

3 次元高速時間領域境界要素法を用いた 音響散乱体の位置および形状の推定に関する逆解析

Inverse analysis for estimating positions and shapes of acoustic scattereres by means of
the 3D fast time-domain boundary element method

杉原祐貴¹⁾ 高橋徹²⁾ 崔羿³⁾ 松本敏郎⁴⁾

Yuki Sugihara, Toru Takahashi, Yi Cui, and Toshiro Matsumoto

¹⁾名古屋大学大学院工学研究科, 大学院生 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町,

E-mail: sugihara.yuki.h3@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

²⁾博士 (工学), 名古屋大学大学院工学研究科, 准教授 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町,

E-mail: toru.takahashi@mae.nagoya-u.ac.jp)

³⁾Ph.D., 名古屋大学大学院工学研究科, 助教 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町,

E-mail: yi.cui@mae.nagoya-u.ac.jp)

⁴⁾博士 (工学), 名古屋大学大学院工学研究科, 教授 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町,

E-mail: t.matsumoto@nuem.nagoya-u.ac.jp)

We propose an algorithm to sequentially estimate positions and shapes of unknown scattereres in a 3D acoustic field from time-sequences of sound pressure at the predefined observation points. The method to estimate shapes of scattereres follows the previous study on the shape optimisation that exploits the shape derivative (shape sensitivity) based on the adjoint variable method. On the other hand, the sensitivity regarding positions of scattereres is newly obtained by modifying the aforementioned shape sensitivity. In addition, a global search is considered before predicting the positions locally and precisely. We verify those two types of estimation independently to realise the proposed algorithm in the near future.

Key Words : Inverse analysis, Acoustics, Scattering problems, Boundary element method, Shape derivative, NURBS

1. 序言

既知の入射音波によって所定の観測点において得た音圧波形を基に、未知の物体（音響散乱体）の位置や形状を推定すると言った逆問題を、精度良くかつ効率的に解くための手法の開発は、本質的には非破壊検査 [1] に類する問題に応用可能であり、工学的に重要である。

本研究は、先行研究で開発した 3 次元音響問題用形状最適化システム [2] を応用して、未知の音響散乱体の位置と形状を推定することを目的とする。

先行研究 [2] においては、所定の観測点 z_k における音圧 $u(z_k, t)$ の自乗を時刻 $t = 0$ からある所定の時刻 $t = T$ まで時間積分したもの、すなわち

$$\sum_k \int_0^T \frac{u^2(z_k, t)}{2} dt \quad (1)$$

を目的関数と定義し、それを最大化または最小化するような散乱体の形状を求めた。最大・最小化のために准 Newton 法を用いるが、その適用に先立って必要となるのが形状導関数の誘導である。さらに、散乱体は複数の NURBS 曲面で構成された閉曲面でモデル化し、その制御点の座標を設計変数とする。このとき、誘導された形状導関数は個々の制御点の座標に関する目的関数の感度を表す。

本研究では、(1) の $u(z_k, t)$ を、それ自体と観測点に

おいて予め観測されている音圧の時刻歴（波形データ） $f(z_k, t)$ との差に置き換えた目的関数 \mathcal{J} （具体的には式 (2) の通り）を最小化する。最小化された \mathcal{J} に対応する散乱体の位置と形状は真のそれらを与えるものと期待される。ここで、散乱体の位置と形状は区別することなく、同時に推定することも可能であるように思われる。しかし、それらを同時に推定しようとすると、散乱体が自己交差してしまったり、複数の散乱体の推定の際には散乱体同士が交差してしまうといったことが起こり得る。そこで、本研究では位置と形状を逐次的に推定する手法を提案する。

2. 逆問題の設定

3 次元内に存在する未知の散乱体を、ある入射波 $u^{in}(x, t)$ を与えたときに所定の観測点 $\{z_k\}_{k=0,1,\dots}$ において得られる音圧の時間波形 $\{f(z_k, t)\}_{k=0,1,\dots}$ から推定する逆問題を考える。求めたい未知の散乱体の個数、位置および形状を仮定し、その散乱体に対して同じ入射波を与えたときに同じ観測点において得られる音圧波形を $u(z_k, t)$ と表すとき、当該の逆問題は次式の目的関数 \mathcal{J} を最小化することによって解けると期待される。

$$\mathcal{J}(u) := \sum_k \int_0^T \frac{|u(z_k, t) - f(z_k, t)|^2}{2} dt \quad (2)$$

