

# 粒子法による半解像型連成モデルの開発 および地盤の内部侵食解析への適用

Semi-resolved coupling model using particle methods  
and its application to the simulation of internal erosion in soil

辻勲平<sup>1)</sup>, 浅井光輝<sup>2)</sup>, 笠間清伸<sup>3)</sup>

Kumpei Tsuji, Mitsuteru Asai and Kiyonobu Kasama

1) 博(工) 東北大学 大学院工学研究科 助教

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail: kumpei.tsuji.e1@tohoku.ac.jp)

2) 博(工) 九州大学 工学研究院 社会基盤部門 准教授

(〒819-0395 福岡市西区元岡744, E-mail: asai@doc.kyushu-u.ac.jp)

3) 博(工) 九州大学 工学研究院 社会基盤部門 教授

(〒819-0395 福岡市西区元岡744, E-mail: kasama@civil.kyushu-u.ac.jp)

The present study aims to realize a numerical simulation of internal erosion caused by the complex interaction between the soil and seepage flow with a particle size distribution. We propose a semi-resolved coupling model, a hybrid type combining conventional unresolved and resolved coupled models in the framework of the particle method (ISPH-DEM). The applicability of the proposed model to internal erosion analysis is demonstrated through numerical experiments using a particle layer with vertical upward flow.

**Key Words :** ISPH, DEM, Semi-resolved coupling model, Internal erosion

## 1. はじめに

地盤内部の浸透流によって引き起こされる「内部侵食」は、津波や豪雨などの自然災害時の地盤の崩壊を助長し、インフラの不具合を引き起こしている。この現象は、地盤に潜在する水みち(孔や亀裂などの弱部)の流れによって小さな土粒子が移動・流失することで侵食域が拡大し、徐々に地盤の緩みや崩壊を誘発する。内部侵食は、粒子スケールの観察や計測が極めて困難なことも相まって未解明な点が多く残される。今後、内部侵食による地盤全体の不安定化との関連性を定量的に評価するには、仮想的な数値実験による微視的な分析が可能な数値シミュレーションが有効な手段になり得る。

内部侵食の数値シミュレーションを行うには、土粒子と間隙水の相互作用を適切にモデル化した上で、侵食に伴う土粒子の移動まで表現可能な連成解析が必要である。この連成方法は、詳細な流れと流体力の算出が可能な「解像型連成モデル」と、半経験的な抗力・浸透流モデルに基づく「非解像型連成モデル」に大別される。ただし、既往の研究により、両者は粒子と流体の空間解像度の比から適切に判断すべきとの指標が示されている[1,2]。ただし、地盤を構成する膨大な土粒子に対する解像型連成モデルの適用は計算コスト面から非現実的であり、半経験的な非解像型連成モデルでは、本研究が対象とする内部侵食などの局所的な破壊の表現が困難である[3]。そのため、計算精度と効率の両者を満足する新たな連成計算モデル

の構築が望まれる。

本研究では、流体解析にはISPH (Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics)、土粒子には個別要素法DEM (Discrete Element Method)を適用し、内部侵食プロセスにおける土粒子の移動を直接表現可能な流体-地盤連成シミュレータを構築する。そして、鉛直上昇流が作用する粒子層を用いた数値実験を通して、従来の連成モデルの適用限界を把握するとともに、それらを適切に組み合わせた新たな解像型・非解像型ハイブリッドタイプの半解像型連成モデルを提案する。

## 2. 計算手法

図-1には、提案する解像型・非解像型ハイブリッドタイプの半解像型連成モデルの概念図を示した。提案モデルモデルでは、平均粒径以上の大きな粒子(粗粒子)は、地盤内部の間隙流の流れに大きく影響を与えると考え、解像型連成モデルを適用する。一方で、平均粒径以下の小さな粒子(細粒分)に対しては、その形状が流れに与える影響は少なく、流体に押し流されるように挙動を示すことを想定し、非解像型連成モデルを適用する。

