

最適化法援用エネルギー密度法による 固有周波数制御に関する検討

A Study on Plural Eigen Frequencies Control by Optimization Method Aided Energy Density Method

佐々木 淑恵¹⁾, 楊 陽¹⁾, 米 大海²⁾, 萩原 一郎³⁾

Toshie Sasaki, Yang Yang, Mi Dahai and Ichiro Hagiwara

- 1) 研究員 明治大学 (〒164-8525 東京都中野区中野4-21-1 E-mail: tsasaki8@meiji.ac.jp)
2) 博士 (工学) 計測エンジニアリングシステム株式会社 技術部 部長
(〒101-0047 東京都千代田区神田1-9-5 SF 内神田ビル5階)
3) 工博 明治大学 研究特別教授(〒101-8301千代田区神田駿河台1-1 E-mail: ihagi@meiji.ac.jp)

If there is a dangerous frequency band in the structure, it is required to avoid it at the design stage. Topology optimization is generally cited as a method to achieve this, but in fact, it has been shown that it is not easy to achieve the purpose with this method. Therefore, we have developed a new energy density method. We have shown that we can get interactively many solutions which satisfy the targeted situation. Here we obtain a more limited solution such as the lightest one by optimization method aided energy density method.

Key Words : Control of Plural Eigenfrequencies, Index of generalized eigenfrequency, Optimization Method, Strain energy density, Kinematic energy density

1. はじめに

構造物が持つ固有周波数を制御する手法について検討してきた。苺などの青果物、細胞、血液などが輸送中に傷む。これらの事態の最も大きな要因として、傷みやすい、死滅しやすい振動帯域があるものと推察される。列車や車の乗員の乗り心地に最も影響する周波数帯域は 4～10Hz とされている。従って、乗員に加えて、シート、フロアなど直接乗員の乗り心地に影響する振動系の固有周波数が危険周波数帯域内にあればそれらを帯域外に移動するよう再設計される。固有周波数を制御するための方式については、一般には、トポロジー最適化[1][2]があげられるが、実は、これを使用して目的を達成することは容易でないことを示してきた[3]。そこで、本稿においてもここで議論できる程度にまず、やはり従来の方式では容易に目的のものが得られないことを2章で示す。そして、目的のものが得られない理由として、メッシュの細かさが不足するのか、そもそも、解が得られない課題を設定しているのか、不明だった所、エネルギー密度法で使用するエネルギー密度分布の情報で、課題の設定の妥当性も見れることを3章で示す。次に4章ではインタラクティブエネルギー密度法と称し、その応用を試み、非常に短時間で所期のものが得られることを示す。5章では、4章では沢山の解が得られるのに対し、重量最小の物とか、より、細部の設計に有効な方法を示す。

複数の固有周波数を同時に制御することから目的関数を式(1)の一般化固有値指標[1]とし、最適化法として数理最適化法を用いる。

$$f_x = f_0^* + (\sum_{i=1}^m W_i (f_i - f_{0i})^n / \sum_{i=1}^m W_i)^{1/n} \quad (1)$$

f_{0i} は、 i 次の目的とする固有周波数 l, m, n は整数、 W_i は重みで f_0^* とともに実数である。モデルは図1に示す 420 mm×300 mm、厚さ 1 mm の矩形板である。材料はダンボールとし、材料データは、密度 256.9 kg/m³、ヤング率 0.664 GPa、ポアソン比 0.34、重量は、32.4 g である。全周単純支持の条件で固有値解析を行うと 1 次から 5 次の矩形板の固有周波数は、それぞれ、12.99 Hz, 26.13 Hz, 38.71 Hz, 47.96 Hz, 51.79 Hz である。危険周波数帯域を 25 Hz から 40 Hz とすると、現行の 1 次と 4 次、5 次の固有周波数は、この危険周波数帯域から離れており、考慮しないことから始める。危険周波数帯域内の 2 次及び 3 次の固有周波

