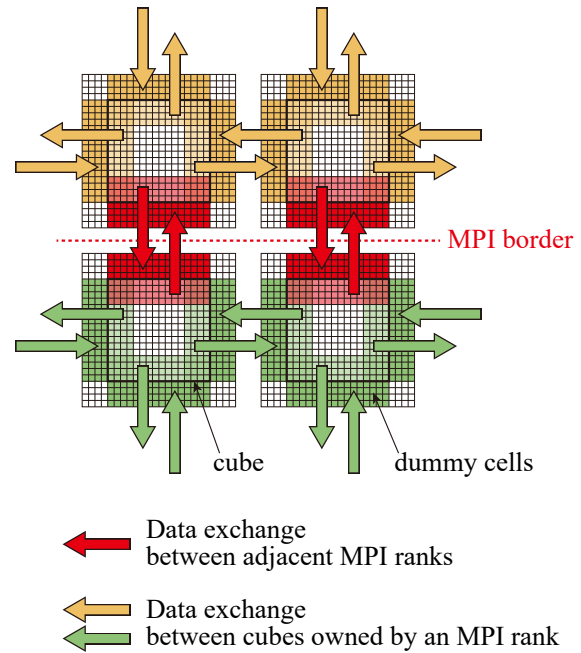


図-2: ダミーセルを用いたキューブ間のデータ交換。

りやすい。このような計算負荷の均一化やメモリアクセスの局所化・連続化により、BCMでは高い並列化効率を得ることが可能である。また、BCMは各セルの接続性情報が不要なため、メッシュデータのファイルサイズやメモリ使用量が抑えられるという特長がある。さらに、非構造メッシュと比べて高速にメッシュを生成できるという利点もある。

BCMでは、キューブ単位で空間ループ処理を行うため、キューブ間でデータ交換を行う必要がある。そのため、各キューブに袖領域（ダミーセル）を設定し、これを使って速度、圧力などのデータ交換を行う。BCMでは、図-2に示すように、隣接するMPIランク間でのグローバルなデータ交換や、同一MPIランク内でのローカルなデータ交換が行われる。

(3) 最適化アルゴリズム

本論文におけるトポロジー最適化アルゴリズムを以下に示す。

1. 設計領域 Ω_D において、設計変数 γ を初期化する。
2. BCMに基づくセル中心有限体積法を用いて、支配

方程式 (9)–(13) を解く。

3. 目的関数値 J および制約関数値 G を計算する。
4. 目的関数および制約関数が十分に収束した場合、最適化を終了する。そうでない場合は継続する。
5. BCM に基づくセル中心有限体積法を用いて、随伴方程式 (17)–(21) を解く。
6. 式 (22)(23) に従って、目的関数の感度を計算する。
7. 勾配法に基づいて設計変数を更新し、次の最適化ステップへ進む。

支配方程式および随伴方程式は、前述したとおり、BCM に基づくセル中心有限体積法により離散化して解く。設計変数の更新には、逐次凸関数近似法の一つである移動漸近法 (The method of moving asymptotes; MMA) を用いている。また、グレースケールの少ない大域的な最適解を得るため、continuation approach により式 (7) における凸性パラメータ q を動的に変化させている。

4. 数値計算例

(1) 3次元2管問題

数値計算例の一部として、ここでは3次元2管問題を示す。3次元の立方体領域 (寸法 $1 \times 1 \times 1$) を計算領域 Ω とし、時刻 $t \in [0, T]$ においてトポロジー最適化を行う。計算領域 Ω および設計領域 Ω_D を図-3に示す。流入境界ではポアズイユ流れを仮定し、速度の法線成分 u_n として、以下の形で非定常流入速度を与えている。

$$u_n = \begin{cases} \left(1 - \frac{r_1^2}{R_1^2}\right) \sin \frac{2\pi t}{T} & (\text{inflow1}) \\ \left(1 - \frac{r_2^2}{R_2^2}\right) \cos \frac{2\pi t}{T} & (\text{inflow2}) \end{cases} \quad (24)$$

