

# 拡張有限要素法（XFEM）による疲労き裂進展解析

Fatigue crack growth analysis by extended finite element method (XFEM)

王兵<sup>1)</sup>, 石川覚志<sup>2)</sup>

Bing Wang and Satoshi Ishikawa

1) 株式会社IDAJ (〒220-8137 横浜市西区みなとみらい 2-2-1-1-37F, E-mail: wang.bing@idaj.co.jp)

2) 博(工) 株式会社IDAJ (〒650-0001 神戸市中央区加納町4-4-17, E-mail: ishikawa.satoshi@idaj.co.jp)

We took out a partial cross-section of a metal pressure vessel and analyzed the cracks. The analysis was performed in two stages (2 steps). As for crack initiation, the initial crack was calculated at the same time as identifying the location of the fracture based on the threshold of fracture energy. In the next step, crack propagation due to cyclic loading based on the Paris law was expressed. We used enrichment elements for visualization in result processing.

**Key Words :** XFEM, Crack, Fatigue, Enrich Element, Finite Element Method

## 1. はじめに

XFEMを利用したき裂の発生・進展解析は有効に行われておらず、それらは一般に大荷重による脆性破壊を対象としている。しかし、実用的な観点からは弾性域内の小荷重による繰り返し疲労によるき裂進展は重要な課題である。本論文では線形弾性破壊力学に基づいたパリス則とXFEMを組み合わせて、小荷重の繰り返しによるき裂の発生から進展まで一連の現象を解析する方法及びき裂長さの定量的な評価方法を紹介する。

## 2. 金属製圧力容器の疲労き裂進展解析

### (1) 解析モデル

金属で作られる圧力容器の場合、繰り返し圧力荷重によって、き裂が発生し進展する可能性がある。本解析では圧力容器の断面の一部を抽出して、図-1に示す2次元軸対称モデルでの検討を行った。

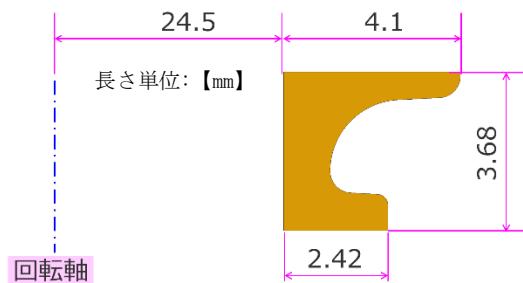


図-1 解析モデル

表-1 材料物性

材料名	S45C
ヤング率	210000 [MPa]
ポアソン比	0.3

### (2) 解析プロセス

解析のプロセスとしては、2ステップによって、解析を行った。ステップ1では、き裂の発生箇所と初期き裂の発生を解析する。ここでは、予め指定したき裂の使用ではなく、応力結果に依存する初期き裂を求める。ステップ2では、ステップ1で計算された初期き裂に沿って、繰り返し圧力荷重によるき裂の進展を解析する。

### (3) 解析条件

拘束条件を図-2に、荷重条件を図-3に示す。ステップ1では初期き裂を得るために190MPaの圧力を与え、ステップ2以降で500MPaの繰り返し荷重を与えた。

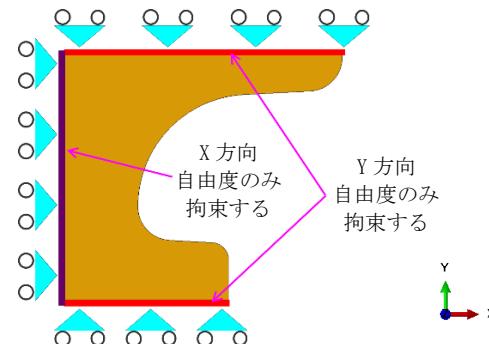


図-2 拘束条件

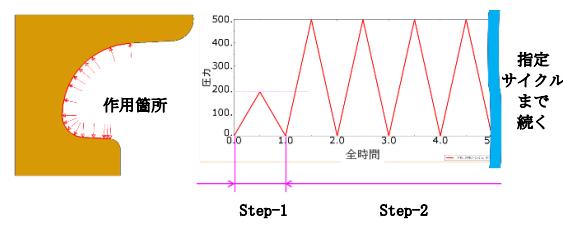


図-3 荷重条件

#### (4) き裂発生及びき裂進展

##### a) き裂発生基準

本解析では、最大主応力を基準とした、式(1)に示す  $f = 1$  となった時に、損傷が発生する。

$$f = \begin{cases} (\sigma_{max}) \\ \sigma_{max}^0 \end{cases} \quad (1)$$

ここで、分母の  $\sigma_{max}^0$  は最大許容主応力を表す。分子は次式で示すマコーレーの括弧による最大応力である。

$$\langle \sigma_{max} \rangle = \begin{cases} 0, \sigma_{max} < 0 \\ \sigma_{max}, \sigma_{max} \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

本解析における最大許容主応力は、 $\sigma_{max}^0 = 80$  [MPa] とした。

##### b) 初期き裂の進展

力-分離粘着挙動による式(3)に示すエネルギーに基づくべき乗形式の基準を適用した。

$$\left\{ \frac{G_I}{G_{Ic}} \right\}^a + \left\{ \frac{G_{II}}{G_{IIc}} \right\}^a + \left\{ \frac{G_{III}}{G_{IIIc}} \right\}^a = 1 \quad (3)$$

ここで、 $G_I$ ,  $G_{II}$ ,  $G_{III}$  はそれぞれ、モード I, II, III におけるエネルギー解放率である。これらに対応する破壊エネルギー（臨界エネルギー解放率）は分母の  $G_{Ic}$ ,  $G_{IIc}$ ,  $G_{IIIc}$  となり、材料特性に依存して、実験によって得られる材料パラメータである。 $a$  はべき乗の指指数パラメータで、通常 1 とする。

