

# 重合メッシュ法を基礎とした 3次元構造体の高速亀裂伝播・停止モデルの開発

Development of a model for simulating high-speed crack propagation/arrest behaviour in a 3D structure based on the s-version FEM

柴沼一樹<sup>1)</sup>, He Tianyu<sup>2)</sup>, 森田直樹<sup>3)</sup>, 三目直登<sup>4)</sup>, 福井努<sup>5)</sup>

Kazuki Shibamura, Tianyu He, Naoki Morita, Naoto Mitsume, and Tsutomu Fukui

- 1) 博(工) 東京大学 工学系研究科 准教授 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1, E-mail: shibanuma@struct.t.u-tokyo.ac.jp)  
 2) 東京大学 工学系研究科 修士課程 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1, E-mail: tianyu@struct.t.u-tokyo.ac.jp)  
 3) 博(環境) 筑波大学 システム情報系 助教 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1, E-mail: nmorita@kz.tsukuba.ac.jp)  
 4) 博(工) 筑波大学 システム情報系 助教 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1, E-mail: mitsume@kz.tsukuba.ac.jp)  
 4) 博(工) 日本海事協会 技術研究所 主幹 (〒102-0094 東京都千代田区紀尾井町3-3, E-mail: fukui@classnk.or.jp)

To prevent serious damages in large scale structures due to brittle fracture, it is necessary to control crack propagation and safely arrests them. In this study, we propose a highly accurate and efficient model that can reproduce high-speed crack propagation and arrest phenomena in 3D structures based on the s-version of FEM. We verified the accuracy of the model through generation phase analysis and confirmed its validity through application phase analysis, demonstrating its effectiveness from both verification and validation (V&V) perspectives.

**Key Words :** S-version of FEM, High-speed crack propagation, Crack arrest, Verification and validation.

## 1. はじめに

近年、市場の国際化による海上物流量の増加に背景として、船体構造の急速な大型化が進行している。これらの船体構造にはこれまでにない極厚の鋼板が使用されることから脆性破壊による危険性の増大が危惧されている。

脆性破壊による大規模損傷を防ぐためには、亀裂の「伝播」を制御して安全に「停止（アレスト）」させる安全設計が必要である。しかしながら、その設計基準は極めて限定された条件下の実験結果により規定されたものであり、その妥当性や一般性には大きな懸念があるのが現状である。一方で、大規模鋼構造における脆性亀裂伝播現象を高精度に再現・評価可能な理論やシミュレーション未だ確立されていない。

以上の社会的・学術的背景に対し、著者らは2次元問題を対象として重合メッシュ法を基礎とした高速亀裂伝播モデルを提案し、通常の有限要素法を用いた方法と比較して計算に要する自由度を大幅に低減可能であることを示すことで、大規模構造体における脆性亀裂伝播現象の高精度な再現・評価に向けた可能性を見出した[1]。

本研究では、重合メッシュ法を基礎として、3次元構造体における高速亀裂伝播・停止現象を高精度・高効率に再現可能なモデルを提案する。Generation phase 解析による精度検証、Application phase解析による妥当性検証を行い、V&Vの両面からその有効性を確認した。

## 2. モデル

### (1) モデル化のコンセプト

大規模構造物における脆性亀裂伝播・停止を高精度に再現するためには、 $10^0$  m オーダーの構造部材中における亀裂前方10-4 m オーダーの領域の応力場を高精度に評価する必要がある[2]。この実現には、(i) 高精度、(ii) 高計算効率、(iii) アルゴリズムの簡潔性、および、(iv) 弾塑性問題への適用性、を全て満足する必要がある。しかし、本研究では、重合メッシュ法に基づく高速亀裂伝播モデルを構築することで、図-1に示すように、標準の有限要素法、アダプティブメッシュ法、拡張有限要素法といった従来の手法の有する全ての課題を解決した提案を行う。

### (2) 重合メッシュ法の定式化

重合メッシュ法は全体対象領域をグローバルメッシュによりモデル化し、応力集中部等の局所的な着目領域に対し、より高解像度の新たなメッシュ（ローカルメッシュ）を「重合」することで着目領域の高精度化を実現する手法である。具体的には、変位 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ および加速度 $\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ を式(1)および式(2)でそれぞれ近似する。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{u}^G(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega^G \setminus \Omega^L \\ \mathbf{u}^G(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^L(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega^L \end{cases} \quad (1)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \ddot{\mathbf{u}}^G(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega^G \setminus \Omega^L \\ \ddot{\mathbf{u}}^G(\mathbf{x}) + \ddot{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega^L \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $\Omega^G$ は対象とする全体領域、 $\Omega^L$ はローカルメッシュを重合する着目領域である（図-2参照）。また、 $\mathbf{u}^G(\mathbf{x})$ と $\mathbf{u}^L(\mathbf{x})$ および $\ddot{\mathbf{u}}^G(\mathbf{x})$ と $\ddot{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x})$ はそれぞれ、次式で定義され