### (1) ISPHによる流体解析

地盤内部の流体は、間隙率をパラメータとして抵抗力を変化させるDarcy-Brinkman型支配方程式に従うものとし、これを安定化ISPH法[4]によって解く。

$$\begin{aligned} \frac{C_r(\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{D\bar{\mathbf{v}}_f}{Dt} &= -\frac{1}{\rho_f} \nabla P + \mathbf{g} + \nu_E(\varepsilon) \nabla^2 \bar{\mathbf{v}}_f \\ &\begin{cases} -a(\varepsilon)\varepsilon \mathbf{v}_r - b(\varepsilon)\varepsilon^2 |\mathbf{v}_r| \mathbf{v}_r & (\varepsilon < 0.8) \\ -c(\varepsilon)|\mathbf{v}_r| \mathbf{v}_r & (\varepsilon \geq 0.8) \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\frac{D\bar{\rho}_f}{Dt} + \bar{\rho}_f \nabla \cdot \left( \frac{\bar{\mathbf{v}}_f}{\varepsilon} \right) = 0 \quad (2)$$

ここで  $P, \mathbf{g}, \rho_f, \mathbf{v}_f, \mathbf{v}_r, C_r$  はそれぞれ、圧力、重力加速度、流体密度、流体速度、仮想質量係数、有効粘性係数を表す。 $\varepsilon$  は地盤の間隙率を示し、計算対象のSPH粒子の影響域内に入っているDEM粒子の総体積から数値的に求める。この間隙率を用いて、ダルシー流速  $\bar{\mathbf{v}}_f = \varepsilon \mathbf{v}_f$  及び地盤内の見かけの流体密度  $\bar{\rho}_f = \varepsilon \rho_f$  を得る。また、 $a, b, c, \nu_E$  は抵抗係数、粘性係数を示す。式(1)は間隙率  $\varepsilon$  をパラメータとして、地表流と浸透流の両方に応する式となり、影響範囲内に土粒子が一つもない場合 ( $\varepsilon = 1$ ) は純粋なNavier-Stokes方程式となる。一方、影響範囲内に土粒子が存在する場合 ( $\varepsilon < 1$ )、右辺第4項以降の抵抗力項が作用する拡張ダルシー則に収束する。ここで、土粒子が密集した領域 ( $\varepsilon < 0.8$ ) と疎な領域 ( $\varepsilon \geq 0.8$ ) で、流体に作用する抵抗力項を切り替える。この際、この抵抗力は流体と土粒子の相互作用力となり、流体と土粒子の相対速度  $\mathbf{v}_r$  により各相に伝わる力を評価する。これにより、流体は粗粒子を移動壁境界として避けて流れ、小粒子が集まった部分は多孔質体として平均的な浸透流として透過する事となる。

## (2) DEMによる土粒子の挙動解析

本研究では、土粒子の挙動をDEMで表現する。次章の内部侵食の数値実験において、小粒子は球形DEM粒子で表現し、各粒子・計算ステップごとに下の運動方程式を解くことで挙動を表現する。

$$m_s \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = m_s \mathbf{g} - \nabla P V_s + \mathbf{f}_d + \sum \mathbf{f}_c \quad (3)$$

$$I \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \sum \mathbf{m}_c - \mathbf{m}_r \quad (4)$$

ここで、 $m_s, V_s, -\nabla P V_s, \mathbf{f}_d, \mathbf{f}_c$  はそれぞれDEM粒子の質量、体積、浮力、抗力、土粒子同士の接触力を示す。接触力には、一般的なDEMで用いられるバネ・ダッシュポットモデルを採用し、接触および摩擦を表現する。また、流体との相互作用力となる抗力  $\mathbf{f}_d$  は、流体粒子の抵抗力の反作用として作用する。回転運動方程式における  $I, \boldsymbol{\omega}_s, \mathbf{m}_c$  は、球形粒子の慣性モーメント、角速度、接触力（接線成分）によるトルクを示す。また、凹凸形状の土粒子が持つ転がり抵抗を、純粋な球形粒子により表現するため、転がり摩擦  $\mathbf{m}_r$  を考慮した。

