

拡張有限要素法を用いた繊維強化積層板の繊維うねり部 における損傷進展・強度評価解析

Damage Propagation and Strength Evaluation of Fiber Reinforced Laminates

with Fiber Waviness Using an Extended Finite Element Method Analysis

西岡貴優¹⁾, 樋口諒²⁾, 横関智弘³⁾

Takayu Nishioka, Ryo Higuchi and Tomohiro Yokozeki

1) 東京大学 工学系研究科 学生 (〒113-8654 東京都文京区本郷7-3-1, E-mail: nishioka-takayu687@g.ecc.u-tokyo.ac.jp)

2) 博(工) 東京大学 工学系研究科 特任准教授 (〒113-8654 東京都文京区本郷7-3-1,

E-mail: higuchi@aastr.t.u-tokyo.ac.jp)

2) 博(工) 東京大学 工学系研究科 准教授 (〒113-8654 東京都文京区本郷7-3-1,

E-mail: yokozeki@aastr.t.u-tokyo.ac.jp)

This study proposes a practical model for numerical analysis of the effect of fiber waviness on the mechanical properties of unidirectional carbon fiber-reinforced plastics (CFRPs). Transverse cracks, which are the primary fracture mode in CFRPs, are known to propagate along the fiber direction. Therefore, an XFEM-based method was introduced in this study to model the complex transverse crack geometry in FRPs with fiber waviness. Also, some other typical nonlinear behaviors of the CFRPs were modeled. The proposed model was validated via the comparison of numerical and experimental results, and the mechanism of strength decrease due to fiber waviness in CFRPs was investigated.

Key Words : CFRP, Fiber Waviness, XFEM

1. 緒言

炭素繊維強化熱可塑性樹脂(Carbon Fiber-Reinforced ThermoPlastic; CFRTP)は、高い生産性とリサイクル性を兼ね備えた材料として、航空宇宙分野をはじめとして様々な分野への利用が進んでいる。しかしながら、熱可塑性樹脂の成形挙動の複雑さゆえに、製造時の初期不整は不確定性が高く、大型部材への適用は未だ限定的である。その中でも、冷却時に成形型との熱膨張率の差などで生成される繊維うねりは、FRP部材の強度への影響が完全には解明されていない。これらの理由から、高い安全率を設定する必要があり、CFRTPの優位性である高い比剛性と比強度を活用しきれていない。そこで本研究では、繊維強化複合材料での繊維うねりの材料特性への影響に関する数値的な解析モデルを構築することを目的とする。

繊維強化複合材料は、負荷応力の状態により多様な破壊モードが生じ、各破壊モードを適切に扱ったモデルによる解析が求められる。特に、荷重方向と垂直に発生する層内き裂(トランスバースクラック)は、変位場の不連続性を再現しなければならない。一方向繊維強化材において、き裂は繊維うねりに沿って進展するため、通常FEMで繊維うねりを有する部材を解析するためには、き裂が進展しう要素周りのメッシュの幾何学的形状を工夫する必要がある。また、厚さ方向に繊維うねりの分布がある場合や、積層板において層間剥離を同時にモデル化する場合にはさらなる労力が必要となる。そこで本研究では、

メッシュと独立にき裂による変位の不連続性をモデル化することが可能な拡張有限要素法(eXtended Finite Element Method; XFEM)を用いた解析を行う。この他にも、第2章に示すような、FRPの種々の非線形モデルを導入する。

本研究では、面内繊維うねりを有する一方向繊維強化材の繊維方向の圧縮・引張負荷について強度解析を行い、先行研究[1,2]の実験値との比較により本モデルの妥当性を検証した。また、これらの負荷状態において、繊維うねりが強度低下に及ぼすメカニズムについて調査した。

2. 解析手法

(1) 繊維うねりの形状モデル

赤壁[1]による実験的観察に従い、繊維うねりの幾何学的形状を、

$$Y(x, y) = A_0 \cos^2 \left(\frac{\pi y}{2U_t} \right) \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \quad (1)$$

