

# ギガキャスト構造の不確実性を考慮した オイラー型弾塑性解析

Eulerian elasto-plastic simulation  
for uncertainty of giga-cast structures

尾寄悠利<sup>1)</sup> 西口浩司<sup>2)</sup>竹内秀輔<sup>3)</sup>杉山裕文<sup>4)</sup>岡澤重信<sup>5)</sup>干場大也<sup>6)</sup>加藤準治<sup>7)</sup>  
Yuuri Ozaki, Koji Nishiguchi, Shusuke Takeuchi, Hirofumi Sugiyama, Shigenobu Okazawa, Hiroya  
Hoshiba and Junji Kato

<sup>1)</sup>名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町,E-mail: ozaki.yuri.a0@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

<sup>2)</sup>博(工)名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 准教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町,E-mail:  
kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp)

<sup>3)</sup>修(工)名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 471-0826 愛知県豊田市トヨタ町 530 平山豊和寮 C631,  
E-mail:shusuke02273521@gmail.com)

<sup>4)</sup>博(工)山梨大学大学院総合研究部工学院機械工学系 助教 (〒 400-0016 山梨県甲府市武田 4 丁目 4 - 37,  
E-mail:hirofumis@yamanashi.ac.jp)

<sup>5)</sup>博(工)山梨大学大学院総合研究部工学院機械工学系 教授 (〒 400-0016 山梨県甲府市武田 4 丁目 4 - 37,  
E-mail:sokazawa@yamanashi.ac.jp)

<sup>6)</sup>博(工)名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 助教 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老  
町,E-mail:hiroyahoshiba@nagoya-u.ac.jp)

<sup>7)</sup>Dr.-Ing. 名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町,E-mail:  
junjikato@civil.nagoya-u.ac.jp)

In recent years, the giga-cast has gained attention in the automotive industry. While giga-cast proves to be a beneficial method for significantly reducing manufacturing processes and costs, the uncertainty associated with defects known as porosity, regarding their volume fraction, position, and shape, makes structural modeling challenging using conventional Finite Element Method (FEM). Mesh failure around the porosity area becomes a notable issue in conventional FEM simulations. To address this challenge, this study employs Eulerian elasto-plastic simulation, which facilitates mesh generation and prevents mesh failure around the porosity. The research conducts elasto-plastic simulation of aluminum structures considering porosity using Eulerian elasto-plastic simulation. It not only validates the adequacy of this simulation but also investigates the effect of uncertainty in the volume fraction, position, and shape of porosity on material properties.

**Key Words :** Eulerian simulation, Giga-cast, Porosity, Elastoplastic

## 1. はじめに

ギガキャストとは、溶融したアルミニウム合金によって車体部品を一体生成する技術である。従来の、数十、数百の鋼構造を溶接する車体生成法とは大きく異なり、鋼板のプレス成型および溶接の必要がないため、ギガキャストを用いることによって大幅な工程削減・費用削減が可能となっている。しかし、ギガキャスト構造には鋳巣と呼ばれる欠陥が存在する。鋳巣とは鋳物内部に発生する空隙の名称であり、金属を冷却・凝固させた際の体積収縮や、溶融した金属を鋳型に流し込む際の空気の巻き込み、離型剤から生じる分解ガスに起因する。鋳巣の発生を完全になくすことは現状不可能であるため、ギガキャスト構造を扱う際には鋳巣を考慮した構造解析を行う必要がある。ところが、鋳巣の抑制に関する研究 [1] や湯流れ解析を行う研究 [2,3] は幾つか例があるが、ギガキャスト構造内部に発生する鋳巣を考慮した構造解析を行った研究例は存在しない。