また、流体の流れに強く影響を与える粗粒子は、複数の球形の粒子を結合して形状を表現し、次式に示す運動方程式を解くことによって、流体に対する移動壁境界として扱う。

$$M \frac{d\mathbf{V}}{dt} = M\mathbf{g} + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_f \quad (5)$$

$$\frac{d(I\boldsymbol{\Omega})}{dt} = \mathbf{M}_c + \mathbf{M}_f \quad (6)$$

ここで、 $M, I, \mathbf{V}, \boldsymbol{\Omega}$  はそれぞれ剛体（粗粒子）の質量、慣性テンソル、速度、角速度を示す。 $\mathbf{F}_c, \mathbf{M}_c, \mathbf{F}_f, \mathbf{M}_f$  は剛体に作用する土粒子との接触力、接触によるトルク、流体粒子から作用する流体力、流体力によるトルクを示す。ここで、粗粒子と流体間に生じる相互作用力、KoshizukaらのPMSモデル[5]に基づいた計算を行う。各粒子間の接触は、通常のDEMで接触・摩擦計算を行い、粗粒子の運動は、クラスターDEM（複数の球形粒子を結合して複雑形状を表現するモデル）による剛体解析を行う。なお、剛体の回転運動に関しては、四元数（quaternion）による定式化を用いて計算を行った。

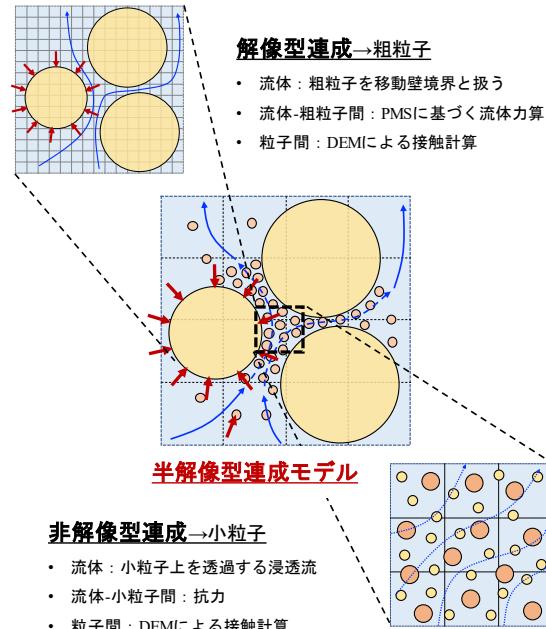


図-1 半解像型連成モデルの概略図

## 3. 内部侵食の数値実験

### (1) 解析モデル・解析条件

本研究では、提案手法の内部侵食の特徴の表現性能を確認することに注力し、二極化した極端なギャップを持つ粒度分布の粒子層の底部から流体を一定流速で流入させて内部侵食を発生させる2次元の数値実験を実施した。図-2には解析モデル、表-1には解析条件を示した。ここでは、流入速度  $v_{in}$  による内部侵食プロセスの違いを確認するため、 $v_{in} = 0.5, 2.0 \text{ cm/s}$  で地盤底部のISPHの流体粒子に強制的に鉛直上向きの流速を与えて流入し続ける。なお、上昇した流体粒子は、水槽内部に配置した2枚の壁の外部から底部へと戻り、再び地盤内部へと流入させる循環機構を作成した。解析ケースとして、(a)全体に非解像型連成モデルを適用した場合と、提案する(b)半解像型連成モデルを適用した場合の比較を行った。