ここで、 r_1, r_2 はそれぞれ図-3の inflow1, inflow2 に対応する流入境界の中心からの距離であり、 R_1, R_2 はそれぞれ流入境界1, 流入境界2の長さの半分である。本計算例では $R_1 = R_2 = 0.125$ とし、したがって $0 \leq r_1, r_2 \leq 0.125$ である。また、最終時刻 $T = 0.1$ としている。その他の境界条件として、壁境界では滑りなし条件、流出境界ではトラクションフリー条件を与えている。初期条件として、計算領域 Ω に一様に速度ゼロを付与している。

トポロジー最適化における流体体積制約の上限値は、 $\theta = 0.2$ (設計領域 Ω_D の体積の20%) としている。BCM に基づき、計算領域 Ω を4096個のキューブに分割し、約1700万セルの計算メッシュを生成した。生成したメッシュを用いて、4096並列でトポロジー最適化計算を実施した。

最適化結果として得られた最適構造を、初期構造および最適化過程とともに図-4に示す。図より、非定常流入条件を有する3次元計算において、提案手法を用いてグレースケールの少ない明瞭な構造が得られたことが定性的に確認できる。また、総セル数が約1700万のメッシュを用いた3次元計算でも、提案手法によりトポロジー最適化が可能であることが示された。

また、最適構造における速度ベクトル場を、図-5に示す。図の灰色の領域は、図-4-fの最適構造を表して

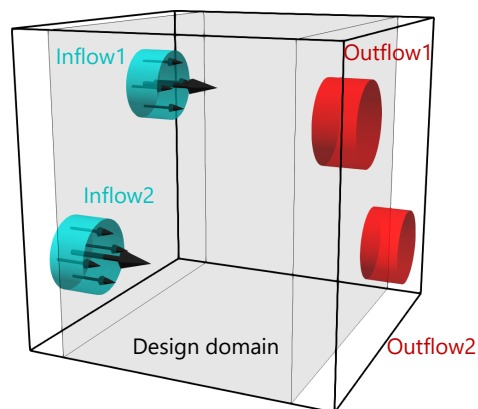


図-3: 計算領域 Ω および設計領域 Ω_D . Ω は寸法 $1 \times 1 \times 1$ の立方体領域である。

いる。得られた最適構造によって、図のように流れが制御できていることが確認できる。

5. 結 言

本研究では、大規模並列計算に適する BCM に基づくセル中心有限体積法を用いた、非定常流体のトポロジー最適化手法を提案した。トポロジー最適化における詳細な数値計算手法や、大規模数値計算例、提案手法の並列計算性能については、講演会の当日に紹介予定である。

謝辞: 本研究は、HPCI システム利用研究課題 (課題番号: hp220249, 課題代表者: 西口浩司) を通じて、理化学研究所が提供するスーパーコンピュータ「富岳」の計算資源の提供を受け、実施した。また、本研究は JSPS 科研費 20K19815 の助成を受けた。

参考文献

- [1] Borrvall, T. and Petersson, J.: Topology optimization of fluids in Stokes flow, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.41, No.1, pp.77–107, 2003.
- [2] Gersborg-Hansen, A., Sigmund, O., and Haber, R. B.: Topology optimization of channel flow problems, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.30, No.3, pp.181–192, 2005.
- [3] Zhou, S. and Li, Q.: A variational level set method for the topology optimization of steady-state Navier–Stokes flow, *Journal of Computational Physics*, Vol.227, No.24, pp.10178–10195, 2008.
- [4] Yaji, K., Yamada, T., Yoshino, M., Matsumoto, T., Izui, K., and Nishiwaki, S.: Topology optimization using the lattice Boltzmann method incorporating level set boundary expressions, *Journal of Computational Physics*, Vol.274, pp.158–181, 2014.
- [5] Deng, Y., Liu, Z., Zhang, P., Liu, Y., and Wu, Y.: Topology optimization of unsteady incompressible Navier–Stokes flows, *Journal of Computational Physics*, Vol.230, No.17, pp.6688–6708, 2011.