鋳巣はその体積率・形状が不確実である。そのため、ギガキャスト構造の材料特性を評価するためには、鋳巣の体積率・形状の異なる多ケースの構造解析結果から、その材料特性の予測を行う必要がある。つまり、鋳巣の不確実性を考慮するために多ケースの構造解析を行う必要があることから、膨大な計算コストを要する。また、ギガキャスト構造に発生する鋳巣のサイズは一般に最小数十  $\mu\text{m}$  から最大 2mm 程度であるため、物体界面に適合したメッシュ生成を行う Lagrange 型有限要素法 (FEM) による鋳巣を考慮したメッシュ生成には多大な時間を要し、鋳巣周りでメッシュの破綻が起こる可能性も高い。そのため従来の FEM による構造解析では鋳巣を考慮した構造解析は困難である。そこで本研究では、高速なメッシュ生成が可能でメッシュ破綻が生じない固定メッシュを用いる解法、すなわちオイラー型固体解析 [4] に着目する。これは空間固定メッシュ中で物体が変形・移動する解法であり、空間固定メッシュ

を用いるため、メッシュ生成が容易、かつメッシュの破綻が起こらないという利点がある。また、オイラー型固体解析は流体解析とのカップリングも容易であり、Sugiyama らは有限差分法を用いた完全オイラー型固体-流体連成解法を提案している[5]。しかしこの手法は、固体界面を Volume-Of-Fluid (VOF) 法により捕捉しており、移流計算を必要とすることから、固体界面および固体内部変数の数値拡散が課題であった。そこで、西口ら、Shimada らは固体領域を表現する Lagrange 粒子を新たに導入し、固体に関する物理量を Lagrange 粒子の情報を利用して計算するオイラー型固体-流体連成解法を提案している[6,7]。これによって、オイラー型固体-流体連成解法において固体界面及び固体内部変数の数値拡散を回避できるようになり、解析精度が向上した。また、西口らは階層型直交メッシュ法の一種であるビルディング・キューブ法[8]を用いた完全オイラー型流体-構造強連成解法を提案している[9,10]。ビルディング・キューブ法に基づくオイラー型解法は、数百万コアレベルの超並列計算環境において高い並列化効率を得やすい。以上の観点から、オイラー型解法は、メッシュ生成が高速であり、メッシュの破綻が起こらない、高い並列化効率を有する解析手法であるため、鋸歯を考慮した構造解析に適した手法であると言える。以上の背景から、本研究では、オイラー型弾塑性解析を用いて、鋸歯の体積率・形状の不確実性がギガキャスト構造の材料特性に与える影響を調査することを目的とする。

## 2. 構成方程式

連続体の運動方程式において、Cauchy 応力テンソルについて関係式を与えないければ方程式系は閉じないため、物質の運動について方程式を解くことはできない。方程式系が閉じ、物質の運動について方程式を解くことができるようになるためには、Cauchy 応力テンソルとひずみテンソルを結びつける構成方程式を導入することが必要となる。本節では、本研究における固体と流体の構成方程式を示す。

### (1) 固体の構成方程式

本研究では、線形等方硬化を伴う von-Mises 型の降伏関数を用いた弾塑性構成則[11]を採用する。

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma' : \sigma')} - \bar{\sigma}_y \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_y^0 + H\bar{\varepsilon}_p \quad (2)$$

$$l_p = \dot{\gamma} \frac{\partial f(\sigma, \varepsilon_p)}{\partial \sigma} \quad (3)$$

ここで、 $\sigma'$  は Cauchy 応力の偏差成分、 $\bar{\sigma}_y$  は降伏応力、 $\bar{\sigma}_y^0$  は初期降伏応力、 $H$  は硬化係数、 $\bar{\varepsilon}_p$  は相当塑性ひずみ、 $\dot{\gamma}$  は塑性乗数である。Mises の降伏関数(1)が 0 以下であれば弾性変形範囲、0 より大きい値であれば塑性変形範囲となる。塑性変形に伴う降伏応力  $\bar{\sigma}_y$  の変化を、線形等方硬化則(2)によって追跡し、相当塑性ひずみ増分を塑性流れ則(3)より求めることで、塑性変形範囲における固体の変形を表現する。

弾性変形については、Hencky の超弾性モデルを用いて定式化を行う。

$$\Psi = \mu[(\ln \lambda_{e,1})^2 + (\ln \lambda_{e,2})^2 + (\ln \lambda_{e,3})^2] + \frac{\lambda}{2}(\ln J)^2 \quad (4)$$