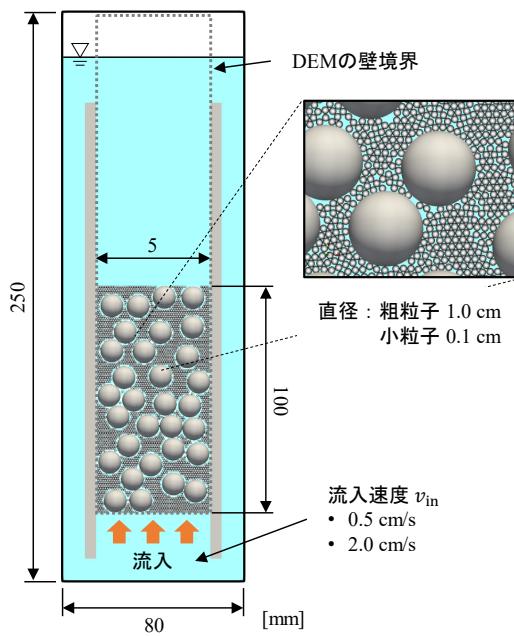


図-2 内部侵食の数値実験の解析モデル

表-1 内部侵食の数値実験の解析条件

流体 (安定化ISPH)		
初期粒子間隔	$dx$	0.10 cm
密度	$\rho_f$	1.00 g/cm <sup>3</sup>
動粘性係数	$\nu_f$	0.01 cm <sup>2</sup> /s
安定化パラメータ	$\gamma$	0.001
時間増分	$\Delta t_{\text{SPH}}$	10 <sup>-4</sup> s
小粒子 (球形DEM)		
粒子径	$d_s$	0.10 cm
密度	$\rho_s$	2.6 g/cm <sup>3</sup>
反発係数	$e$	0.80
摩擦係数	$\mu_s$	0.30
バネ定数 (線形バネ)	$k$	25000 N/m
時間増分*	$\Delta t_{\text{DEM}}$	10 <sup>-5</sup> s
粗粒子 (クラスターDEM)		
構成粒子径	$d_s$	0.10 cm
(粗粒子の物性値: 小粒子と同様の値)		

\* Sub-cycleによる時間積分を実施 ( $\Delta t_{\text{SPH}} > \Delta t_{\text{DEM}}$ )

## (2) 解析結果

### a) 全体に非解像型連成モデルを適用した場合

図-3には、全体に非解像型連成を適用した場合の解析結果を示した。図には粒子分布(小粒子、粗粒子の挙動を可視化)に流体粒子の流速分布を重ね合わせたものと、ランダム抽出した流体粒子の軌跡を可視化したものを示した。(a)流入速度  $v_{\text{in}}=0.5 \text{ cm/s}$  の場合、 $t=10.0 \text{ s}$  時点で粒子層表面付近の小粒子の巻き上がりはあるものの、内部ではほとんど変化はなく、内部侵食は生じない。(b)  $v_{\text{in}}=2.0 \text{ cm/s}$  の場合でも、表面から小粒子の浮遊は確認できるが、粗粒子同士の間隙(水みち)になり得る流路)を伝って破壊が伝播

する内部侵食の特徴を確認することはできない。図に示した流体粒子の軌跡を見ると、いずれの流入速度の場合でも、ほぼ鉛直上向きの直線的な流れを示している。これは、Darcy則に従う平均的な浸透流を計算する非解像型連成モデルを用いたためである。そのため、粗粒子間の水みち(弱部)を集中して流れて内部侵食を誘発する間隙流れは、従来の非解像型連成モデルでは表現しにくいものと考えられる。