本解析において、破壊エネルギーパラメータを次のように設定した。

- $G_{Ic} = 0.0422$  [mJ/mm<sup>2</sup>]
- $G_{IIc} = 0.0422$  [mJ/mm<sup>2</sup>]
- $G_{IIIc} = 0.0$  [mJ/mm<sup>2</sup>] (軸対称モデルのため)

##### c) 繰り返し荷重によるき裂の進展

線形弾性破壊力学(LEFM)による式(4)に示すエネルギーに基づくべき乗形式の基準を適用した。

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equivc}} = \left\{ \frac{G_I}{G_{Ic}} \right\}^{am} + \left\{ \frac{G_{II}}{G_{IIc}} \right\}^{an} + \left\{ \frac{G_{III}}{G_{IIIc}} \right\}^{ao} \quad (4)$$

ここで、 $G_{equiv}$  は、相当ひずみエネルギー解放率、 $G_{equivc}$  は、臨界相当ひずみエネルギー解放率である。 $G_I$ ,  $G_{II}$ ,  $G_{III}$  及び  $G_{Ic}$ ,  $G_{IIc}$ ,  $G_{IIIc}$  は式(3)と同じである。 $am$ ,  $an$ ,  $ao$  はべき乗の指指数パラメータで、本解析では、1とした。

荷重の繰り返し回数  $N$  と相対破壊エネルギー解放率  $\Delta G$  の関連付けについて、疲労き裂進展解析では、疲労き裂の進展開始基準は、 $\Delta G$  によって特徴付けられる。

$$f = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \geq 1 \quad (5)$$

ここで、 $c_1$ ,  $c_2$  は材料定数で、 $N$  はサイクル数である。上式が満たされる場合、き裂進展が開始する。

更に、き裂進展長さと繰り返し回数の関連付けについて、式(6)に示す Paris 則に基づくことになる。

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4} \quad (6)$$

ここで、 $a$  はき裂進展長さで、 $da/dN$  がき裂進展速度となる。 $c_3$ ,  $c_4$  は材料定数である。

本解析においては、材料定数を次のように設定した。

$$\cdot c_1 = 0.5 \text{ [cycles/MPa}^{-0.1}\text{]}$$

$$\cdot c_2 = -0.1 \text{ [-]}$$

$$\cdot c_3 = 4.8768E-6 \text{ [mm/cycles/MPa}^{1.15}\text{]}$$

$$\cdot c_4 = 1.15 \text{ [-]}$$

#### (5) 解析結果

主要な解析結果を以下に示す。

##### a) 応力コンター図

き裂様子がエンリッヂ要素によって表現される。図-4に示すのは、最終荷重サイクルにおける開口状態のミーゼス応力コンター図である。変形倍率を100倍とした。

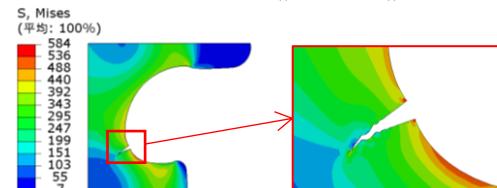


図-4 ミーゼス応力コンター図

##### b) 接触圧コンター図

Abaqusは、接触関連の計算を表現するために、き裂したエンリッヂ要素の表面に「表面要素」が生成されて、その表面要素によって、接触計算が行われる。

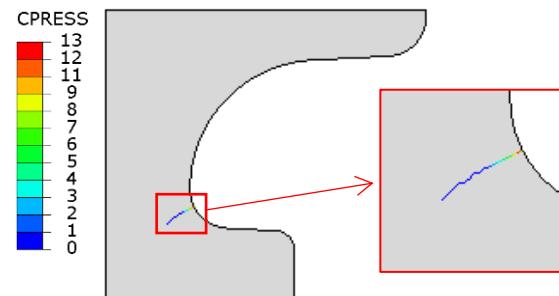


図-5 接触コンター図

##### c) サイクル回数とき裂長さの定量関係

Abaqusでは、エンリッヂ要素によるき裂の距離を測ることができないが、表面要素の節点の座標値出力結果によって、き裂長さと繰り返し回数によるおおよその関係を調べることができる。繰り返し数とき裂長さの結果を図-6に示す。

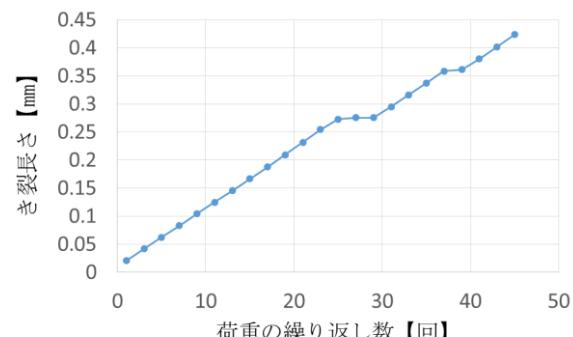


図-6 サイクル回数とき裂長さグラフ

### 3. おわりに

XFEMを適用したAbaqusでは、エンリッヂ要素によって、き裂可視化の表現が可能となり、且つ、接触計算に使用される「表面要素」の節点位置を調べることによって、き裂の長さと回数のおおよその定量関係の測定が可能となつた。

しかし、実際の応用のレベルにおいては、き裂進展長さと繰り返し回数について、計算結果がFEMのメッシュ密

度や分割パターンに依存しがちであり、それによる計算不安定となる場合がある。

また、試験による材料のエネルギー解放率などの測定データの入手は非常に困難でおり、疲労を含めた破壊パラメータの整備が望まれる。

### 参考文献

- [1] Abaqus Analysis User's ガイド