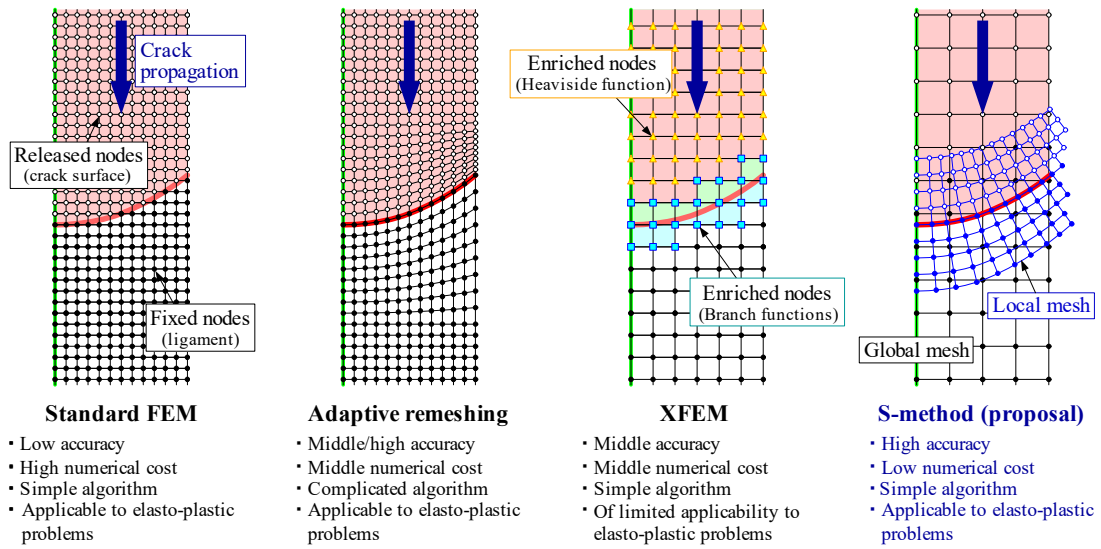


図-1 提案する重合メッシュ法に基づく亀裂伝播モデルのコンセプト（従来法との比較）

る変位および加速度のグローバル・ローカルメッシュ成分である。

$$\mathbf{u}^G(\mathbf{x}) = \mathbf{N}^G(\mathbf{x})\mathbf{d}^G \quad (3)$$

$$\mathbf{u}^L(\mathbf{x}) = \mathbf{N}^L(\mathbf{x})(\mathbf{d}^L + H(\mathbf{x})\mathbf{d}^{LX}) \quad (4)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}^G(\mathbf{x}) = \mathbf{N}^G(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{d}}^G \quad (5)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}) = \mathbf{N}^L(\mathbf{x})(\ddot{\mathbf{d}}^L + H(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{d}}^{LX}) \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{N}^G(\mathbf{x})$ および $\mathbf{N}^L(\mathbf{x})$ はそれぞれグローバルメッシュおよびローカルメッシュに対応する形状関数、 $\mathbf{d}^G$ 、 $\mathbf{d}^L$ 、 $\mathbf{d}^{LX}$ 、 $\ddot{\mathbf{d}}^G$ 、 $\ddot{\mathbf{d}}^L$ 、 $\ddot{\mathbf{d}}^{LX}$ は節点自由度である。また、式(4)および式(6)における第2項は拡張有限要素法で用いられるエンリッチメントであり、 $H(\mathbf{x})$ は次式で定義されるHeaviside関数であり、ローカルメッシュがグローバルメッシュの外側にはみ出た場合における高精度の実現に有効である[3]。

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} +1 & \text{in } \Omega^G \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

ローカルメッシュ境界 $\Gamma^L$ における変位および加速度の連続性を確保するために、次式のDirichlet境界条件を課す

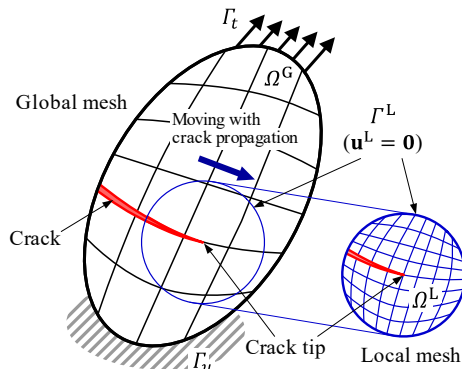


図-2 提案手法におけるグローバルおよびローカルメッシュと境界条件

る必要がある。

$$\mathbf{u}^L(\mathbf{x}) = \ddot{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma^L \quad (8)$$