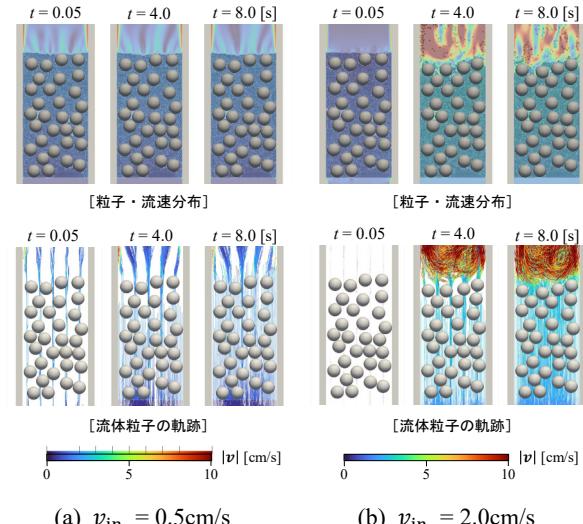


図-3 解析結果 (非解像型連成モデル)

### b) 半解像型連成モデルを適用した場合

図-4には、提案手法である解像型・非解像型ハイブリッドタイプの半解像型連成モデルを適用した場合の解析結果を示した。前項の非解像型連成モデルでは内部侵食が生じなかった流入速度  $v_{\text{in}}=0.5 \text{ cm/s}$ においても、半解像型連成モデルを適用した場合には表層付近の粗粒子の間から小粒子が噴き出す内部侵食の特徴が確認できる。これは、半解像型連成によって粗粒子を迂回して流れる流体挙動が表現でき、間隙での流速と小粒子に働く抗力が増大したことで局所的な破壊を表現できたと考えられる。また、流入速度  $v_{\text{in}}=2.0 \text{ cm/s}$  の場合、表層付近だけではなく、粒子層内部でも小粒子が上方に押し出され、内部構造を変化させる様子を確認できる。この土骨格の構造変化は水みちを伝播し、小粒子を噴出させる程の破壊を生じさせた。この局所的な破壊とその伝播は、粗粒子の間に生じる大きな流速(瞬間に流入流速の20倍以上の流速)を表現でき、ようやく再現できたものである。これは、Darcy則に従う一様な浸透流を計算する非解像型連成モデルの範疇では再現することは出来ず、粗粒子を移動壁境界として扱い、局所的に大きな流速を持つ流れを表現し得る半解像型連成モデルを適用して、初めて内部侵食を再現できるようになったものと考えられる。