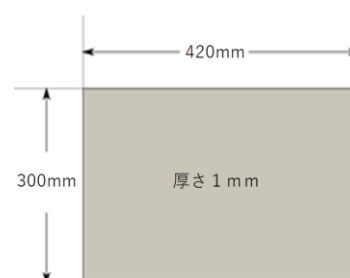


図 1 矩形板の形状

2. 従来の密度法位相最適化解析による検討

ここで、新解析技術の比較対象として、目標関数として

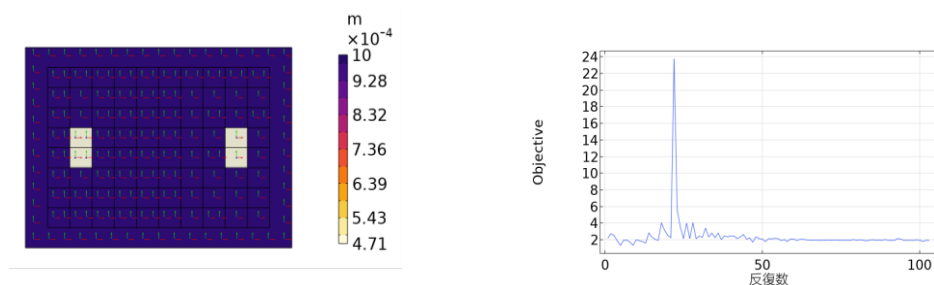


図2 左:収束グラフ 右:従来のトポロジー最適化による最終形状. ターゲット周波数:2次は25Hz, 3次は40Hz, 固有周波数:2次は24.76Hz, 3次は38.39Hzで, 目標に達しない.

数の目標値をそれぞれ24.0 Hz, 41.0 Hzに設定する. 以上, 式(1)で, $l = 2, m = 3, f_{02} = 24.0 \text{ Hz}, f_{03} = 41.0 \text{ Hz}$ である. $f_0^* = 0.0 \text{ Hz}, n = 2, W_2 = W_3 = 1.0$ とする. 以下, 次のように密度法による位相最適化解析を行う. (I) 設計変数は, 板厚とし最適化計算によって, 外形は変化しないよう外周に接する要素の板厚は, 設計変数に加えない. (II) 図2に示すように, 要素は上下左右対称に分割されており, 挙動もこの対称性が保たれるよう設定する. その結果, 四角形要素数は80で, 最適化の設計変数の数は20である. 各要素の板厚は, 下限0.0 mm, 上限1.0 mmとする. (III) 終了条件は, 式(1)の値が0.1以下, あるいは, 繰り返し最大数8000とする. (IV) 有限要素法および固有値解析, 線形近似法による最適化解析ともに COMSOL Multiphysicsを使用する. (V) 重量削減量を拘束条件として与える. ここでは, 全体の90%以下となるように設定する. 以上の最適化解析を行ったところ, 繰り返し回数80以降, 固有周波数は, 図2左に示すように殆ど動かなくなってしまう. 2次は, 24.76 Hzで目標に達したが, 3次は, 38.39 Hzで目標を満足することはない. 達成されない3次の重みを大きくするなどなされるため, $[W_2, W_3] = [1, 1000]$ で検討したが, 同様に150回で(1次, 2次, 3次, 4次)=(13.00 Hz, 26.16 Hz, 38.79 Hz, 48.07 Hz)に収斂した. 依然として3次は初期値から殆ど変わらず, 逆に2次は, 重みを相対的に小さくしたこともあり改悪となった.

3. 所期の結果が得られない原因の解明の試み

前章で実施した従来の位相最適化解析で収束が得られなかったのは, そもそも正しい課題設定だったのか, 重みなどの設定に妥当性を欠いているのか, 更に, モデルの細密さ不足なのかなどは不明である. ここで, エネルギー密度位相変更法で利用するエネルギー密度分布から, 課題が正しいかどうかの判断ができないか検討する. 図1のモデルで全周単純支持の条件で得られる1次から5次までの固有周波数と各固有モードのひずみエネルギー密度及び運動エネルギー密度分布を図3に示す. 1段目は次数で2(1,2)とあるのは全体2次モードで, x方向1次, y方向2次を示す. 2段目は固有周波数, 3段目はモード形状, 4段目 W_s はひずみエネルギー密度, 5段目 W_k は運動エネルギー密度である. ここでの課題は, 補強を許容せず穴を設けるだけで位相を変えることであるので, 3次の固有周波数を上げるため, マス部に穴を設けることになるが, バネ部もマス部と同じ位置にあり, しかも, バネのエネルギー密度がマスのエネルギー密度より高く, そこに穴を設定すれば目的に反して3次の固有周波数は下がってしまうことになる. このことにより, 3次を上げることはもとより困難であり課題の設定に妥当性を欠いていたことになる.

一方, 2次の固有周波数のモードは, バネ, マスともに, 同じ位置に左右2か所に分かれてエネルギー密度が高い部分が存在する. 更にバネだけが顕著な所, マスだけが顕著なところがある. 2次の固有モード上でバネだ