### (3) 高速亀裂伝播現象のモデル化

本研究の提案手法では、図-2に示すように対象とする構造体全体を比較的低解像度のグローバルメッシュでモデル化し、高速で移動する亀裂前縁近傍場により高解像度のローカルメッシュを導入する。

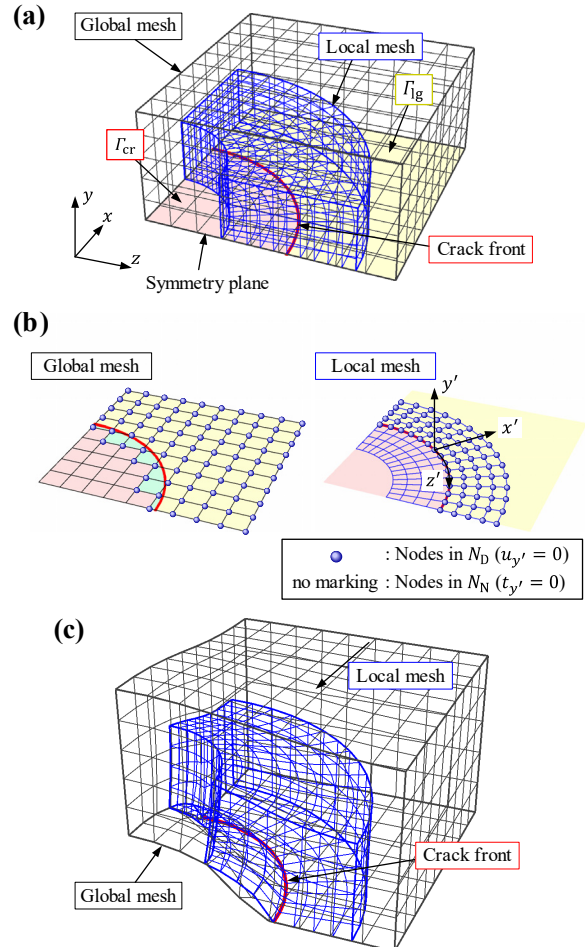


図-3 対称面の境界条件による亀裂のモデル化

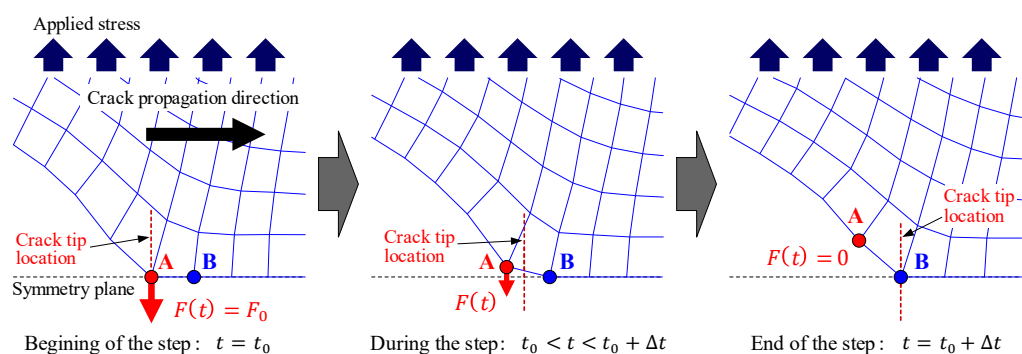


図-4 ローカルメッシュを対象とした節点力解放法による動的亀裂伝播のモデル化

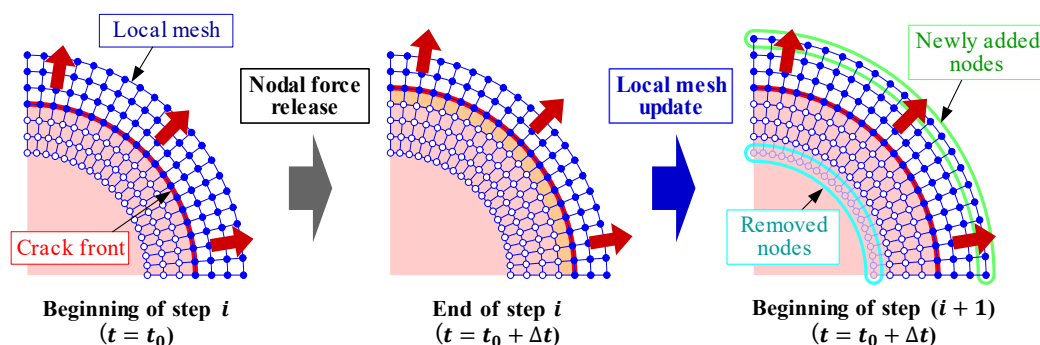


図-5 亀裂伝播に伴うローカルメッシュの更新

実構造物に生じる脆性亀裂は一般にモード I 破壊である事実を考慮して、亀裂は対称面に対する境界条件によってモデル化する (図-3)。動的亀裂伝播はローカルメッシュを対象とした節点力解放法でモデル化し (図-4)、節点力の解放に関する各計算ステップの終了時点でローカルメッシュの更新を行う (図-5)。詳細は文献[4]を参照されたい。

ローカルメッシュはその時点の亀裂前縁形状に基づき生成する。このため、対象構造が有限の大きさを有し、亀裂前縁が表面に達する場合、ローカルメッシュの一部がグローバルメッシュの外側にはみ出ることになる (図-6)。この場合は式(4)および式(6)で示したHeaviside関数によるエンリッチメントを用いることでグローバル・ローカルメッシュ間の不整合に起因した精度低下を効果的に解消することができる[3]。