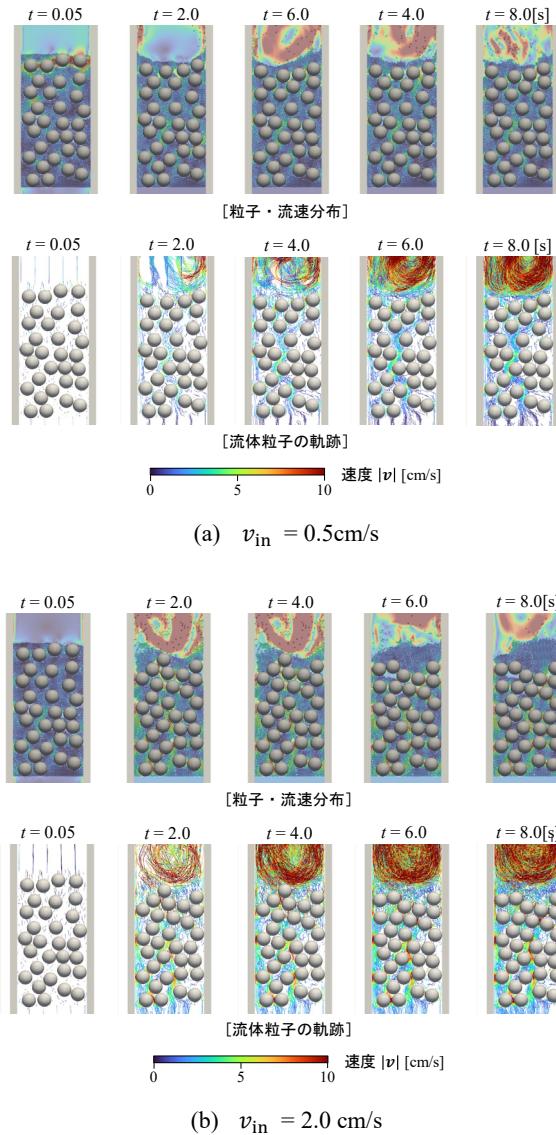


図-4 解析結果（半解像型連成モデル）

#### 4. 結論

本研究では、地盤の内部侵食の特徴を表現し得る、解像型・非解像型ハイブリッドタイプの半解像型連成モデルを、粒子法 (ISPH-DEM) の枠組みで提案した。提案手法には、地盤の骨格を成し、内部の流れに強く影響を与える大きな粗粒子に対しては解像型連成モデル、形状の効果は殆ど無視でき周辺の流れを浸透流とみなせる小粒子に対しては非解像型連成モデルを適用するような、ハイブリッドタイプの半解像型連成モデルである。この提案モデルは、解像型連成モデルが有する詳細な流れの再現性と、非解像型連成モデルが有する計算効率といった両従来手法の利点を有する。本稿では、提案手法の内部侵食の表現性能を確かめることに注力し、二極化した粒度分布を持つ粒子層の底部から流体を一様流入させる数値実験を行った。非解像型連成モデルを適用した場合には、内部侵食の起点となる局所的な流速の分布を再現できないこ

とから、内部侵食の特徴を表現することはできなかった。一方で提案手法である半解像型連成モデルを適用した場合、粗粒子を迂回する流れが表現できるため、非一様な流速の空間分布が表現される。それにより、局所的に大きな流速を持つ間隙に存在した小粒子には、増大した抗力が作用し、小粒子が移動・流失することで全体の構造を変化させるような内部侵食の一連のプロセスを表現できた。これは、計算コストの大きな解像型連成モデルを必要最低限の箇所に適用し、その他の小粒子に対しては浸透流と抗力を求める効率的な非解像型連成モデルを用いる、ハイブリッドタイプの半解像型連成モデルの適用により、初めて表現出来たものである。

本研究で提案したハイブリッドタイプの半解像型連成モデルは、ユーザー自身が粒径に対して解像型/非解像型連成を使い分ける必要がある。一方で、裾野を持った一般的な粒度分布を持つ地盤に於ける内部侵食を表現する場合には、解像型/非解像型連成モデルを使い分ける設定によって結果が異なることが予想される。そのため、Wang ら[6]のように、粒径-流体解像度比に囚われずに適用可能な拡張非解像型タイプの半解像型連成モデルの開発を行うことが望ましい。この拡張非解像型タイプの半解像型連成モデルを粒子法の枠組みで開発できれば、幅広い粒度分布を一般的な地盤に対しても、不連続な破壊を示す内部侵食の数値シミュレーションを行うことが可能となると予想する。

謝辞：本研究は、JSPS 科研費 JP19H00812 および JP21J12338 の助成を受けたものです。

#### 参考文献

- [1] Cheng, K. et al.: A semi-resolved CFD-DEM model for seepage-induced fine particle migration in gap-graded soils, *Comput. Geotech.*, Vol. 100, pp.30-51, 2018.
- [2] Peng, Z. et al.: Influence of Void Fraction Calculation on Fidelity of CFD-DEM Simulation of Gas-Solid Bubbling Fluidized Beds, *AIChE Journal*, Vol. 6, No. 6, pp.2000-2018, 2014.
- [3] Tsuji, K. et al., Seepage failure prediction of breakwater using an unresolved ISPH-DEM coupling method enriched with Terzaghi's critical hydraulic gradient, *Adv. Model. Simul. Eng. Sci.*, Vol. 10, No.1, 2023.
- [4] 浅井光輝, 「明解 粒子法」, 丸善出版, 2022.
- [5] Koshizuka, S. et al., Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 26, No. 7, pp.751-874, 1998.
- [6] Wang, Z. et al., Semi-resolved CFD-DEM for thermal particulate flows with applications to fluidized beds, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 159, 120150, 2020.