計算工学講演会論文集 Vol. 28 (2023 年 5 月) 計算工学会

# 複数材料分布情報を連続化・低次元化したデータ駆動型マルチスケール解析

## Data-Driven Multiscale Analysis Based on Order Reduced Distribution of Multiple Materials

三目直登 [1)] 細川恭太 [2)] 森田直樹 [3)]
Naoto Mitsume, Kyota Hosokawa, and Naoki Morita

[1)] 博 (工) 筑波大学 システム情報系 助教 (〒 305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1, E-mail: mitsume@kz.tsukuba.ac.jp)
[2)] 筑波大学大学院 システム情報工学研究群 (〒 305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)
[3)] 博 (環境) 筑波大学 システム情報系 (〒 305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)

This study presents a data-driven approach for FE2-type micro-macro coupled multiscale analysis, a typical numerical analysis method for non-homogeneous materials. The proposed method is a faster version of direct FE2, whose microscopic simulator is replaced by a surrogate model. In the offline process of this method, a level set function represents the arrangement of two materials in a unit cell as a spatial distribution, and a functional model is created that includes the arrangement information.

***Key Words :*** *Data-driven multiscale method, Finite element method, Level set method*

### 1. 序論

炭素繊維強化プラスチック (carbon fiber reinforced plastic: CFRP) を含む非均質材料の定量評価手法としては、有限要素法に対し均質化法 [1] を用いたマルチスケール解が代表的である。均質化法では、マクロ有限要素モデルの計算点における物理量を、その点に対応づけられた非均質なミクロ構造（ユニットセル）の平均化した物理量より計算する。

材料非線形性を考慮したマルチスケール解析手法としては、連成型マルチスケール解法、または $FE^2$ と呼ばれる手法 [2] が広く知られている。この手法はマクロモデルの全積分点にそれぞれ対応したミクロモデルについて、非線形解法の各ステップでミクロ解析を行い、ミクロ応力の体積平均として定められるマクロ応力を用いてマクロ解析を行う。連成型解法は非線形なマクロ材料構成則を陽に定義することなく非線形解析を行うことができるという利点がある。一方、マクロ計算点数の多さに比例する形でミクロ解析の計算コストが増加することから、計算コスト面において課題である。

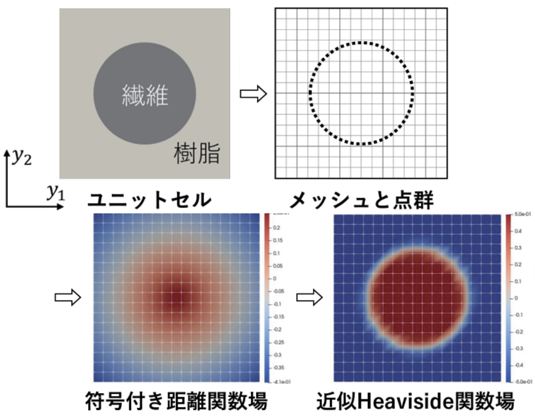
これに対し近年では、実用的な非線形マルチスケール解法として、事前に用意したユニットセルの解析結果データを参照することで非線形構成則に相当する多次元関数モデルを作成し、計算量を削減するデータ駆動型手法 [3,4,5] の開発が盛んであり、データ駆動型の $FE^2$ (data-driven $FE^2$: $DDFE^2$) の研究 [5] もなされていもなされている。しかしながら、既存研究の多くは、単一のミクロ構造に対して、それに対応する関数モデルを生成するものであり、多様なミクロ構造を一つの関数モデルに導入する確立された方法論は未だない。

そこで本研究では、多様なミクロ構造を一つの関数モデルに導入する方法論を提案する。まず、主に二層流れ解析等において、境界面の連続な表現方法として用いられる界面捕捉法に着目し、その代表的な方法である level set 法 [6] を用いた非均質材料のミクロ解析手法を開発する。その上で、連続な分布量として表現された物質配置の情報に対し、任意の低次元のモードに変換することで配置の代表量を計算し、それらの代表量を関数モデルに導入することで、配置の情報を導入する。

### 2. 境界捕捉型 $DDFE^2$

本研究にて提案する境界捕捉型 $DDFE^2$ では、ミクロ応力場の関数モデル作成を、（1）level set 法を導入した構造解析によるミクロ応力場のサンプリング（2）データ空間の構築（3）データ空間の連続関数への拡張、の順に行う。全体の流れは発表者らの過去研究 [7] を参照されたい。

本報では、level set 法によって図 1 のように表現された物質配置の情報を低次元化する方法について、次節で詳述する。




**図–1 Level set 法による物質配置の連続表現**

## 3. L2 プロジェクションによる配置情報の低次元化

### (1) 任意数のモードに対する方法

図 1 にて、物質配置を表現する近似 Heaviside 関数を $\phi$ とする。これをここでは界面関数と呼称すると、この界面関数は有限要素法で一般に用いられる形状関数 (ここでは節点 $i$ に対応する大域的な形状関数を $N_i$ と記述する) を用いて以下のように有限要素近似される。

$$\phi(\boldsymbol{x}) \approx \phi^{\mathrm{FE}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n^{\mathrm{FE}}} \phi_i N_i(\boldsymbol{x}) \tag{1}$$

なお、$\phi_{\mathrm{FE}}$ は有限要素近似された界面関数、$\phi_i$ は節点 $i$ における $\phi$ の値、$n^{\mathrm{FE}}$ はミクロ解析における節点数である。