ここで、 $\Psi$  は Hencky 超弾性体のひずみエネルギー密度関数、 $\mu$  はラメの第 2 定数、 $\lambda_{e,\alpha}$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) は各方向の主方向弾性ストレッチ、 $\lambda$  はラメの第一定数、 $J$  は体積変化率である。主方向弾性ストレッチ  $\lambda_{e,\alpha}$  を求めるため、変形勾配テンソル  $\mathbf{F}$  を以下のように弾性成分  $\mathbf{F}_e$  と塑性成分  $\mathbf{F}_p$  に乘算分解する。

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \mathbf{F}_p \quad (5)$$

また、塑性右 Cauchy-Green 変形テンソル  $\mathbf{C}_p$ 、弾性左 Cauchy-Green 変形テンソル  $\mathbf{B}_e$  はそれぞれ以下のようなになる。

$$\mathbf{C}_p = \mathbf{F}_p^T \mathbf{F}_p \quad (6)$$

$$\mathbf{B}_e = \mathbf{F}_e \mathbf{F}_e^T \quad (7)$$

なお、弾性左 Cauchy-Green 変形テンソル  $\mathbf{B}_e$  は塑性右 Cauchy-Green 変形テンソル  $\mathbf{C}_p$  を用いて以下のように表すことができる。

$$\mathbf{B}_e = \mathbf{F} \mathbf{C}_p^{-1} \mathbf{F}^T \quad (8)$$

ここで、弾性左 Cauchy-Green 変形テンソル  $\mathbf{B}_e$  を用いることで、主方向弾性ストレッチ  $\lambda_{e,\alpha}$  を以下の式で求めることができる。

$$\mathbf{B}_e = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{e,\alpha}^2 \mathbf{n}_{\alpha} \otimes \mathbf{n}_{\alpha} \quad (9)$$

ただし、 $\mathbf{n}_{\alpha}$  は各主方向の単位ベクトルを表す。

式(4)において、 $J$  は  $\lambda_{e,1}, \lambda_{e,2}, \lambda_{e,3}$  の積に等しい。この条件を用いることで、Kirchhoff 応力の主方向成分  $\tau_{\alpha\alpha}$  は以下の式で表される。

$$\tau_{\alpha\alpha} = \frac{\partial \Psi}{\partial \ln \lambda_{\alpha}} = 2\mu \ln \lambda_{\alpha} + \lambda \ln J \quad (10)$$

Cauchy 応力テンソルは Kirchhoff 応力から体積変化率  $J$  を除することで求められるため、以下の式によって Cauchy 応力テンソルとひずみテンソルを結びつけることができる。

$$\sigma_{\alpha\alpha} = \frac{2\mu}{J} \ln \lambda_{\alpha} + \frac{\lambda}{J} \ln J \quad (11)$$

さらに、Cauchy 応力を偏差成分と静水圧成分に分解することで、偏差 Cauchy 応力の主方向成分  $\sigma'_{\alpha\alpha}$  を以下の式で導くことができる。

$$\sigma'_{\alpha\alpha} = \frac{2\mu}{J} \ln \lambda_{\alpha} - \frac{2\mu}{3J} \ln J \quad (12)$$

## (2) 流体の構成方程式

本研究では、流体の構成方程式として、非圧縮性 Newton 流体の構成方程式を仮定する。Newton 流体とは、水や空気に代表される、せん断応力が速度勾配に比例するという Newton の粘性法則に従う流体のことである。また、流速が音速に比べて非常に小さい場合、流体に関して非圧縮性が仮定できる。Newton 流体の構成方程式は以下のように与えられる。

$$\sigma = 2\mu D + \left\{ -p + \left( \kappa - \frac{2}{3}\mu \right) \text{tr}D \right\} I \quad (13)$$