鋼の脆性亀裂伝播・停止挙動は亀裂前縁近傍の局所応力により説明可能であることが明らかとなっているが[2]、本研究では簡単のために典型的な弾性体として知られるPMMAを対象とする。PMMAの高速亀裂伝播・停止挙動は動的応力拡大係数もしくは動的J積分により記述可能であるとされる。本研究では、Gaussの発散定理によって得られる領域積分形式により動的J積分を評価する (図-7) 詳細は文献[4]を参照されたい。

#### (4) Generation phase analysis と Application phase analysis

節点力解放法により亀裂伝播を順解析として再現するためには、節点力を解放に要する時間を指定する必要がある、結果として動的J積分が得られる。これはGeneration phase analysisと呼ばれ、手法の精度検証 (Verification) に

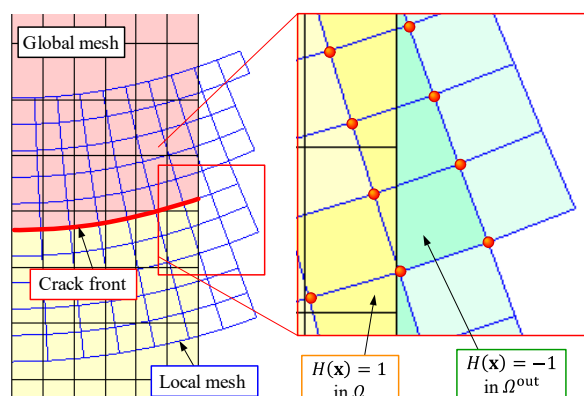


図-6 表面におけるグローバル・ローカルメッシュの不整合と Heaviside エンリッチメントの適用

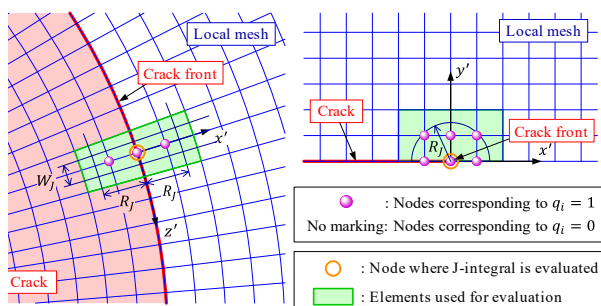


図-7 動的J積分評価における積分領域

有効な解析手法である。

一方で、実際の現象を予測するためには、破壊条件を指定して結果として亀裂速度、すなわち各計算ステップの節点力の解放に要する時間を評価するための逆解析が必要となる。これはApplication phase analysisと呼ばれ、手法の妥当性検証 (Validation) を実行する際に必要となる。