ここに、 T は観測の最終時刻を表す。また、 u は次式の 3 次元波動方程式の初期値境界値問題（非定常外部散乱問題）の解であるとする。

$$\text{支配方程式} \quad \nabla^2 u(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c^2} \ddot{u}(\mathbf{x}, t) \quad \mathbf{x} \in V, t > 0 \quad (3a)$$

$$\text{境界条件} \quad q(\mathbf{x}, t) = 0 \quad \mathbf{x} \in S, t > 0 \quad (3b)$$

$$\text{初期条件} \quad u(\mathbf{x}, 0) = \dot{u}(\mathbf{x}, 0) = 0 \quad \mathbf{x} \in V \quad (3c)$$

$$\text{放射条件} \quad u(\mathbf{x}, t) \rightarrow u^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) \quad |\mathbf{x}| \rightarrow \infty, t > 0 \quad (3d)$$

ここに、 V は散乱体群を取り囲む無限大の音場（図-1）、 S は散乱体群の表面 ($S := \partial V$)、 c は領域 V における音速、 $\dot{\cdot}$ は時間微分、 \mathbf{n} は領域 V の単位外向き法線を表し、 $q := \frac{\partial u}{\partial n}$ である。式 (3) で表される初期値境界値問題（後述する随伴変数法の観点より主問題と呼ぶ）は先行研究で開発した高速時間領域境界要素法（TDBEM）[3,4] によって数値的に解くものとする。

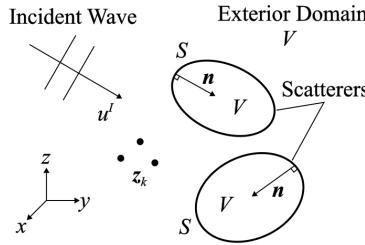


図-1 問題構成

3. 形状推定

散乱体の形状の推定に対しては、先行研究 [2] の音圧の最大・最小化問題に関する形状最適化手法が流用できる。以下では、まず、(2) の目的関数 \mathcal{J} に対する形状導関数を示す。次に、NURBS パッチを導入して形状導関数を離散化する。最後、形状推定の手法を示す。

(1) 形状導関数

領域 V 上の点 \mathbf{x} を $\varepsilon v(\mathbf{x})$ だけ微小振動したとき生じる新たな領域を \tilde{V} と表す。このとき、変形後の音圧 \tilde{u} に対する目的関数 $\mathcal{J}(\tilde{u})$ は ε について以下のように展開できるとする。

$$\mathcal{J}(\tilde{u}) = \mathcal{J}(u) + \varepsilon \mathcal{D}(u) + O(\varepsilon^2) \quad (4)$$

ここで、 ε の係数である \mathcal{D} を形状導関数と呼ぶ。

式 (2) の目的関数 \mathcal{J} に対する形状導関数 \mathcal{D} は、先行研究 [2] の目的関数である (1) の場合と同様に、随伴変数法を用いて導くことができ、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(u) = & \int_0^T \int_S \left(\frac{1}{c^2} \dot{u}(\mathbf{x}, t) \lambda(\mathbf{x}, t) \right. \\ & \left. - \nabla_S u(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla_S \lambda(\mathbf{x}, t) \right) \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \, dS \, dt \quad (5) \end{aligned}$$

ここに、 ∇_S は表面勾配、 λ は随伴変数であり、次の随

伴問題の解である¹：

$$\begin{aligned} \nabla^2 \lambda(\mathbf{x}, s) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \lambda(\mathbf{x}, s)}{\partial s^2} \\ = - \sum_k (u(z_k, T-s) - f(z_k, T-s)) \quad \mathbf{x} \in V, s > 0 \\ \xi(\mathbf{x}, s) := \frac{\partial \lambda}{\partial n} = 0 \quad \mathbf{x} \in S, s > 0 \\ \lambda(\mathbf{x}, T) = \frac{\partial \lambda}{\partial s}(\mathbf{x}, T) = 0 \quad \mathbf{x} \in V, \\ \lambda(\mathbf{x}, s) \rightarrow 0 \quad |\mathbf{x}| \rightarrow \infty, s > 0 \end{aligned}$$

この随伴問題は最終時刻が規定された変種の初期値境界値問題であるが、 $\lambda^{\text{rev}}(\mathbf{x}, s) := \lambda(\mathbf{x}, T-s)$ と定義した関数 λ^{rev} を用いれば、(3) の通常の初期値境界値問題に帰着する。主問題との違いは波動方程式が非齊次となる点である。目的関数を (1) から (2) に代えたことの違いは、非齊次項が $-u$ 単体ではなくて差 $-(u-f)$ になることに現れる。したがって、本研究の随伴問題も主問題と同じ TDBEM [3,4] を用いて数値的に解くことができる。