のような正弦波でモデル化する。なお各種定数は、 A_0 : うねりの振幅、 U_t : うねりの影響域幅、 λ : うねりの波長、である(Fig.1参照)。繊維うねりの強度への影響を及ぼすパラメータとして、うねりの最大振幅 $A_0^{\max}$ を用いて、

$$w = A_0^{\max} / \lambda \quad (2)$$

と表される繊維うねりの振幅波長比 w が知られており、本研究での繊維うねりの評価パラメータとして用いる。

また、繊維うねりによる初期不整角 θ および繊維含有率 v_f の分布は、該当材料の平均繊維含有率 $\bar{v}_f$ により、

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right), \quad v_f = \left(1 + \frac{\partial Y}{\partial y}\right)^{-1} \bar{v}_f \quad (3)$$

のように表すことができる。 $w = 0.06$ のときの初期不整角 θ および繊維含有率 v_f の分布をFig.2に示す。

これらのうねりパラメータから、初期不整角 θ について座標変換則を、繊維含有率 v_f について複合則を用いて、各要素での局所的な剛性行列を算出する。また、先行研究[3]に従い、繊維引張強度 X_T および圧縮強度 X_C はそれぞれ $v_f, 1/(1-v_f)$ に依存することから、要素ごとの強度を引張・圧縮強度の参照値 $\bar{X}_T, \bar{X}_C$ を用いて、式(4)のように表す。

$$X_T = \frac{v_f}{\bar{v}_f} \bar{X}_T, \quad X_C = \frac{1 - \bar{v}_f}{1 - v_f} \bar{X}_C \quad (4)$$

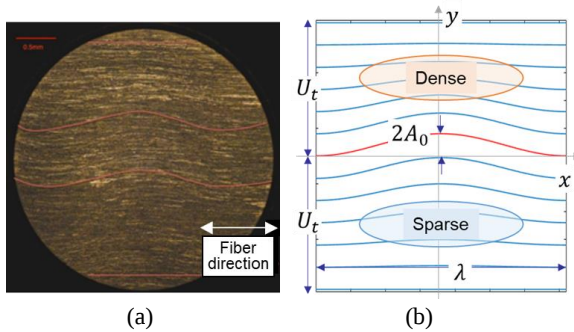


Fig.1 (a) Optical image[1], (b) Fiber waviness model

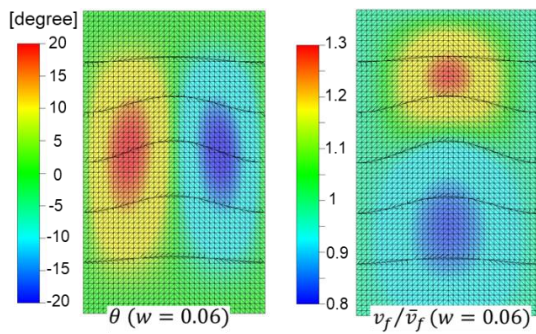


Fig.2 Distribution of θ and v_f ($w = 0.06$)

(2) マトリクス支配の破壊モデル

先述のとおり、繊維うねり近傍での層内き裂（トランスバースクラック）のモデル化の計算コスト低減のために、本研究では拡張有限要素法 (eXtended Finite Element Method; XFEM)[4, 5]を用いた解析を行う。また、き裂先端の塑性変形域をモデル化するために、結合力モデル (Cohesive Zone Model; CZM)[6]を併せて用いる。

二次元拡張有限要素法において、変位場の近似解は、

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I(\mathbf{x}) \mathbf{u}_I + \sum_J N_J(\mathbf{x}) g(\mathbf{x}) \mathbf{a}_J \quad (5)$$

と表される。ここで N_I 、 $\mathbf{u}_I$ はそれぞれ通常の FEM で用いられる形状関数と節点変位で、 $g(\mathbf{x})$ は解の特性を表す拡充関数、 $\mathbf{a}_J$ は拡充関数に対する追加の節点自由度である。なお、き裂による変位場の不連続性は、拡充関数としてヘビサイド関数

$$H(x) = \begin{cases} +1, & (x \geq 0) \\ -1, & (x < 0) \end{cases} \quad (6)$$

を用いることで表される。また、き裂の幾何学的形状のモデル化を簡略化するために、符号付距離関数 $\phi(\mathbf{x})$ を拡充関数の変数として用いるレベルセット法と、節点での近似解の修正のため、拡充関数の定数部分を移動させるシフティングを合わせて導入する。以上をまとめると、式(5)の近似解は、