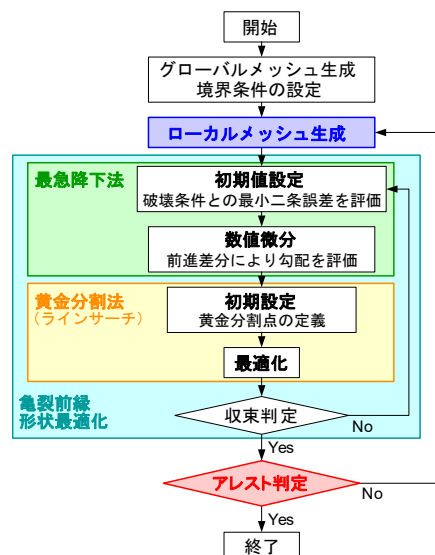


図-8 Application phase analysisの計算アルゴリズム

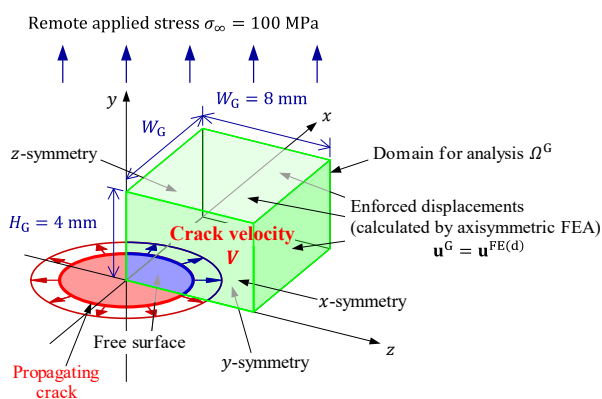


図-9 J 積分評価における積分領域

本研究ではApplication phase analysisを実現するために、(i) 亀裂前縁近傍部のローカルメッシュ生成、(ii) 再急降下法と黄金分割法を組み合わせた最適化、(iii) 更新された亀裂前縁形状に基づく亀裂停止判定、を組み合わせた独自のアルゴリズムを開発した (図-8)。

### 3. 精度検証 (Verification) [4]

#### (1) 概要

本研究で開発した重合メッシュ法に基づく高速亀裂伝播モデルの精度検証を目的として、最も基本的な3次元問題である無限体中を高速伝播する円形亀裂を対象としたGeneration phase analysisを実施し、十分な精度を実現しつつ、計算コストを最小化するためのローカルメッシュの定義方法について検討を行った。

#### (2) 対象問題：無限体中の円形亀裂

無限体中の円形亀裂は最も基本的な3次元問題であるものの、その厳密解は明らかにされていない。そこで、事前の予備解析として、十分に詳細な要素分割を用いた軸対称モデルによる有限要素解析を実施し、亀裂近傍の変位場および動的応力拡大係数の参照解を取得した。

本解析の対象領域は図-9に示すようなxy平面、yz平面、zx平面をそれぞれ対称面とした1/8対称モデルとし、亀裂

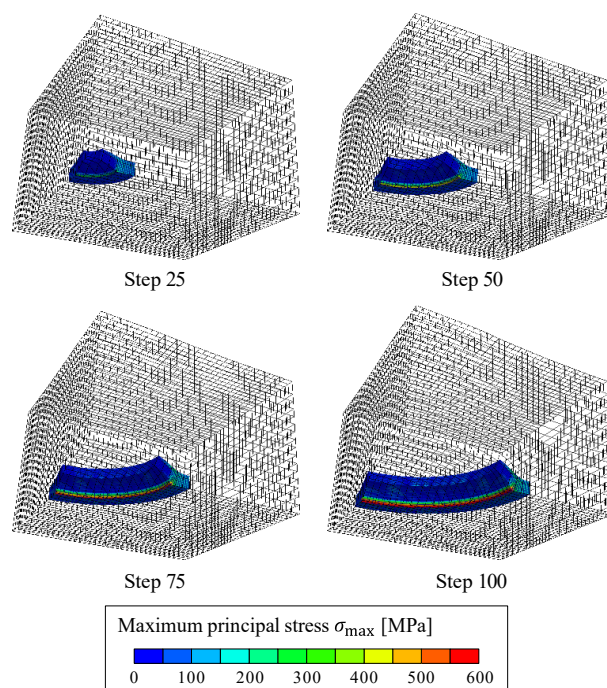


図-10 高精度を維持しつつ計算コストを最小化するローカルメッシュの条件のもとで実行した亀裂伝播解析結果の一例 (亀裂伝播速度：1000 m/s)

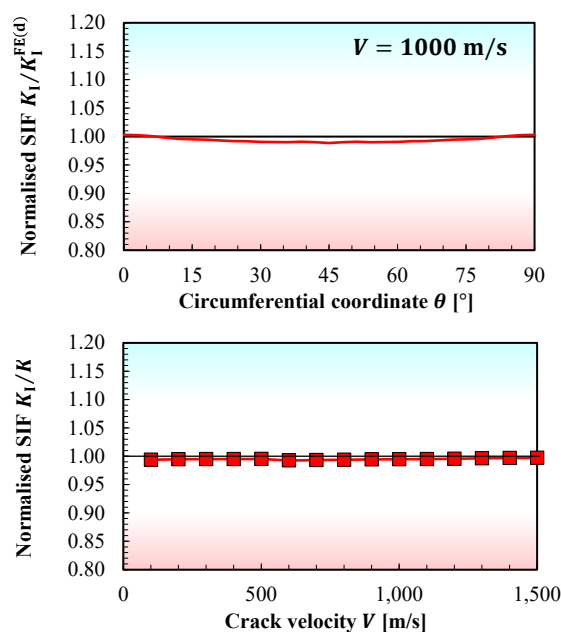


図-11 提案手法による動的応力拡大係数の解析精度 (参照解で正規化)