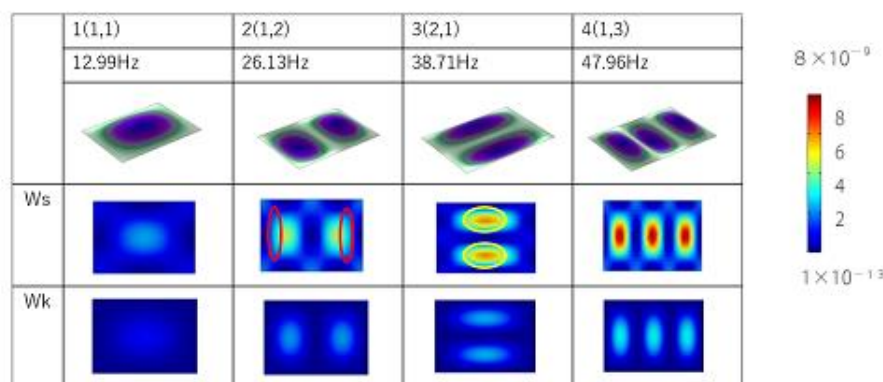


図3 図1の矩形モデルの全周単純支持における固有周波数, モード形状, 歪エネルギー密度 (W_s), 運動エネルギー密度 (W_k)

けが顕著な所に穴を設けると2次を下げるという課題は達成される可能性がある。以上、エネルギー密度位相変更法で検討されるエネルギー密度分布を利用することにより、そもそも無理な課題であったことが分かった。

4. インタラクティブエネルギー位相変更法について

提唱するインタラクティブエネルギー密度位相変更法は、対象とする固有周波数モードのエネルギー密度分布から、穴や補強の位置と大きさをインタラクティブに決めていくものである。その際、数理最適化法や応答曲面最適化法を援用することも可能である。ここでエネルギー密度位相変更法は、式(2)に示すように、固有角振動数が等価剛性と等価質量によって決定されるということを利用するものである。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_n}{m_n}}$$

(2)

n は、固有振動モードの次数、 ω_n は、n 番目の固有角振動数である。 k_n は、n 番目の等価剛性、 m_n は、n 番目の等価質量である。 ひずみエネルギー密度の大きなところは、そのモードのバネであり、運動エネルギー密度の大きなところはそのモードのマスであることを利用し、固有周波数を下げるには、そのモードのバネに穴を設けて等価剛性を下げるか、マスを補強して、等価質量を上げて固有周波数を下げるかの何れか、あるいは両方を施す。また、固有周波数を上げるには、マスに穴を設けるか、バネに補強するの何れか、あるいは両方を施して達成するものである。補強までも含めたインタラクティブエネルギー密度位相最適化解析を行う。モデル及び材料については、3章と同じものを使う。目標の周波数も3章と同様に25 Hz

から40 Hzを危険周波数帯域とする。また、2次を下げるべく、バネ部に穴を設ける。ここで、バネ部とは、マス部と重複する部分は避け、図4に示すステップ1の2次の赤丸部に縦180mm、横10mmの穴を設ける。3次の固有周波数は、上げるため、マス部に穴を設けることは、前述の理由で断念し、バネ部として補強することで、固有周波数は上がることが予想できる。ここで、図4のステップ1の3次における赤丸部を縦60mm、横80mmの長方形で補強する。板厚は、2.0mmとする。この状態で固有周波数を計算すると、(1次,2次,3次,4次)=(11.30 Hz,22.31Hz,39.06 Hz,41.13 Hz)となり、2次は目標に達した。3次の固有周波数は、初期のものと比較すると上がってはいるものの40Hzに達しない。改めてこの状態で、エネルギー密度を表示すると、図4のステップ2になる。更に3次固有周波数を上げるべく、バネ部を見るとエネルギー密度の高い部分はない。3次のエネルギー密度分布では、板の左右両端に、ステップ1で2次用に考慮した穴部を包含する顕著なエネルギー密度の高いマス部分が認められた。そこで、新たに、この個所に縦180mm、横30mmの穴を設けると、固有周波数は、(1次,2次,3次,4次)=(11.62 Hz,22.64 Hz,40.66 Hz,46.00 Hz)となり、目的が達成された。最終形状は、図5左に示すとおりである。このように僅か2回のインタラクティブによる検討で課題の実現が得られている。

5. 数理計画最適化法の援用

これらの手順では、上述の補強部では、縦横を一定とし板厚のみ変化させて得られたものであり、例えば、縦横を変化させても満足する組み合わせがあることは十分考えられるなど、他にも多くの解があることが予測される。このようにインタラクティブエネルギー密度位相変更法では、目標関数を決めて最適化をしたわけではな

目標			25Hz 以下		40Hz 以上		形状
			1 次	2 次	3 次	4 次	
初期固有周波数 ^①			12.99Hz ^②	26.13Hz ^②	38.71Hz ^②	47.96Hz ^②	
モード							
STEP 1	2 次を下げる バネに穴	Ws					
		Wk					
	3 次を上げる マスに補強	Ws					
		Wk					
固有周波数 ^②			11.93Hz ^③	22.31Hz ^③	39.06Hz ^③	41.13Hz ^③	
STEP 2	3 次を上げる マスに補強	Ws					
		Wk					
		Ws					
		Wk					
収束した固有周波数 ^③			11.62Hz ^④	22.64Hz ^④	40.66Hz ^④	46.00Hz ^④	