ここで、 $\mu$  は粘性係数、 $D$  は変形速度テンソル、 $p$  は圧力、 $\kappa$  は体積粘性率を表す。非圧縮性流体においては  $\text{tr}D = 0$  が成立り立つので、非圧縮性 Newton 流体の構成方程式は次のようになる。

$$\sigma = 2\mu D - pI \quad (14)$$

また、変形速度テンソル  $D$  は速度勾配テンソル  $L$  の対称部分であり、次の式によって表される。

$$D = \frac{1}{2} (L + L^T) \quad (15)$$

ただし、速度勾配テンソル  $L$  は次の式で表される物理量である。

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} = \nabla v \quad (16)$$

## 3. 数値解析手法

オイラー型解法では、空間固定された直行メッシュと、固体物質点を表す Lagrange 粒子によって解析を行う。直行メッシュ上ではフラクショナル・ステップ法 [12] によって運動方程式の時間進行について、速度に関する式と圧力に関する式に分離して解き、Lagrange 粒子上では空間位置ベクトルや変形勾配テンソル等の固体の持つ物理量を計算し、それぞれの計算結果を互いに補完しあう。Lagrange 粒子の初期配置方法については、1 つの計算セルを 8 分割したサブセルを作成し、その中心点に Lagrange 粒子を配置する。また、本研究では鉄巣の中心座標をランダムに指定することで鉄巣形状を方程式で表し、各 Lagrange 粒子に対し鉄巣の内外判定を行いフラグとして記憶しておくことで、鉄巣にあたる部分に配置された Lagrange 粒子には固体の物理量を与えないようにしている。これによって鉄巣を構造体からくりぬいている。

## 4. 数値解析例

本章では、本研究において作成した鉄巣生成モデルを扱った解析の有効性を検証するため、弾塑性体の一軸引張問題の相当塑性ひずみ分布と荷重変位曲線について、鉄巣なしの解と比較する。さらに、実際にギガキャスト構造内部に発生する鉄巣のパラメータを参考にしたうえで、鉄巣の体積率・形状を変化させた幾つかのパターンに対して解析を行い、相当塑性ひずみ分布や荷重変位曲線、弾塑性ひずみエネルギーを比較することで、ギガキャスト構造内部に発生する鉄巣の不確

表-1 一軸引張問題における物性値

Solid: visco elastic solid	
Mass density $\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$2.7 \times 10^3$
Young's modulus $E$ [Pa]	$7.0 \times 10^{10}$
Yield stress $Y$ [Pa]	$6.0 \times 10^7$
Work hardening coefficient $H$ [Pa]	$4.4 \times 10^8$
Fluid: incompressible Newtonian fluid	
Mass density $\rho_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1.0
Viscosity $\mu_f$ [Pa · s]	$1.0 \times 10^{-3}$

実性が材料特性に与える影響を調査する。本研究では、提案手法による解析はすべてスーパーコンピュータ「富岳」を使用し、OpenMP と MPI によるハイブリッド並列計算により実施した。

## (1) 鉄巣入りアルミ構造の一軸引張解析による本手法の有効性検証

本節では、弾塑性体の一軸引張問題について取り扱う。なお、オイラー型解法による弾塑性解析については、竹内により定量的妥当性が確認されている [13]。変形体は直径 20mm、高さ 90mm の円柱であり、この変形体の上端下端に、それぞれ縦横 30mm、高さ 10mm の剛体が取り付けられている。この剛体に対して、 $z$  軸正方向に加速度  $2.35 \times 10^5 \text{ m/s}^2$  を与え、速度が 15m/s に達してからは定速で引っ張る。変形体内部には、鉄巣と見立てた直径 2mm の球体が配置されており、変形体に占める鉄巣の割合（鉄巣体積率）は 5% となっている。また、固体および流体に関しては表-1 に示す物性を与える。

解析領域には、キューブ分割数  $8 \times 8 \times 28$  の均一なオイラー・メッシュを用いた。セルサイズは 0.3125mm、総セル数は 7,340,032 セル、生成される Lagrange 粒子数は 58,720,256 個である。また、ノード数・並列数（= ランク数 × スレッド数）は 56 ノード・1,792 (224 ranks × 8 threads) 並列で、時間ステップ数  $\Delta t$  は、固体応力波の伝播速度に対するクーラン数（以降クーラン数）が 0.15 になるように設定しており、 $\Delta t = 7.973 \times 10^{-9}$  となっている。