の伝播に伴う変位場の時刻歴変化の参照解を境界条件として与えた。

#### (3) 検証結果

(i) グローバル・ローカル要素サイズ比、(ii) ローカルメッシュ内部の亀裂長さ、(iii) ローカルメッシュ内部のリガメント長さ、(iv) ローカルメッシュ高さ、に関する系統的な解析により高精度を維持しつつ計算コストを最小化するためのローカルメッシュの条件を明確化した。本条件のもとで実行した亀裂伝播解析結果の一例を図-10に示す。

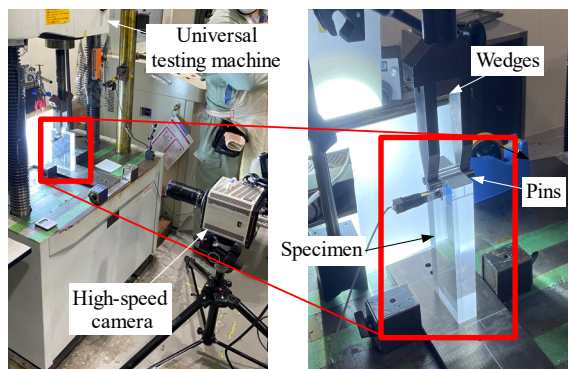
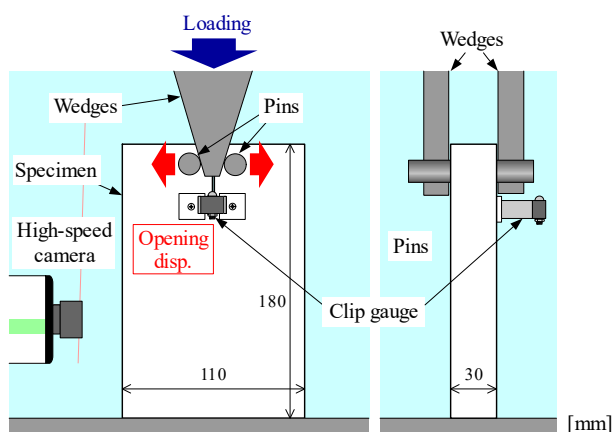


図-12 PMMAを用いた高速亀裂・停止実験

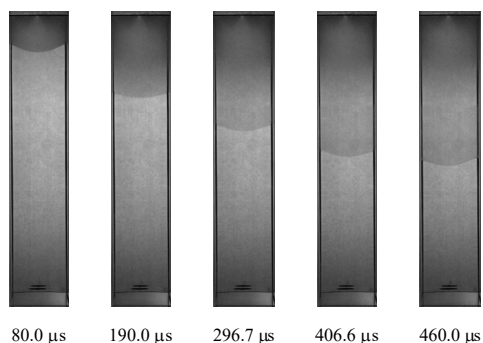


図-13 高速度カメラによる亀裂前縁形状計測 (Test 1)

上記のローカルメッシュの条件下で得られた動的応力拡大係数の計算結果を図-11に示す。ローカルメッシュとグローバルメッシュは様々な角度で重合するにも関わらず、対象とした様々な亀裂伝播速度の条件下 (100 m/s～1,500 m/s) における参照解との差異はわずか1.1%以下という極めて高い精度を実現可能であることが示された。

#### 4. 妥当性検証 (Validation)

##### (1) 概要

従来、弾性体を対象とした多くの高速亀裂伝播・停止試験が実施されてきたが、そのほとんどは2次元的な評価に限定されており、3次元問題としての高速亀裂伝播・停止挙動を詳細に検証できるような結果は著者の知る限り公開されていない。そこで、ここではまず、弾性透明樹脂 (PMMA) を用いた高速亀裂・停止実験を実施し、最新の高速度カメラを用いた高速亀裂伝播停止挙動の亀裂全円形状計測を行う。さらに、開発したモデルによる

