計算工学講演会論文集 Vol. 28 (2023 年 5 月) 計算工学会

マーカー粒子とオイラー型有限体積法を用いた圧縮性構造解析スキームの提案

Proposal of Compressible Structure Analysis Scheme Based on An Eulerian Finite Volume Method with Marker Particles

嶋田 宗将 [1)] 西口 浩司 [2)] 岡澤 重信 [3)] 坪倉 誠 [4)]
Tokimasa Shimada, Koji Nishiguchi, Shigenobu Okazawa and Makoto Tsubokura

[1)]博 (工) 理化学研究所 計算科学研究センター 特別研究員
(〒 650-0047 兵庫県神戸市中央区港島南町 7-1-26, E-mail：tokimasa.shimada@riken.jp)
[2)]博 (工) 名古屋大学大学院 工学研究科 准教授
(〒 464-8601 愛知県名古屋市千種区不老町, E-mail：kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp)
[3)]博 (工) 山梨大学 大学院総合研究部 教授
(〒 400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11, E-mail：sokazawa@yamanashi.ac.jp)
[4)]博 (工) 神戸大学大学院 システム情報学研究科 教授/理化学研究所 計算科学研究センター チームリーダー
(〒 657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1, E-mail：tsubo@tiger.kobe-u.ac.jp)

An Eulerian structure analysis method is suitable for computing large deformation problems and performing large-scale simulations. In this research, a compressible structure analysis method based on an Eulerian finite volume method with marker particles is proposed. In the proposed method, the governing equations of motion are computed with an Eulerian mesh and internal variables of solid are computed with marker particles.

Key Words : *Eulerian Formulation, Compressible Structure Analysis, Finite Volume Method, Particle Method*

1. 緒言

流体-構造連成問題を含む構造変形の数値解析においてメッシュを用いる手法の一種として，オイラー型解法 [1,2,3] が存在する．オイラー型解法とは，空間固定の変形しないオイラーメッシュを解析に利用する手法である. オイラー型解法については次に述べる 3 つの利点が挙げられる. まず，計算メッシュが解析の際に変形しないため，メッシュ再生成が不要であると同時にメッシュ破綻が根本的に生じず，大変形や破断を伴う解析に適している. そして，計算メッシュが物体境界と一致する必要がないため，メッシュ生成が高速かつ容易である. 最後に，空間に固定され変形しないメッシュを用いるため，超並列計算機環境で高い並列化効率を得やすい. そのため，スーパーコンピューターを利用した大規模構造解析や，様々な形状の構造物に対する多ケース解析への応用が期待されている．

しかし，従来のオイラー型解法においては，固体形状を表現するカラー関数や，変形勾配テンソルなどの固体内部変数の移流方程式を解くため，数値拡散が避けらないという課題を抱えていた. そこで，著者らはこれらの数値拡散を回避するための手法として，固体領域にマーカー粒子を配置したオイラー型解析手法を提案し，その有効性を確認した [4].

しかし，圧縮性を考慮した構造物を対象とした著者らの既往論文 [5] においては，構造の微小変形を扱っているため，計算ステップ内の密度の時間変化が小さいことを仮定し，密度の時間変化を影響を無視した離散化を行っている．つまり，計算ステップ内における密度の時間変化を考慮した離散化を行えていないという根本的な課題を有する．そこで，本論文においては，圧縮性を考慮した構造物に対する，既往論文における離散化の際の仮定を利用しない，保存型による運動方程式を用いた有限体積法に基づく離散化手法とマーカー粒子を用いた数値解析スキームを提案する．

2. 基礎方程式

本研究では，圧縮性を考慮した固体を解析対象とし，その運動の支配方程式として以下に示す質量保存式，運動方程式を用いる [6].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho \boldsymbol{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v} \otimes \boldsymbol{v}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，ρ は現時刻における質量密度，$\boldsymbol{v}$ は速度ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力テンソル，$\boldsymbol{b}$ は体積力ベクトルをそれぞれ意味する．なお，ρ については次の式によっても求めることができる．

$$\rho J = \rho_0 \tag{3}$$

この式において，J は体積変化率，ρ_0 は初期時刻における質量密度を意味する．

3. 数値解析手法

本研究で提案する手法は，著者らの既往論文 [5] と同様に，オイラーメッシュ上において固体運動の支配方程式を解き，固体領域を表現するマーカー粒子を用いて固体変形量や構成則の計算を行う．以降において，本研究で提案する手法の説明を行う．

(1) オイラーメッシュ上における計算

本手法においては空間離散化にコロケート変数配置による有限体積法を用いた上で，空間固定のオイラーメッシュ上で質量保存式 (1) と運動方程式 (2) を計算する. その際，質量保存式 (1) と運動方程式 (2) について，次のように表記する．