解析結果は図-1 のようになった。図-1 から、鉄巣周辺に局所的に相当塑性ひずみが分布していることがわかる。多孔質材料を一軸引張または一軸圧縮した際には、孔と孔を結び付けるようにひずみが分布することが知られており [14]、ダイヤモンドのようなひずみ分布を描く（以降ダイヤモンドパターンと呼称）。図-1においても、ダイヤモンドパターンが確認できる。

図-2 は、鉄巣の有無による荷重変位曲線の比較である。この図から、鉄巣の入っている変形体の方が鉄巣の入っていない変形体よりも荷重が小さいことが確認できる。この結果は鉄巣による材料特性の変化を定性的にあらわしており、本手法の有効性が示された。つまり、オイラー型構造解析による鉄巣を考慮した弾塑性解析は可能であることが確認された。

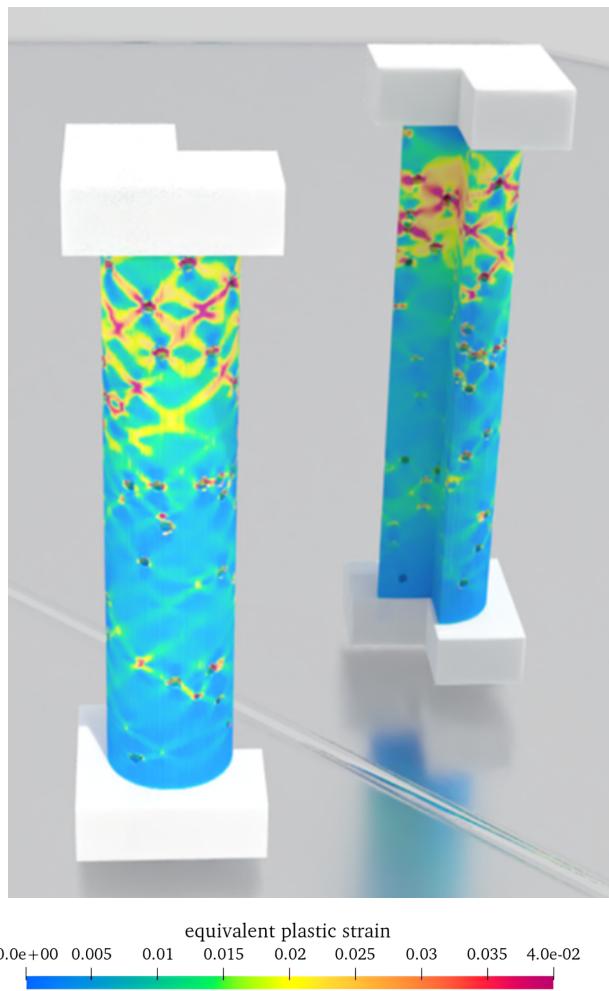


図-1 7,340,032要素メッシュを用いた鋳巣を有するアルミニウム構造の弾塑性解析結果：相当塑性ひずみ分布

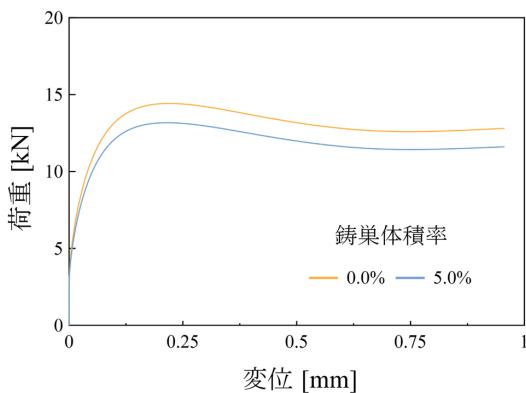


図-2 鋳巣の有無による荷重変位曲線の比較

## (2) 鋳巣の不確実性が材料特性に与える影響調査

次に、(1)節で示した変形体に対して、鋳巣の体積率・形状を変化させることで、鋳巣の不確実性が材料特性に与える影響を明らかにする。本解析にはセルサイズ0.15625mm、ノード数・並列数が448ノード・14,336(1,792 ranks × 8 threads)並列のオイラー・メッシュを用いた。