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I(\mathbf{x}) \mathbf{u}_I + \sum_J N_J(\mathbf{x}) \left(H(\phi(\mathbf{x})) - H(\phi(\mathbf{x}_J)) \right) \mathbf{a}_J \quad (7)$$

のように書き直される。本研究では、二次元モデルを厚さ方向に押し出した準三次元モデルによる解析を行う。結合力モデルでは、界面要素の節点の相対変位に応じて、損傷変数 d_c を変化させることで結合力を減少させ、き裂先端の塑性域を表す。本研究では、混合モードでのき裂開口をモデル化可能な Camanho ら[6]の結合力モデルを導入する。き裂の発生条件は二次の結合力基準と、き裂の進展条件はエネルギー解放率のべき乗則を用いる。また、結合力低減の過程において、収束性改善のために Zig-Zag 軟化則 [7]を用いる。本モデルの概要図を Fig.3 に示す。

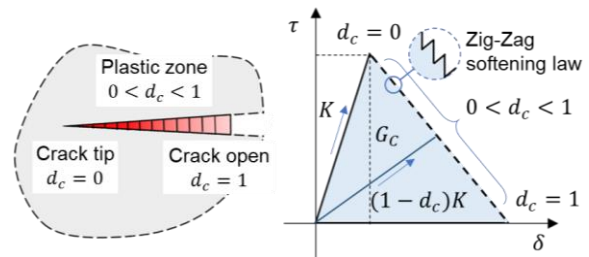


Fig.3 CZM around the crack tip

(3) 繊維支配の破壊モデル

高強度繊維と高剛性樹脂からなるCFRPは、繊維方向の圧縮負荷時に、主要な破壊モードとしてキンクバンドが現れることが知られている。これは、CFRPは健全材においても、初期製造時に理想的な一方方向の配向とはならず、初期状態で不整角を有するため、圧縮負荷時に不整角の拡大と局所的なせん断力が生じ、破壊に至るためである。そこで本研究では、初期不整角の存在を考慮した破壊基準としてLaRC03破壊基準[8]を採用した。また、エネルギー散逸に基づいた損傷進展をモデル化するために、連続体損傷力学(Continuum Damage Mechanics; CDM)モデル[9,10]を用いる。本モデルの概要図をFig.4に示す。

LaRC03破壊基準において、繊維方向の引張破壊は、局所座標系における応力場において、

$$FI_F^+ = \frac{\sigma_{11} - \nu_{12}\sigma_{22} - \nu_{13}\sigma_{33}}{X_T} \quad (8)$$

と表される。また、繊維方向の圧縮破壊は、繊維回転を考慮した局所的な繊維垂直方向応力 σ_{22}^m と繊維方向せん断応力 σ_{12}^m に着目することで、破壊靱性比を g として、

$$FI_F^- = \begin{cases} (1-g)\frac{\sigma_{22}^m}{Y_T} + g\left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}^m}{S_L}\right)^2, & (\sigma_{22}^m \geq 0) \\ \left\langle \frac{|\sigma_{12}^m| + \eta^L \sigma_{22}^m}{S_L} \right\rangle, & (\sigma_{22}^m < 0) \end{cases} \quad (9)$$

と表すことができる。ここで、 η^L は繊維方向の圧縮強度 Y_C 、せん断強度 S_L 、樹脂破壊面角度 α_0 を用いて、

$$\eta^L = -\frac{S_L \cos(2\alpha_0)}{Y_C \cos^2 \alpha_0} \quad (10)$$

と表される。LaRC03破壊基準において、健全材の初期不整角 φ_0 は、 G_{12} をせん断剛性として、

$$\varphi_0 = \left(1 - \frac{X_C}{G_{12}}\right) \tan^{-1} \left(1 - \frac{\sqrt{1 - 4\left(\frac{S_L}{X_C} + \eta^L\right)\frac{S_L}{X_C}}}{2\left(\frac{S_L}{X_C} + \eta^L\right)}\right) \quad (11)$$