(2) NURBS による境界 S の表現

本研究で用いる TDBEM [3,4] では、境界 S を区分的な一定要素で離散化する。ここで形状最適化において要素の節点（頂点）を設計パラメータとして選択することは自然で簡単である。しかし複雑な境界や高周波の問題では境界要素の数 N_s は数値計算精度の観点から大きくする必要があり、設計変数の数は不用意に大きくなることがある。この問題を解決するために境界 S を NURBS パッチによって構成する。

二つの NURBS 曲線のテンソル積として、曲線パラメータ α と β に関して、以下の NURBS パッチを導入する。

$$x(\alpha, \beta) = \frac{\sum_{i=0}^{m_\alpha-1} \sum_{j=0}^{m_\beta-1} N_i^{k_\alpha}(\alpha) N_j^{k_\beta}(\beta) w_{ij} p_{ij}}{\sum_{i=0}^{m_\alpha-1} \sum_{j=0}^{m_\beta-1} N_i^{k_\alpha}(\alpha) N_j^{k_\beta}(\beta) w_{ij}} \quad (6)$$

ここに、 p_{ij} と w_{ij} は (i, j) 番目の制御点と重みであり、 $N_i^{k_\alpha}(\alpha)$ は次数 k_α の B スプライン関数を表す。同様に $N_i^{k_\beta}(\beta)$ も定義される。

個々の NURBS パッチの四つの角の制御点（すなわち、 $p_{0,0}, p_{m_\alpha-1,0}, p_{0,m_\beta-1}, p_{m_\alpha-1,m_\beta-1}$ ）が NURBS パッチ上に存在し、かつ面の法線が不連続に変化しないようにするために、次式のような一様固定ノット $\{a_i\}$ を用いる。

$$a_i = \begin{cases} 0 & (i = 0, \dots, k_\alpha) \\ \frac{i-k_\alpha}{m_\alpha-k_\alpha} & (i = k_\alpha + 1, \dots, m_\alpha - 1) \\ 1 & (i = m_\alpha, \dots, m_\alpha + k_\alpha) \end{cases} \quad (7)$$

同様に、 $\{b_i\}$ も定義する。

¹ 本論文の随伴問題は先行研究 [2] の式 (6) に相当する。先行研究は内部問題を対象として形状導関数の誘導を行っているのに対して、本論文は外部問題を扱っているので、放射条件を追加している。

複数の NURBS パッチによって S を構成するが、その場合に (6) は以下のように表現できる。

$$\mathbf{x}(\alpha, \beta) = \sum_{v=1}^N R_v(\alpha, \beta) \mathbf{p}_v \quad (8)$$

ここに、 $\{\mathbf{p}_v\}_{v=1}^N$ は全ての NURBS パッチの制御点の（重複を除いた）集合である。

(3) 形状導関数の離散化

式 (8) で表される NURBS パッチ上の点 \mathbf{x} とその摂動後の点 $\tilde{\mathbf{x}}$ との差 ε_v は次のように表現できる。

$$\varepsilon_v = \tilde{\mathbf{x}}(\alpha, \beta) - \mathbf{x}(\alpha, \beta) = \sum_{v=1}^N R_v(\alpha, \beta) \delta \mathbf{p}_v \quad (9)$$

ここに、 $\delta \mathbf{p}_v := \tilde{\mathbf{p}}_v - \mathbf{p}_v$ は \mathbf{p}_v の摂動量を表す。式 (9) と (5) より、(4) は次のように表現できる。

$$\mathcal{J}(\tilde{u}) = \mathcal{J}(u) + \sum_{v=1}^N \mathbf{d}_v \cdot \delta \mathbf{p}_v + O(\varepsilon^2) \quad (10)$$

ここに、 \mathbf{d}_v は \mathbf{p}_v に関する離散化した形状導関数であり、以下のように表すことができる。

$$\mathbf{d}_v := \int_0^T \int_S \left(\frac{1}{c^2} \dot{u} \lambda - \nabla_s u \cdot \nabla_s \lambda \right) R_v \mathbf{n} dS dt \quad (11)$$