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t}+\frac{\partial \boldsymbol{F}_x}{\partial x}+\frac{\partial \boldsymbol{F}_y}{\partial y}+\frac{\partial \boldsymbol{F}_z}{\partial z}=\frac{\partial \boldsymbol{D}_x}{\partial x}+\frac{\partial \boldsymbol{D}_y}{\partial y}+\frac{\partial \boldsymbol{D}_z}{\partial z}+\boldsymbol{S} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{U}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho v_x\\ \rho v_y\\ \rho v_z\end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{F}_i=\begin{pmatrix}\rho v_i\\ \rho v_i v_x\\ \rho v_i v_y\\ \rho v_i v_z\end{pmatrix}, \quad (i=x,y,z) \quad (6)$$

$$\boldsymbol{D}_i=\begin{pmatrix}0\\ \sigma_{ix}\\ \sigma_{iy}\\ \sigma_{iz}\end{pmatrix}, \quad (i=x,y,z) \quad (7)$$

$$\boldsymbol{S}=\begin{pmatrix}0\\ \rho b_x\\ \rho b_y\\ \rho b_z\end{pmatrix} \quad (8)$$

本手法における式 (4) の空間離散化スキームとして，移流項に対しては Rusanov スキーム [7] と piecewise constant 補間 [8] を用い，右辺第 1,2,3 項には 2 次精度の中心差分を用いる．また，式 (4) の時間積分スキームとして，移流項と右辺第 1,2,3 項に対して 2 次精度のアダムス・バッシュフォース法を用い，右辺第 4 項には 1 次精度のオイラー陽解法を用いる．以上の離散化手法に基づいて式 (4) を解くことで，次ステップの密度と速度が得られる．しかし，式 (4) の 1 行目の式，つまり，質量保存式をオイラーメッシュ上で解いた場合，密度の数値拡散が発生する．そのため，次ステップの密度については，後述する手法によって求め，ここでは，次ステップの速度を求めるためにのみ密度の移流方程式を計算する．

(2) マーカー粒子上における計算

マーカー粒子においては，著者らの既往手法と同様に，ラグランジュマーカー粒子の移動，固体変形量，固体構成則に基づく応力，式 (3) による固体質量密度の計算を行う．そして，マーカー粒子上で求めた固体構成則に基づく応力，固体質量密度については，逆距離加重法 (Inverse distance weighted method) による重みづけ関数 [9] を用いた補間を行うことでオイラーメッシュ上での値を付与する．

4. 結論

本研究においては，圧縮性を考慮した固体に対する，保存型による運動方程式を用いた有限体積法に基づく離散化手法とマーカー粒子を用いた数値解析スキームを提案した．なお，数値解析例や詳細な定式化の説明については講演会当日に紹介する．

参考文献

[1] Sugiyama, K., Ii, S., Takeuchi, S., Takagi, S. and Matsumoto, Y., “A full Eulerian finite difference approach for solving fluid–structure coupling problems,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 230, No. 3, pp. 596–627, 2011.

[2] Kamrin, K., Rycroft, C. H. and Nave, J.-C., “Reference map technique for finite-strain elasticity and fluid–solid interaction,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 60, No. 11, pp. 1952–1969, 2012.

[3] Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S. and Tsubokura, M., “Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 117, No. 2, pp. 221–248, 2019.

[4] Shimada, T., Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S. and Tsubokura, M., “Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid–structure interaction problems,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 123, No. 5, pp. 1294–1328, 2022.

[5] 西口浩司, 嶋田宗将, 大高雅史, 岡澤重信, 坪倉誠, “ラグランジュマーカー粒子を用いたオイラー型有限体積法による圧縮性固体解析,” 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 75, No. 2, pp. I_237–I_248, 2019.

[6] Holzapfel, G. A., “Nonlinear Solid Mechanics A continuum Approach for Engineering,” John Wiley and Sons 2000.

[7] Rusanov, V. V., “Calculation of interaction of non-steady shock waves withobstacles,” *J. Comput. Math. Phys. USSR*, Vol. 1, pp. 267–279, 1961.

[8] Van Leer, B., “Towards the ultimate conservative difference scheme. IV. A new approach to numerical convection,” *Journal of computational physics*, Vol. 23, No. 3, pp. 276–299, 1977.

[9] Lundquist, K. A., Chow, F. K. and Lundquist, J. K., “An immersed boundary method enabling large-eddy simulations of flow over complex terrain in the WRF model,” *Monthly Weather Review*, Vol. 140, No. 12, pp. 3936–3955, 2012.