### a) 鋳巣体積率が材料特性に与える影響

まず、鋳巣体積率0.0%，2.5%，5.0%，7.5%の全4パターンの解析を行い、それぞれの荷重変位曲線を比較することで、鋳巣体積率が材料特性に与える影響を調査する。

図-3は各鋳巣体積率の荷重変位曲線を表している。この結果から、鋳巣体積率が大きい程荷重は小さくなることが確認できる。

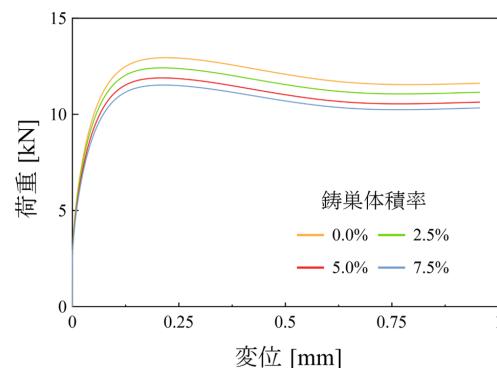


図-3 鋳巣体積率による荷重時変位曲線の比較

### b) 鋳巣形状が材料特性に与える影響

(1)節では鋳巣を直径2mmの球体と仮定したが、実際の鋳巣はより複雑な、方程式では表現することが難しい形状をとる。そこで本小節では、図-4 b)に示すような多面体を三次元データとして読み込み、変形体からくりぬくことで、多面体を鋳巣と仮定した構造に対して(1)節と同条件下で解析を行い、鋳巣を球体と仮定した構造の解析結果と相当塑性ひずみ分布・荷重変位曲線の比較を行う。一般に、鋳巣が材料特性に与える影響はその体積率による影響が大きいと考えられており、鋳巣形状の影響は小さいとされていたが、この解析によって、現実では調査が困難な、鋳巣形状が材料特性に与える影響を明らかにする。なお、鋳巣を球体と仮定したものと多面体と仮定したもので、鋳巣の体積率・生成位置を等しくすることで、鋳巣形状の違いのみによる材料特性の比較を行っている。本解析にはセルサイズ0.15625mm、ノード数・並列数が448ノード・14,336(1,792 ranks × 8 threads)並列のオイラー・メッシュを用いた。

図-4より、鋳巣を球体と仮定したもの、多面体と仮定したもので、相当塑性ひずみ分布に大きな違いはないが、多面体と仮定したもののほうが局所的に大きな相当塑性ひずみが発生していることが確認できる。

また、図-5より、鋳巣を多面体と仮定したもののが荷重が小さくなっていることが確認できる。これは、図-4で確認された局所的に大きなひずみが得られた部分で応力集中が起き、その結果荷重が低下したことが原因だと考えられる。この結果から、鋳巣の体積率だけでなく、鋳巣形状も材料特性に影響を与えていくことが明らかになった。具体的には、急峻な界面を持つ鋳巣のほうが荷重が最大約8%小さくなることが確認された。