式 (11) のように離散化された形状導関数を評価するためには注意が必要である。なぜならば、関連する境界データ φ (= u または λ) は時刻 t_β (= $\beta \Delta_t$) における要素 E_j 上の定数 $\varphi_j(t_\beta) =: \varphi_{j,\beta}$ として離散的に得られるからである。まず、時間微分については、 φ の時間基底（時間ステップ幅 Δ_t に等しい一様ノットに基づく d 次 B-spline 基底）を素朴に時間微分すればよい。他方、表面勾配 $\nabla_S \varphi$ は φ が S 上で区分一定であるから、近似計算が必要である。詳細は [2] を参照されたい。

(4) 準 Newton 法への帰着

式 (10) の展開式は $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N$ に関する一次近似と見なすことができる。ここで、 $3N$ 次元の数ベクトル

$$\mathbf{p} := (\mathbf{p}_1^T, \dots, \mathbf{p}_N^T)^T, \quad \mathbf{d} := (\mathbf{d}_1^T, \dots, \mathbf{d}_N^T)^T$$

を定義すると、(10) は次のように表現できる。

$$\mathcal{J}(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}) \approx \mathcal{J}(\mathbf{p}) + \mathbf{d}^T \mathbf{p} \quad (12)$$

これより、 \mathbf{d} を勾配 $\nabla \mathcal{J}$ とみなすことによって、準 Newton 法に準じた非線形最適化手法が適用できることがわかる。具体的な解法としては、必要に応じて不等式制約を扱うことができる SLSQP 法 [5] を用いる。

形状最適化を実行するためには、初期形状 S を与える個々の制御点 \mathbf{p}_v の座標を定め、それらが最適化の過程の中で変動し得る上限 U_v および下限 L_v を定める。このとき、序言で述べたように、変動量を大きく設定すると、散乱体（あるいは対応する NURBS 曲面および境界メッシュ）が交差してしまう可能性がある。また、適切にリメッシュを行わないと、TDBEM の計算精度を損なう可能性もある。これらの問題を回避するために、各散乱体の変形は行うことなく、相互に交差しない程度の平行移動によって位置の推定のみを行う。

4. 位置推定

位置推定とは、各散乱体を変形すること無く、それを平行移動することによって、(2) の目的関数を大まかに低減するプロセスである。位置推定は以下に述べる二段階からなる。

(1) 位置の大域推定

散乱体の初期位置によっては局所最適解に陥ることがある。そこで、初期位置を大域的に推定する。すなわち、散乱体の探索領域を選定し、その領域上に所定の探索点を設ける。次いで、各散乱体の中心をいずれかの探索点に取り、その状態で目的関数 \mathcal{J} の値を計算する。素朴には、探索領域を直方体領域として、それに直交格子を設けて、その格子点を探索点とすればよい。そして、 \mathcal{J} が最小となる探索点を、次に述べる局所推定の初期位置とする。

なお、探索点の個数を G 、仮定する散乱体の個数を M とするとき、 \mathcal{J} の計算回数は $O(G^M)$ となってしまうので、計算コストには注意を要する。（散乱体の形状を全て同一と仮定すれば、計算回数は減じることができるが、オーダー的には同じである。）

(2) 位置の局所推定

大域推定で得られた位置を初期値として、そこから各散乱体を比較的狭い範囲において（すなわち、局所的に）平行移動することによって、より精度良く位置推定を行う。この推定（最適化）に対して、形状推定と同様な準 Newton 法を適用する。そこで、注目する k 番目の散乱体の制御点の初期位置からの平行移動量を $\mathbf{q}^{(k)}$ と表す。このとき、(8) より、その散乱体の表面上の点 \mathbf{x} は次のように表すことができる。

$$\mathbf{x}(\alpha, \beta) = \sum_v R_v(\alpha, \beta) (\mathbf{p}_v - \mathbf{q}^{(k)})$$

ここに、 v に関する総和は注目する k 番目の散乱体に関する制御点 \mathbf{p}_v に関してのみ取る。上式の点 \mathbf{x} が点 $\tilde{\mathbf{x}}$ に摂動したとき、対応する微小変形 ε_v は以下のようになる。

$$\varepsilon_v = \tilde{\mathbf{x}}(\alpha, \beta) - \mathbf{x}(\alpha, \beta) = \sum_v R_v(\alpha, \beta) \delta \mathbf{q}^{(k)} = \delta \mathbf{q}^{(k)}$$