と定義される。本研究では、繊維うねりの無い要素では、 φ_0 を初期不整角として用いる。

連続体損傷力学モデルでは、上記の破壊判定による要素の破壊開始から、最終破壊に至るまでの破壊進展による剛性低減を、損傷変数 d_k を用いてモデル化する。本研究では、最終破壊ひずみの要素寸法依存性を回避するた

め、Pinhoら[9,10]が提案するSCM (Smeared Crack Model)を導入する。また、剛性低減の過程において、収束性改善のためにZig-Zag軟化則[7]を用いる。

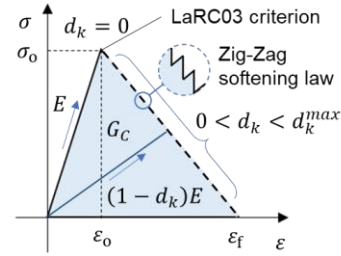


Fig.4 CDM with LaRC03 criteria

3. 解析

(1) 解析条件

解析モデルの寸法は Fig.5 に示す通りである。なお、 d はうねり影響厚さであり、赤壁[1]による実験の観察に従い、うねりの振幅 A_0 はモデルの表面からうねり影響厚さ d まで線形に減少するように設定した。

積層板内で内部損傷は繊維うねり近傍で開始されるという予測のもと、本解析では Fig.5 に示されるような周期的な繊維うねりの分布を仮定した。均質化した強度を評価するために、代表体積に対して吉田ら[11]が提案するキ一自由度を用いた周期的境界条件によって、巨視的な曲率 $K \cdot$ ひずみ E を課すことで、巨視的な合モーメント $M \cdot$ 合応力 N を算出した。実験値との比較のために Fig.6 のように、繊維うねり部の圧縮破壊解析は純曲げによる解析を、引張破壊解析は純引張による解析を行った。なお、両解析において層間剥離は考慮していない。

解析ツールは、長嶋ら[12]の提案する準三次元拡張有限要素法解析に基づく。圧縮解析では表面からうねり影響厚さ d まで、引張解析では全領域に関して、各層の xy 面に面内き裂を5本ずつ繊維うねりに沿ってモデル化した。

その他、材料(MCP1223)の諸元は Table.1 の通りである。

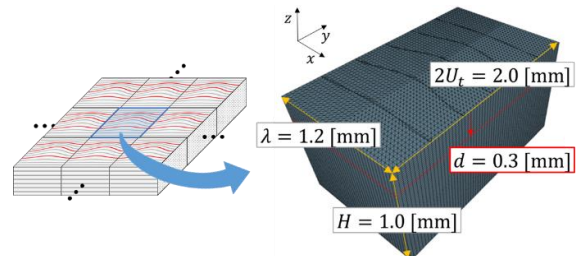


Fig.5 Periodic boundary condition and unit cell

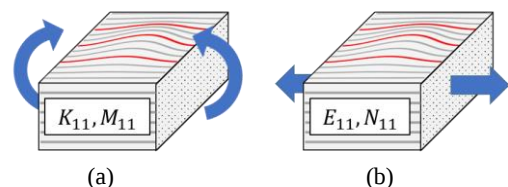


Fig.6 (a) Compressive analysis, (b) Tensile analysis

Table.1 Material properties (MCP1223)

Average fiber fraction $\bar{v}_f$ [3]	0.65
Fiber properties [3]	
Longitudinal Young's modulus E_{11}^f	240 GPa
Transverse Young's modulus E_{22}^f	18.6 GPa
Poisson's ratio ν_{12}^f	0.29
Shear modulus G_{12}^f	100 GPa
Matrix properties [3]	
Young's modulus E^m	4.5 GPa
Poisson's ratio ν^m	0.3
Shear modulus G^m	1.73 GPa
Failure properties [1] ([2] for X_T)	
Longitudinal compressive strength X_C	1530 MPa
Longitudinal tensile strength X_T	2880 MPa
Transverse compressive strength Y_C	280 MPa
Transverse tensile strength Y_T	91 MPa
Longitudinal shear strength S_L	80 MPa