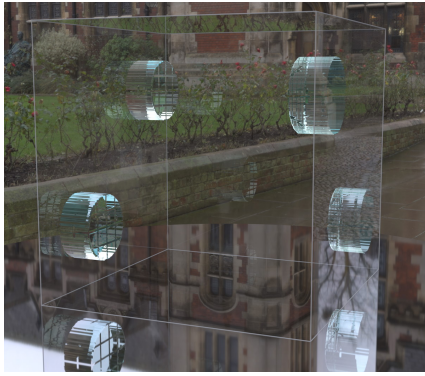


図-4-a: Step 0
Initial structure

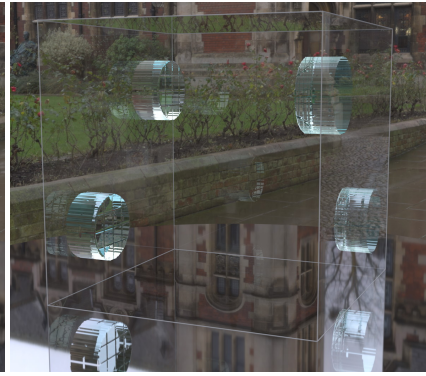


図-4-b: Step 121
($q = 0.0001$)

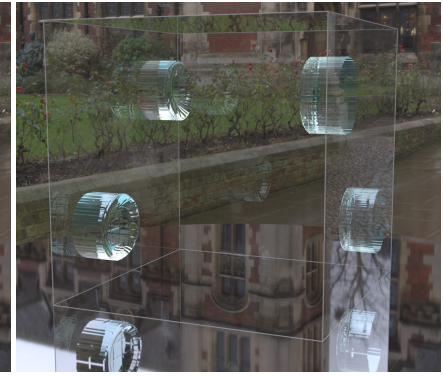


図-4-c: Step 470
($q = 0.001$)



図-4-d: Step 719
($q = 0.01$)



図-4-e: Step 1719
($q = 0.1$)



図-4-f: Step 2110
($q = 1$)
Optimal structure

図-4: 3次元2管問題の最適化結果.

- [6] Kreissl, S., Pinggen, G., and Maute, K.: Topology optimization for unsteady flow, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.87, No.13, pp.1229–1253, 2011.
- [7] Deng, Y., Zhang, P., Liu, Y., Wu, Y., and Liu, Z.: Optimization of unsteady incompressible Navier–Stokes flows using variational level set method, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.71, No.12, pp.1475–1493, 2013.
- [8] Coffin, P. and Maute, K.: A level-set method for steady-state and transient natural convection problems, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.53, No.5, pp.1047–1067, 2016.
- [9] Chen, C., Yaji, K., Yamada, T., Izui, K., and Nishiwaki, S.: Local-in-time adjoint-based topology optimization of unsteady fluid flows using the lattice Boltzmann method, *Mechanical Engineering Journal*, Vol.4, No.3, pp.17–00120, 2017.
- [10] Sasaki, Y., Sato, Y., Yamada, T., Izui, K., and Nishiwaki, S.: Topology optimization for fluid flows using the MPS method incorporating the level set method, *Computers & Fluids*, Vol.188, pp.86–101, 2019.
- [11] Aage, N., Poulsen, T. H., Gersborg-Hansen, A., and Sigmund, O.: Topology optimization of large scale stokes flow problems, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.35, No.2, pp.175–180, 2008.
- [12] Łaniewski-WoŃk, L. and Rokicki, J.: Adjoint Lattice Boltzmann for topology optimization on multi-GPU architecture, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol.71, No.3, pp.833–848, 2016.
- [13] Yaji, K., Ogino, M., Chen, C., and Fujita, K.: Large-scale topology optimization incorporating local-in-time adjoint-based method for unsteady thermal-fluid problem, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.58, No.2, pp.817–822, 2018.
- [14] Li, H., Kondoh, T., Jolivet, P., Furuta, K., Yamada, T., Zhu, B., Zhang, H., Izui, K., and Nishiwaki, S.: Optimum design and thermal modeling for 2D and 3D natural convection problems incorporating level set-based topology optimization with body-fitted mesh, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.123, No.9, pp.1954–1990, 2022.
- [15] Nakahashi, K.: Building-Cube Method for Flow Problems with Broadband Characteristic Length, *Computational Fluid Dynamics 2002: Proceedings*