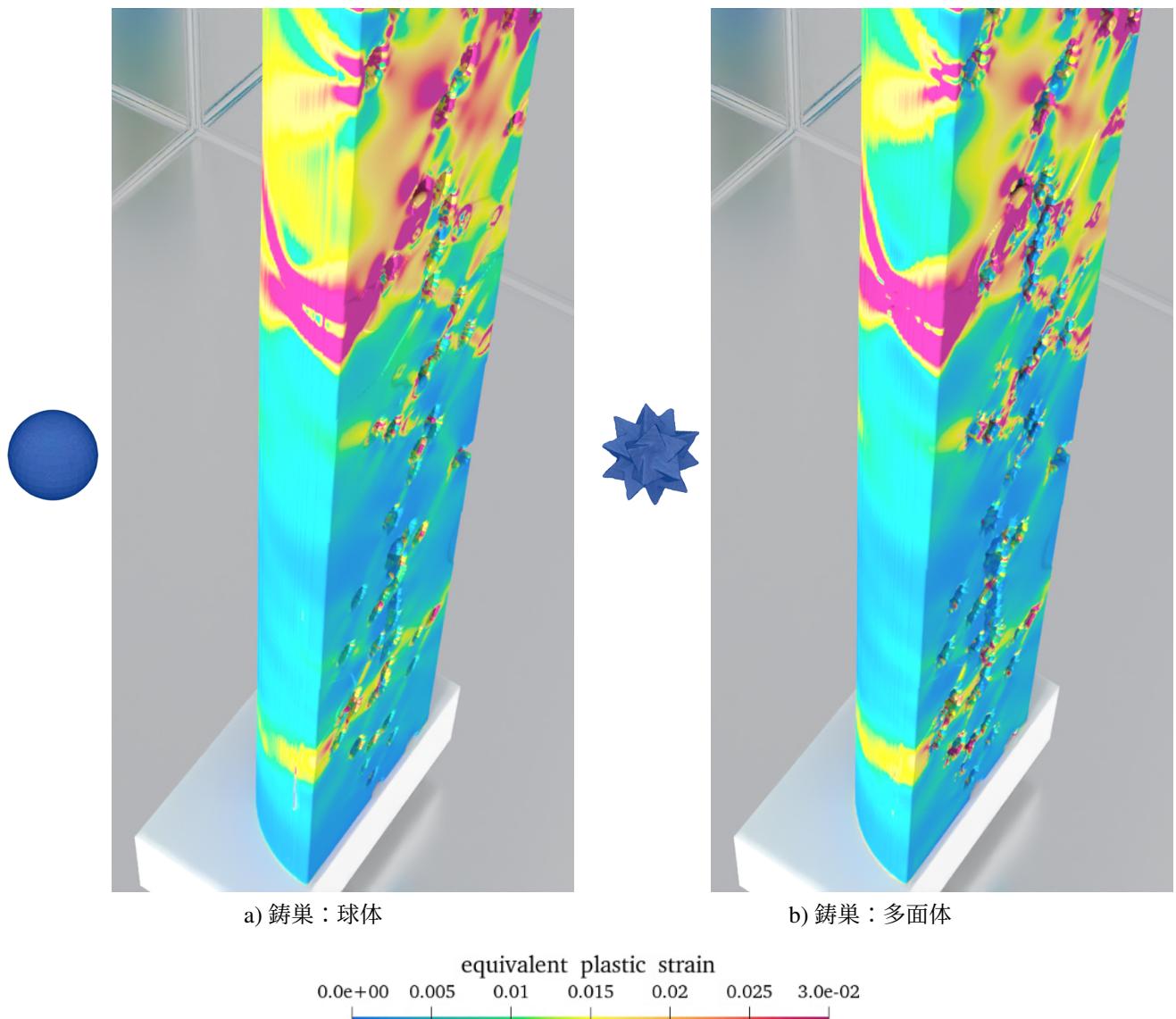


図-4 58,720,256 要素メッシュを用いた鋳巣を有するアルミニウム構造の弾塑性解析結果：鋳巣形状による相当塑性ひずみ分布の比較

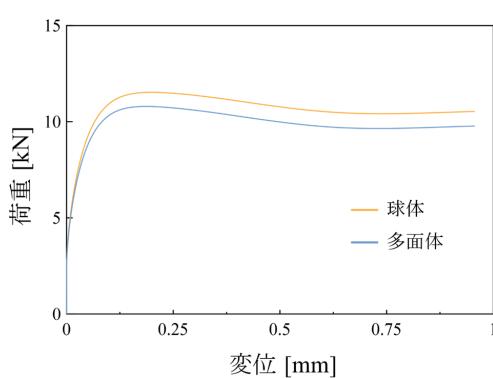


図-5 鋳巣形状による荷重時変位曲線の比較

## 5. 結言

本研究では、鋳巣を考慮したオイラー型弾塑性解析を行うことで、その結果の有効性を確認するとともに、

鋳巣の体積率・形状の不確実性が材料特性に与える影響を調査した。以下に、本研究で得られた結論を示す。

- 最大 58,720,256 セルメッシュ（セルサイズ：0.15625mm）を用いたオイラー型弾塑性解析により、2mm サイズの鋳巣を考慮したギガキャスト構造の弾塑性解析を行った。
- 鋳巣体積率が増加するにつれて、荷重は低下した。この結果は、従来考えられてきた鋳巣が材料特性に与える影響と定性的に一致している。
- 従来は、鋳巣の体積率が材料特性に影響を及ぼすと考えられており、鋳巣形状が材料特性に与える影響に関しては既往研究では報告がなかった。しかし本研究により、鋳巣の急峻な界面近傍付近で塑性変形が進行し、球形状の鋳巣と比較して荷重変位曲線が最大で約 8% 低下することが明らかになった。

今後の課題として、以下の点が挙げられる。

- 現段階では、鋳巣形状は球体と多面体のみ扱って

- いる。しかし、ギガキャスト構造内部に発生する鋳巣はより複雑な形状を取る。ギガキャスト構造の解析を行うために、ギガキャスト内部に発生する鋳巣に近しい形状を持つ三次元形状データを用意する必要がある。
- 上述した問題の解決のため、鋳巣の三次元形状データを学習させた確率的深層生成モデルを用いて、鋳巣形状の生成を行う。これによって、鋳巣形状の不確実性を考慮したギガキャストの構造解析を可能とする。

**謝辞:** 本研究は、HPCI システム利用研究課題(課題番号: hp220249, 課題代表者: 西口浩司)を通じて、理化学研究所が提供するスーパーコンピュータ「富岳」の計算資源の提供を受け、実施した。また、本研究は JSPS 科研費 20K19815 の助成を受けた。

### 参考文献

- [1] 西直美, 菊池政男, 岡本実, 井澤龍介, 神戸洋史: ダイカストのガス抜き技術, 鋳造工学, 第 88 卷, 第 11 号, pp.694-702, 2016.
- [2] 一宮正和, 酒井謙: SPH 粒子法による湯流れ・凝固シミュレーションの開発, 鋳造工学, 第 85 卷, 第 8 号, pp.481-488, 2013.
- [3] 大政光史, 大中逸雄: 低圧鋳造における湯流れの水モデル実験と数値解析, 鋳物, 第 63 卷, 第 11 号, pp.883-888, 1991.
- [4] Benson, D.J.: COMPUTATIONAL METHODS IN LAGRANGIAN AND EULERIAN HYDROCODES, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.99(2-3), pp.235-394, 1992.
- [5] Sugiyama, K., Ii, S., Takeuchi, S., Takagi, S., Matsumoto, Y.: A full Eulerian finite difference approach for solving fluid-structure coupling problems, Journal of Computational Physics, Vol.230, No.3, pp.596-627, 2011.