(2) 解析結果

Fig.6 のように $w = 0.00, 0.01, 0.06$ (圧縮) および $w = 0.00, 0.01, 0.03$ (引張) のとき、解析結果 (巨視曲率 $K \cdot$ ひずみ E と、巨視合モーメント $M \cdot$ 合応力 N の関係) は、Fig.7 のようになった。なお、解析は初期荷重低下 (5%の荷重低下) まで行った。

この結果から、圧縮・引張双方で、繊維うねりにより、剛性 (Fig.7 の傾き) と強度 (初期荷重低下時の荷重) の低減が生じ、 w が大きいほどその影響が大きくなることが示された。

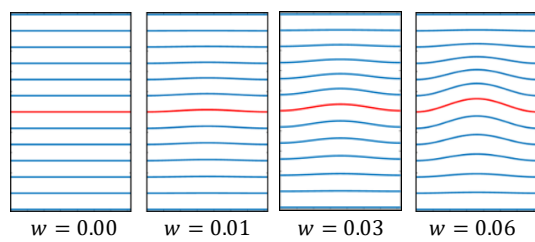
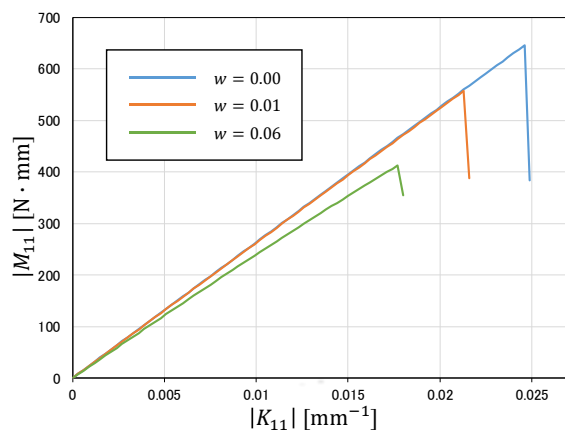
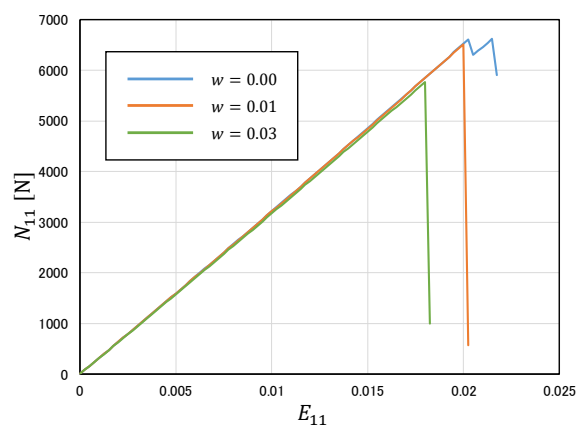


Fig.6 Fiber waviness geometry



(a) Compressive analysis



(b) Tensile analysis

Fig.7 Load-displacement relations

(3) 妥当性検証

解析の妥当性を検証するために、圧縮破壊に関しては赤壁[1]による四点曲げ試験の実験結果との比較を行った。また、引張破壊に関しては田中[2]による引張試験の実験結果との比較を行った。それぞれ結果は Fig.8 のようになった。なお、 σ_b は初期破壊時の繊維うねり面の換算応力であり、曲げ解析では初期破壊時 (Fig.7 での初期荷重低下時) の巨視的な合モーメント M_b を用いて、

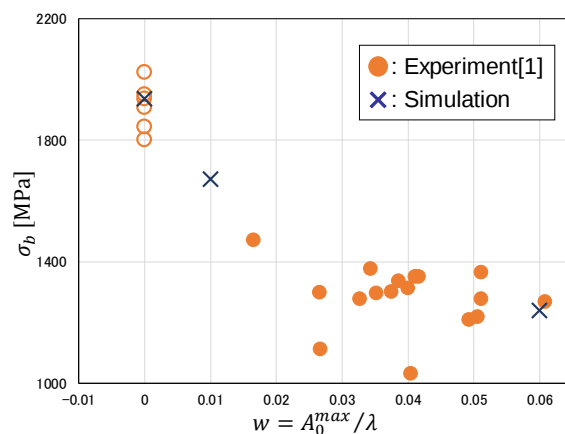
$$\sigma_b = 3M_b / U_t H^2 \quad (12)$$