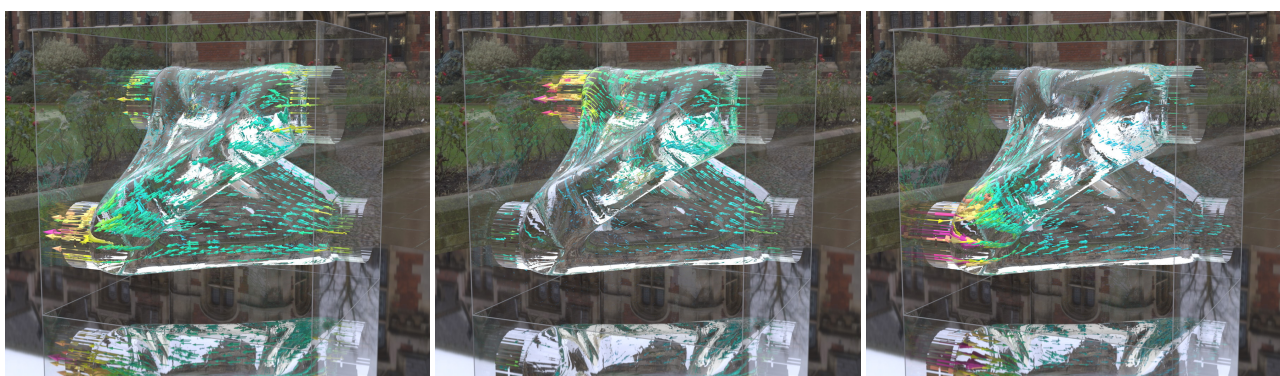
図-5-a: $t = 0$ 図-5-b: $t = 0.02$ 図-5-c: $t = 0.04$ 図-5-d: $t = 0.06$ 図-5-e: $t = 0.08$ 図-5-f: $t = 0.1$ 

図-5: 3次元2管問題の最適構造における速度場。

of the Second International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD, Sydney, Australia, 15–19 July 2002, pp. 77–81, Springer, 2003.

- [16] Kim, L., Nakahashi, K., Jeong, H., and Ha, M.: High-density mesh flow computations by building-cube method, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.21, No.8, pp.1306–1319, 2007.
- [17] Li, C.-G., Tsubokura, M., and Bale, R.: Framework for simulation of natural convection in practical applications, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.75, pp.52–58, 2016.
- [18] Onishi, K., Tsubokura, M., Obayashi, S., and Nakahashi, K.: Vehicle Aerodynamics Simulation for the Next Generation on the K Computer: Part 2 Use of Dirty CAD Data with Modified Cartesian Grid Approach, *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, Vol.7, No.3, pp.528–537, 2014.
- [19] Jansson, N., Bale, R., Onishi, K., and Tsubokura, M.: Cube: A scalable framework for large-scale industrial simulations, *The International Journal of High Performance Computing Applications*, Vol.33, No.4, pp.678–698, 2019.
- [20] 西口浩司, バレラフル, 岡澤重信, 坪倉誠: 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.73, No.2, pp.I.153–I.163, 2017.
- [21] Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S., and Tsubokura, M.: Full eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.117, No.2, pp.221–248, 2019.
- [22] 西口浩司, 嶋田宗将, 大高雅史, 岡澤重信, 坪倉誠: ラグランジュマーカー粒子を用いたオイラー型有限体積法による圧縮性固体解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.75, No.2, pp.I.237–I.248, 2019.
- [23] Ando, K., Bale, R., Li, C., Matsuoka, S., Onishi, K., and Tsubokura, M.: Digital transformation of droplet/aerosol infection risk assessment realized on “Fugaku” for the fight against COVID-19, *The International Journal of High Performance Computing Applications*, Vol.36, No.5-6, pp.568–586, 2022.