図 4 インタラクティブエネルギー密度位相変更法による固有周波数制御の流れ



図 5 左：図 1 について，エネルギー密度位相変更法で導いた形状 固有周波数は，11.62 Hz, 22.64 Hz, 40.66 Hz, 46.00 Hz で，目標に達する．右：図 5 左のモデルから，数理計画最適化法援用エネルギー密度位相変更法を用いて，導いた形状 固有周波数は，11.66 Hz, 23.39 Hz, 40.64 Hz, 48.61 Hz

く，課題を満足させる穴や補強の仕様は，無限に存在する．そこで，より軽量で満たすなど特色ある解を求める検討を行う．固有周波数の最適化に数理計画法最適化を援用して，定量化を図る際，軽量な形状を算出することは重要であり，その検討を行う．ここでの最適化解析では，(1) 目標関数：重量が最小．(2) 拘束条件：2 次及び 3 次の固有周波数の目標値をそれぞれ 24.0 Hz, 41.0 Hz に設定する一般化固有値指標を使う．(3) 収束条件として，一般化固有値指標の値が，0.1 以下になるように設定する．(3) 設計変数は，補強の板厚，縦，横の寸法，また，穴の縦，横の計 5 個とし，初期条件は，図 5 左に示す寸法とする． $D_i, i=1\sim5$, D_1 : 補強の横の長さ, D_2 : 補強の縦の長さ, D_3 : 補強の板厚, D_4 : 穴の縦の長さ, D_5 : 穴の横の長さで, $10\text{mm} \leq D_1 \leq 60\text{mm}$, $10\text{mm} \leq D_2 \leq 80\text{mm}$, $0\text{mm} \leq D_3 \leq 2.2\text{mm}$, $30\text{mm} \leq D_4 \leq 70\text{mm}$, $180\text{mm} \leq D_5 \leq 200\text{mm}$ とし，重量最小化を目標としていることから，補強の設計変数 D_1, D_2, D_3 は，初期条件の縦 60 mm, 横 80 mm, 板厚 2.0 mm が最大になるようにし，穴は，初期条件の縦 180 mm, 横 30 mm が最小になるよう設定した．解析の結果，繰り返し回数 140 回で収束し，2 次，3 次の固有周波数は，23.39 Hz, 40.64 Hz となる．なお，1 次，4 次はそれぞれ，11.66 Hz, 48.61 Hz であり，いずれの固有周波数も危険周波数帯域外にあり，重量は，32.5 g から 29.6 g になり，軽量化の目的も達成した．最適化後の最終形状は，図 5 右である．穴は，縦 177.0 mm, 横 50.8 mm, 補強は，縦 55.6 mm, 横 80.0 mm, 補強の板厚は，1.8 mm である．

6. 結語

固有周波数を制御するために，従来，最も期待されたものは，位相最適化法である．しかし，この手法では，収束しない場合，課題設定が正しいのかどうか不明である．た

とえ収束しても，板厚は分布しており，一枚の板の製造でも，多大な費用がかかり，現実的な設計は困難である．そこで，新しく開発したインタラクティブエネルギー密度法で用いるエネルギー密度の情報から，課題設定の妥当性について検討できることを示した．また，インタラクティブエネルギー密度法を使い，非常に短時間で固有周波数の制御をできることを示した．更に，数理計画最適化法を援用し，重量を最小にする条件を満たすなど，定量的に求めることが可能なことを示した．

参考文献

- [1] 馬正東, 菊池昇, 鄭仙志, 萩原一郎, 振動低減のための構造最適化手法の開発 (第一報 ホモジェネーション法を用いた最適化理論), 日本機械学会論文集 (C 編), 59 巻, 562 号(1993-6), pp.1730-1736.
- [2] L. H. Tenek and I. Hagiwara, Static and Vibrational Shape and Topology Optimization Using Homogenization and Mathematical Programming, Comput. Methods in Appl. Mech. Engrg., Vol.109 (1993-10), pp.143-154.
- [3] 佐々木淑恵, 萩原一郎 “新しい最適化法の開発と輸送箱への適用”, 日本機械学会 計算力学講演会予稿集 (2021-9)
- [4] Sasaki, T., Yang, Y. and Hagiwara, I., International Journal of Mechanical Engineering and Applications Proposition of a New High Speed and High Efficiency Control Method for Plural Eigen Frequencies by Changing Topology 10(6), 2022-11, pp.135-143
- [5] 佐々木淑恵, 萩原一郎 “位相変更による新しい高速・高効率固有値制御法の提案” 日本機械学会論文誌投稿予定
- [6] COMSOL Multiphysics® v. 6.0. www.comsol.com. COMSOL AB, Stockholm, Sweden(2019).