と表され、引張解析では初期破壊時 (Fig.7 での初期荷重低下時) の巨視的な合モーメント N_b を用いて、

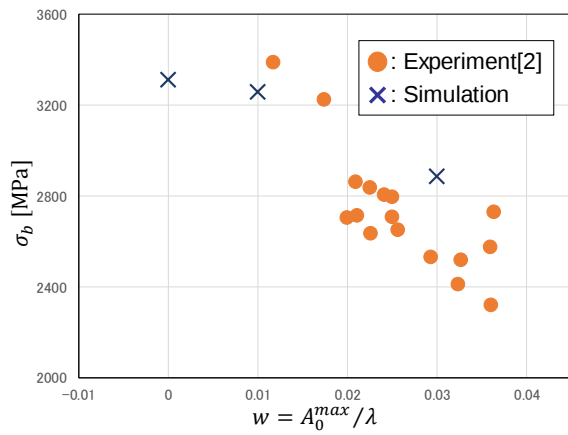
$$\sigma_b = N_b / 2U_t H \quad (13)$$

と表される。

圧縮解析の結果は実験値とよく一致し、本解析モデルの妥当性が確認された。しかしながら、引張解析の結果は実験値に比べ、 $w = 0.03$ において強度を過大評価してしまっていた。



(a) Compressive analysis



(b) Tensile analysis
Fig.8 Comparison with experimental data

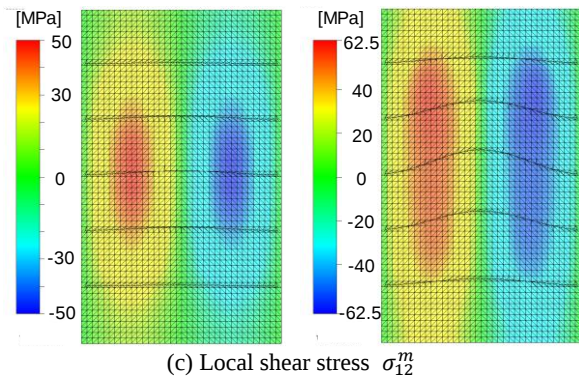
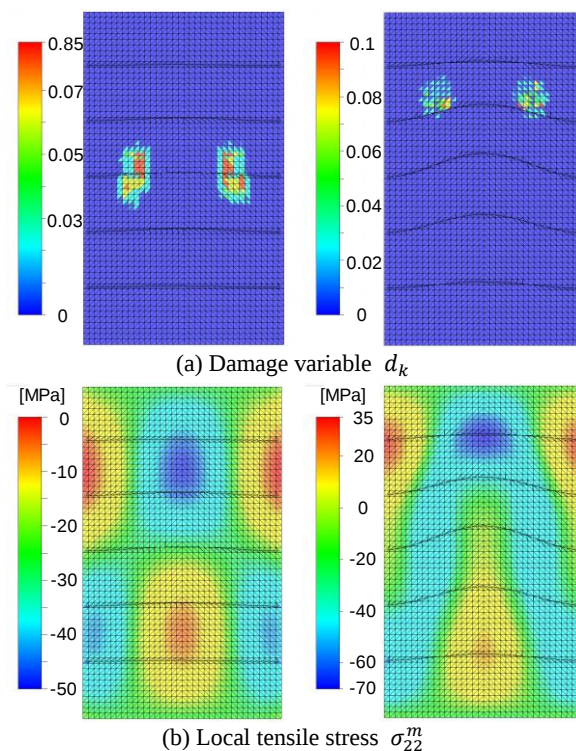
4. 考察