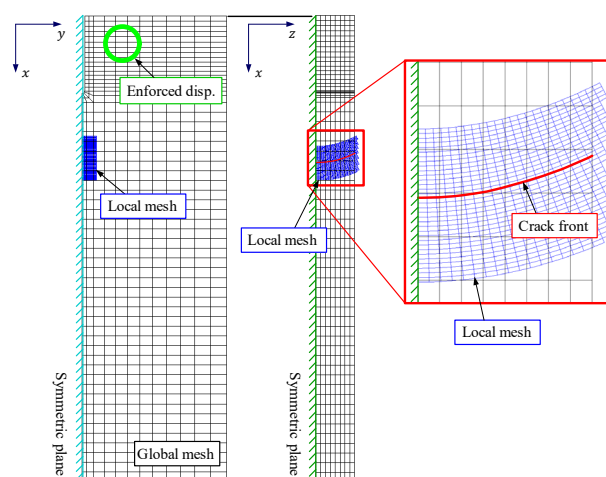


図-14 PMMAを用いた高速亀裂伝播・停止実験を対象とした有限要素メッシュと境界条件

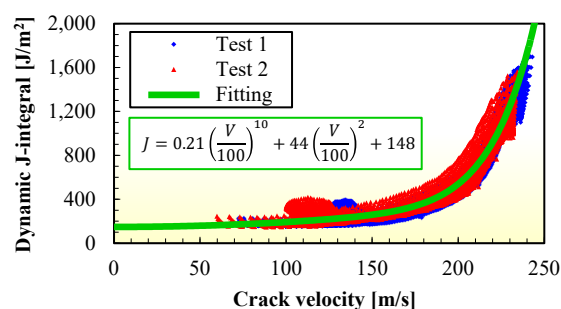


図-15 動的J積分－亀裂速度の関係とそれに基づく破壊のクライテリオン

Application phase analysisによって得られた高速亀裂伝播・停止挙動に関する予測結果と実験結果の比較を行うことで、開発したモデルの妥当性を検証した。

##### (2) 対象問題：PMMAを用いた高速亀裂伝播・停止試験

図-12にPMMAを用いた高速亀裂・停止実験の概要を示す。試験片は亀裂の伝播に伴い亀裂伝播駆動力が低下することが知られるDouble Cantilever Beam (DCB)試験片を採用した。切欠き近傍にはその開口変位を計測するためのクリップゲージを設置した。試験片上部に加工した穴に対して楔およびピンにより構成された治具に荷重を与えることで静的に開口強制変位を与えることで亀裂を発生・伝播させる。試験片は亀裂発生時の開口変位を変化させるため、0.8 mm (Test 1) および1.0 mm (Test 2) の2通りの切欠き半径を設定した。高速度カメラは NAC Image Technology社のMEMRECAM ACS-1を使用し、解像度:384 pixels ×1280 pixels、サンプリングレート:300,000 fpsの条件で計測を実施した。図-13にTest 1を対象とした高速度カメラによる計測例を示す。本研究で採用した実験設定により、詳細に亀裂前縁形状の推移を取得できた。

##### (3) Generation phase analysisによる破壊条件の決定

PMMAの高速亀裂伝播に対する破壊のクライテリオンを定量化するために、実施した高速亀裂伝播・停止実験を再現するためのGeneration phase analysisを実施した。亀裂発生時点のクリップゲージ開口変位を再現するようにピン穴位置に強制変位を与え、高速度カメラ計測によって

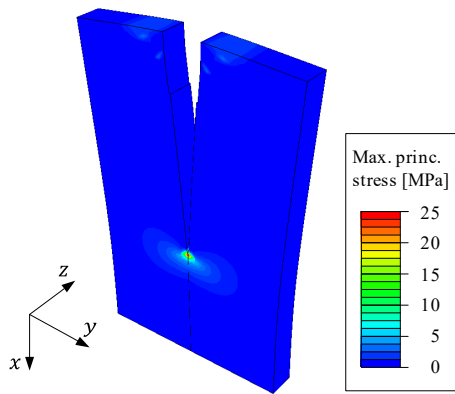


図-16 試験片全体の変形と応力分布の一例 (Test 1)

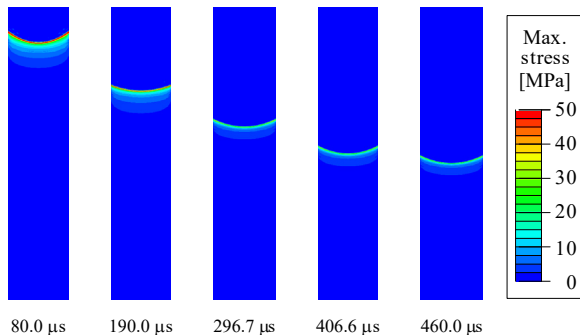


図-17 高速亀裂伝播に伴う応力分布の変化 (Test 1)