- [6] 西口浩司, 嶋田宗将, 大高雅史, 岡澤重信, 坪倉誠: ラグランジュマークー粒子を用いたオイラー型有限体積法による圧縮性固体解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.75, No.2, pp.237-248, 2019.
- [7] Shimada, T., Nishiguchi, K., Rahul, B., Shigenobu, O., Makoto, T.: Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid-structure interaction problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.123, No.5, pp.1294-1328, 2022.
- [8] Nakahashi, K.: Building-cube method for flow problems with broadband characteristic length, In Computational fluid dynamics 2002, Springer, pp.77-81, 2003.
- [9] 西口浩司, 岡澤重信, 坪倉誠: 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体・流体連成解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.73, No.2, pp.153-163, 2017.
- [10] Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S., Tsubokura, M.: Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.117, No.2, pp.221-248, 2018.
- [11] Bonet, J., Wood, RD.: Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis, Cambridge university press, 1997.
- [12] Kim, J., Moin, P.: Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations, Journal of Computational Physics, Vol.59, No.2, pp.308-323, 1985.
- [13] 竹内秀輔: オイラー型有限体積法による自動車コンポーネント構造の超並列弾塑性解析, 修士論文, 名古屋大学大学院工学研究科, 2024.
- [14] Zhangyu, R., Huimin, X., Yang, J.: Determination of the stress and strain fields in porous structures by photoelasticity and digital image correlation techniques, Polymer Testing, Vol.102, 2021.