(1) 繊維方向圧縮強度

繊維うねりが小さい ($w = 0.01$) 場合と、繊維うねりが大きい ($w = 0.06$) 場合の、繊維うねりの強度低下を及ぼすメカニズムを比較する。

a) 初期損傷

曲げ解析での初期損傷は、繊維うねりの振幅波長比 w の大きさに依らず、キックバンド形成により発生した。損傷発生時の圧縮側表面での、キックバンド形成に関する損傷変数 d_k および局所応力場 σ_{22}^m , σ_{12}^m は Fig.9 のようになった。これらの結果から、繊維うねりによって引き起こされる特異なせん断応力場が大きい領域において、キックバンド損傷が開始されることが示された。また、 w が大きくなるほど、このせん断応力は大きくなり、初期損傷の強度を低減させることが示された。

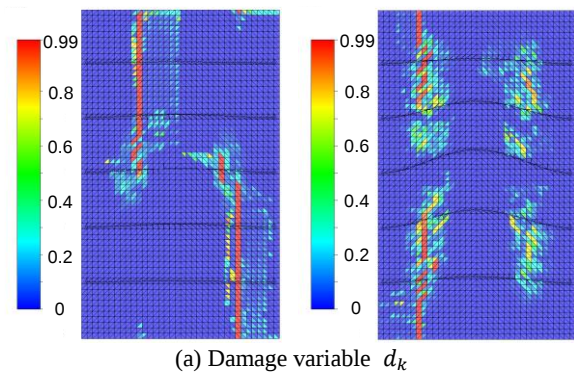


(c) Local shear stress σ_{12}^m
Fig.9 Damage initiation under compression load
(Left) $w = 0.01$, (Right) $w = 0.06$

b) 損傷進展挙動

損傷進展モードの比較のために、初期破壊時 (Fig.7 で初期荷重低下時) のキックバンド形成に関する損傷変数 d_k とし裂進展の様子を Fig.10 に示す。この結果から、繊維うねりの振幅波長比 w が小さい場合にはキックバンドが、 w が大きい場合にはキックバンドが支配的な破壊モードであることが分かった。これは、 w が大きい場合には、繊維うねりによるせん断応力と不整角の拡大に加え、それにより生じるキックバンド進展の連成によりさらにせん断応力場が拡大し、面内き裂が生じやすくなるためである。

また、初期損傷時と初期破壊時の曲率変化から、 w が小さい場合には ($K_{11} = 0.0207 [\text{mm}^{-1}] \rightarrow 0.0216 [\text{mm}^{-1}]$)、即時的に損傷が進展し破壊に至るのに対して、 w が大きい場合には ($K_{11} = 0.0129 [\text{mm}^{-1}] \rightarrow 0.0186 [\text{mm}^{-1}]$)、漸次的に損傷が進展することが示された。これは、 w が小さい場合には、キックバンドにより損傷が進展するため、損傷が開始された要素は繊維方向の剛性低減により周辺の負担応力を増大させ、周辺の要素の損傷を誘起するためであると考えられる。これに対し、 w が大きい場合には、き裂進展により損傷が進展するため、繊維方向の剛性の低減が生じず、これらの要素は弾性変形を保ち、応力を受け持つことができるためであると考えられる。



(a) Damage variable d_k

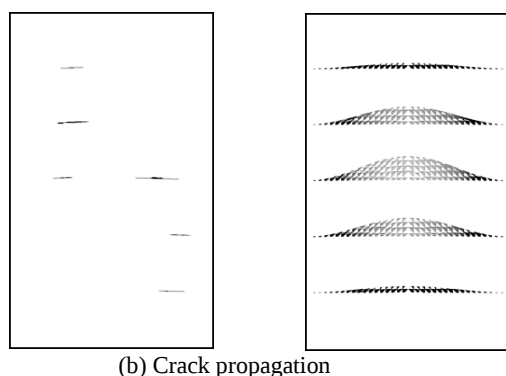


Fig.10 Failure initiation under compression load
((Left) $w = 0.01$, (Right) $w = 0.06$)

(2) 繊維方向引張強度

Fig.11に引張破壊時における、 $w = 0.03$ での局所的な繊維方向応力 σ_{11} とき裂進展を示した。これより、引張方向の負荷において w が大きいときは、負荷方向にき裂が発生し、繊維うねり部周辺の荷重負担を増大させることで強度を低下させることが示された。しかしながら、本稿の解析では繊維うねり部周辺のみをモデル化していたため、き裂による強度低下を完全には評価しきれていなかったと考えられる。これらの解析は今後の課題としたい。