得られた亀裂前縁系形状の推移をローカルメッシュ更新と節点力解放法を組み合わせた高速亀裂伝播モデルで再現した(図-14)。Test 1およびTest 2のそれぞれに対して得られた亀裂速度・動的J積分の関係を図-15に示す。亀裂発生時点の開口変位および亀裂停止位置が異なるにもかかわらず、両実験結果は良い一致を示し、破壊のクライテリオンとしての妥当性が確認された。得られた結果に対し、動的J積分を亀裂速度 $V$ の関数として次式で定量化した。

$$J(V) = 0.21 \left( \frac{V}{100} \right)^{10} + 44 \left( \frac{V}{100} \right)^2 + 148 \quad (9)$$

#### (4) Application phase analysis による妥当性検証

式(9)で記述された破壊のクライテリオンに基づき、Test 1およびTest 2に対してそれぞれApplication phase analysisを実行した。試験片全体の変形と応力分布の1例を図-16に示す。また、高速度カメラ計測と同様の視野による亀裂伝播に伴う応力分布の推移を図-17に示す。

亀裂伝播に伴う亀裂伝播速度の推移および亀裂停止位置の実験結果および開発モデルによる予測結果を図-18に示す。実験結果では試験体の弾性振動に起因した亀裂伝播速度の振動が確認されるが、開発したモデルではその複雑な挙動を良好に再現することができた。さらに、最も重要な亀裂停止位置については最大誤差が1.2 mmという極めて良好な再現性を有することが示され、開発手法の3次元構造体中における高速亀裂伝播・停止モデルとしての妥当性が確認された。

#### 5. おわりに

本研究では、重合メッシュ法を基礎として、3次元構造

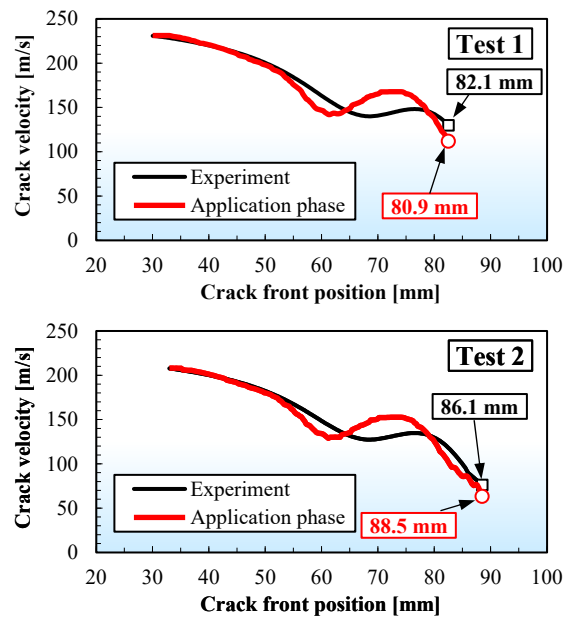


図-18 亀裂伝播に伴う亀裂伝播速度の推移および亀裂停止位置に関する実験結果および開発モデルによる予測結果の比較

体における高速亀裂伝播・停止現象を高精度・高効率に再現可能なモデルを提案した。無限体中の円形高速伝播亀裂を対象としたGeneration phase 解析による精度検証、弾性透明樹脂 (PMMA) を用いた高速亀裂伝播・停止実験を対象としたApplication phase解析による妥当性検証を行い、V&Vの両面からその有効性を確認した。

謝辞: 本研究は日本学術振興会科学研究費補助金(研究課題: 22H00242)により実施されたものである。

#### 参考文献

- [1] K. Kishi, Y. Takeoka, T. Fukui, T. Matsumoto, K. Suzuki, K. Shibamura, Dynamic crack propagation analysis based on the s-version of the finite element method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 366 (2020), 113091.
- [2] F. Yanagimoto, K. Shibamura, K. Suzuki, T. Matsumoto, S. Aihara, Local stress in the vicinity of the propagating cleavage crack tip in ferritic steel, *Materials & Design* 144 (2018), 361-373.
- [3] T. He, N. Mitsume, F. Yasui, N. Morita, T. Fukui, K. Shibamura, Strategy for accurately and efficiently modelling an internal traction-free boundary based on the s-version finite element method: Problem clarification and solutions verification, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 404 (2023), 115843.
- [4] K. Shibamura, K. Kishi, T. He, N. Morita, N. Mitsume, T. Fukui, S-version finite element strategy for accurately evaluating local stress in the vicinity of dynamically propagating crack front in 3D solid, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 399 (2022), 115374.