これを、$n^{\mathrm{MD}}$ 次元の所与のモードを用いて表現された低次元の空間に写像する。$i$ 番目のモードを $M_j$ とし、その係数を $\alpha_i$ とすると、モードの重ね合わせによって物理量分布 $\phi^{\mathrm{MD}}$ は以下のように表現される。

$$\phi^{\mathrm{MD}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n^{\mathrm{MD}}} \alpha_i M_i(\boldsymbol{x}) \tag{2}$$

上記の二通りの表現をもとに $\alpha_i$ $(i = 1, \ldots, n_{\mathrm{MD}})$ を求める。写像前後の分布に対する等式 $\phi^{\mathrm{MD}}(\boldsymbol{x}) = \phi^{\mathrm{FE}}(\boldsymbol{x})$ に対し、式 (2) と同様に定義された試行関数を用いて、解析領域 $\Omega$ を対象とした重み付き残差法を適用する。結果として、以下の $n^{\mathrm{MD}}$ 本の方程式が得られる。

$$\int_\Omega M_i(\boldsymbol{x})\phi^{\mathrm{MD}}(\boldsymbol{x})d\boldsymbol{x} = \int_\Omega M_i(\boldsymbol{x})\phi^{\mathrm{FE}}(\boldsymbol{x})d\boldsymbol{x} \tag{3}$$

上式に対し、式 (1) および式 (2) を代入すると、最終的に、以下のような連立一次方程式が得られる。

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{FE}}\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{FEMD}}\boldsymbol{\phi} \tag{4}$$

ただし、$\boldsymbol{A}^{\mathrm{MD}}$ は $n^{\mathrm{MD}} \times n^{\mathrm{MD}}$、$\boldsymbol{A}^{\mathrm{MDFE}}$ は $n^{\mathrm{MD}} \times n^{\mathrm{FE}}$ の行列であり、各行列要素は以下のように定義される。

$$A_{ij}^{\mathrm{MD}} = \int_\Omega M_i(\boldsymbol{x})M_j(\boldsymbol{x})d\boldsymbol{x} \tag{5}$$

$$A_{ik}^{\mathrm{MDFE}} = \int_\Omega M_i(\boldsymbol{x})N_k(\boldsymbol{x})d\boldsymbol{x} \tag{6}$$

また、$\boldsymbol{\alpha}$ と $\boldsymbol{\phi}$ は以下のように定義されるベクトルである。

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{n^{\mathrm{MD}}} \end{Bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\phi} = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_{n^{\mathrm{FE}}} \end{Bmatrix}$$

ここで得られた各モードの係数 $\alpha_1, \ldots, \alpha_{n^{\mathrm{MD}}}$ を、多次元関数モデルの軸として設定し、多数のミクロ解析によって構成則に相当する超曲面の構築を行うことで、関数モデルに形状に対する汎用性を付与する。

### (2) 平均値に対応する方法

式 (2) で表されるモードに基づく表現に対し、$n^{\mathrm{MD}} = 1$ かつ $M_1 = 1$ の最もシンプルなケースにおける $\alpha_1$ は、界面関数の算術平均に相当する。CFRP で考えると、これは繊維含有率に対応する。この条件を式 (3) に代入し整理すると、$\alpha_1$ は以下のように表される。

$$\alpha_1 = \frac{\int_\Omega \phi^{\mathrm{FE}}(\boldsymbol{x})d\boldsymbol{x}}{\int_\Omega d\boldsymbol{x}} \tag{7}$$

複合材料の剛性を表すモデルとして、Halpin-Tsai 式など、繊維含有率を基にしたモデルが知られている。その視点から見ると、本報の 3(1) 項で紹介した方法は、より詳細な分布に関する情報をモードの係数という形で縮約する方法論と解釈できる。

## 4. 妥当性検証および数値計算例

提案手法を用いた各種計算例は、口頭発表にて紹介する。

## 5. 結論

本研究では、多様なミクロ構造を一つの関数モデルに導入するために、level set 法による非均質材料のミクロ解析手法を開発した。その上で、物質配置を表現する界面関数に対し、任意の低次元のモードに変換することで配置の代表量を計算し、それらの代表量を関数モデルに導入する方法論を示した。

**謝辞:** 本研究は, JST 創発的研究支援事業 JPMJFR215S および JSPS 科研費 22H03601 の支援を受けたものである．ここに記して謝意を表する．

## 参考文献

[1] E. S. Palencia: Non-homogeneous media and vibration theory. Springer-Verlag, Vol. 127, 1980.
[2] F. Feyel: Multiscale FE$^2$ elastoviscoplastic analysis of composite structures. Computational Materials Science, Vol. 16, No. 1-4, pp. 344–354, 1999.
[3] K. Terada, J. Kato, N. Hirayama, T. Inugai, K. Yamamoto: A method of two-scale analysis with micro-macro decoupling scheme: application to hyperelastic composite materials. Computational Mechanics, Vol. 52, pp. 1199–1219, 2013.
[4] 波多野僚, 松原成志朗, 森口周二, 寺田賢二郎: 超弾性複合材料に対するデータ駆動型ミクロ・マクロ連成マルチスケール解析. 日本計算工学会論文集, No. 20190015, 2019.
[5] R. Xu, J. Yang, W. Yan, Q. Huang, G. Giunta, S. Belouettar, H. Zahrouni, T. B. Zineb, H. Hu. Data-driven multiscale finite element method: From concurrence to separation. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 363, 2020.
[6] M. Sussman, P. Smereka, S. Osher: A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. Journal of Computational Physics, Vol. 114, No. 1, pp. 146–159, 1994.
[7] 細川恭太, 森田直樹, 三目直登: Level set 法を用いたデータ駆動型マルチスケール解析. 日本機械学会第 35 回計算力学講演, 2022.