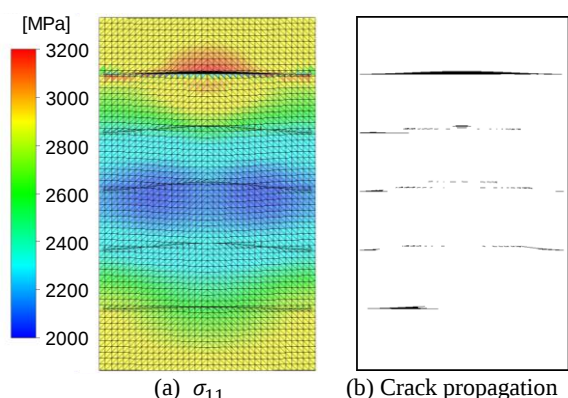


Fig.11 Failure initiation under tensile load

5. 結言

本研究は、面内繊維うねりを有する一方向繊維強化材の材料特性への影響を調査するための数値解析モデルを構築した。繊維方向の圧縮・引張について強度解析を行い、実験値との比較により解析モデルの妥当性検証した。また、これらの負荷状態において、繊維うねりが強度低下に及ぼすメカニズムについて調査した。その結果、圧縮・引張強度はともに、 w が大きいほど強度を低減させることが明らかになった。圧縮負荷下では、 w が小さいときにはキンクバンドが支配的な破壊モードで、損傷進展は即時的であるのに対し、 w が大きいときには層内き裂が支配的な破壊モードで、損傷進展は漸次的であることが明らかになった。引張負荷下では、 w が大きいときは負荷方向のき

裂が発生し、周辺の過重負担を増大させることで強度を低下させることが分かった。

本研究での提案手法は、拡張有限要素法を用いた解析により、FRPにおける繊維うねりの効率的なモデル化が可能となる。これにより、繊維うねりを有する複雑な形状のCFRPの解析や、他の破壊モードとの連成を可能にするを考える。これらを今後の課題としたい。

参考文献

- [1] 赤壁孝太郎: 繊維うねりが一方向繊維強化複合材料の強度に及ぼす影響, 東京大学大学院修士論文, 2016.
- [2] 田中宏明: 一方向繊維強化複合材料の引張強度に繊維うねりが及ぼす影響, 東京大学大学院修士論文, 2014.
- [3] 竹村英俊: 一方向繊維強化複合材料における面内繊維うねりの生成条件と曲げ強度に対する影響, 東京大学大学院修士論文, 2018.
- [4] Moës, N. et al.: A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.46, pp.131–150, 1999.
- [5] Belytschko, T. and Black, T.: Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.45, pp.601–620, 1999.
- [6] Camanho, P.P. and Dávila, C.G.: Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials, NASA/TM-2002-211737, 2002.
- [7] Ridha, M. et al.: Modelling complex progressive failure in notched composite laminates with varying sizes and stacking sequences, *Compos. Part A*, Vol.58, pp.16-23, 2014.
- [8] Dávila, C.G. and Camanho, P.P.: Failure Criteria for FRP Laminates in Plane Stress, NASA/TM-2003-212663, 2003.
- [9] Pinho, S.T. et al.: Physically-based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking: Part I: Development, *Compos. Part A*, Vol.37, pp.63-73, 2006.
- [10] Pinho, S.T. et al.: Physically based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking. Part II: FE implementation, *Compos. Part A*, Vol.37, pp.766-777, 2006.
- [11] Y oshida, K. and Nakagami, M.: Numerical analysis of bending and transverse shear properties of plain-weave fabric composite laminates considering intralaminar inhomogeneity, *Adv. Compos. Mater.*, Vol.26, pp.135-156, 2016.
- [12] Nagashima, T. and Sawada, M.: Development of a damage propagation analysis system based on level set XFEM using the cohesive zone model, *Comput. Struct.*, Vol.174, pp.42–53, 2016.