ここに、 $\delta \mathbf{q}^{(k)} := \tilde{\mathbf{q}}^{(k)} - \mathbf{q}^{(k)}$ である。また、NURBS 基底の partition of unity $\sum_{v=1}^N R_v = 1$ を用いた。これと (5) の形状導関数より、(4) は次のようになる。

$$\mathcal{J}(\tilde{u}) = \mathcal{J}(u) + \sum_{k=1}^M \mathbf{d}^{(k)} \cdot \delta \mathbf{q}^{(k)} + O(\varepsilon^2)$$

ここに、 $\mathbf{d}^{(k)}$ は平行移動ベクトル $\mathbf{q}^{(k)}$ に関する離散化した感度であり、以下のように表せる。

$$\mathbf{d}^{(k)} := \int_0^T \int_S \left(\frac{1}{c^2} \dot{u} \lambda - \nabla_s u \cdot \nabla_s \lambda \right) \mathbf{n} dS dt$$

さらに、(12) の形式に表現するならば、 $3M$ 次元のベクトル

$$\mathbf{p} := ((\mathbf{q}^{(1)})^T, \dots, (\mathbf{q}^{(M)})^T)^T, \quad \mathbf{d} := ((\mathbf{d}^{(1)})^T, \dots, (\mathbf{d}^{(M)})^T)^T$$

5. 位置と形状の逐次推定アルゴリズム

前節までを総合して、以下のようなアルゴリズムによって散乱体の位置および形状推定を行う：

Step 0 初期化：散乱体の個数 M を仮定し、各散乱体の初期形状を設定する。

Step 1 位置の大域推定：4.(1) 節に従う。

Step 2 位置の局所推定：4.(2) 節に従う。

Step 3 形状推定：散乱体個々の自己交差や、散乱体同士の交差が発生しないように各制御点の座標の変化の上限および下限を絞り込んだ上で、3. 節に従う。

Step 4 収束判定：Step 2 の目的関数の収束値と、Step 3 のそれとの相対変化を計算し、閾値よりも小さければ推定を終了し、そうでなければ Step 2 に戻る。

6. 数値計算例

本稿執筆時点において、5. 節で述べたアルゴリズムに従う位置および形状の逐次的推定に関する数値実装を行うには至っていない。そこで、散乱体の位置推定と形状推定をそれぞれ独立に検証する。

(1) 位置推定

a) 問題設定

推定したい散乱体の真の形状（以下、目的形状と呼ぶ）は、一辺 L^* が 0.5 の立方体として、中心は $c_1^* := (0.4, -0.4, 0.1)$ あるいは $c_2^* := (1.0, 0.2, 0.7)$ の二通りとする。推定したい散乱体の初期形状は一辺が 0.5 の立方体とする²（図-2）。まず、大域推定において、推定したい散乱体の中心は、立方体状の探索領域 $\{0.3 \leq x \leq 1.3, -0.5 \leq y \leq 0.5, 0.0 \leq z \leq 1.0\}$ に設けた $5 \times 5 \times 5$ 個の格子点の上に取る。したがって、合計 125 個の格子点において目的関数 \mathcal{J} を計算し、その値が最小と格子点を局所推定における中心座標の初期値とする。

入射波としては、 $+x$ 軸方向に進行する次の正弦波状平面波パルスとする。

$$u^{\text{in}}(x, t) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi}{\Lambda} (x - ct) \right) \right]$$

ここに、波速 $c = 1$ 、パルス長さ $\Lambda = 0.5$ であり、 $\cos(x)$ は次のようなパルス状の三角関数である：

$$\cos x = \begin{cases} \cos x & (0 \leq x \leq 2\pi) \\ 1 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

式 (2) の目的関数 \mathcal{J} を評価する観測点は図-2 に記した点 z_0 から z_5 の 6 点とする。また、目的形状において観測点で計算された波形（すなわち、式 (2) の $f(t, z_k)$ ）を図-3 に示す。なお、いずれの c^* においても、観測点 z_1 と z_4 は面 $z = y + 0.5$ に関して対称な位置に設けられているため、それらの波形データーは（TDBEM の計算誤差の範囲で）一致することに注意する。 z_3 と z_5 についても同様である。

立方体の 2 次の NURBS パッチ（重み係数は一様としたので、実際には 2 次 B-spline 曲面）を 6 個から構成した。設計変数である制御点の数は各面 $4 \times 4 = 16$ 点であり、計 56 とした（図-4 左）。

² モデル作成が簡便であるために、初期形状も目的形状と同じく立方体としたが、両者が別の形状でも構わない。

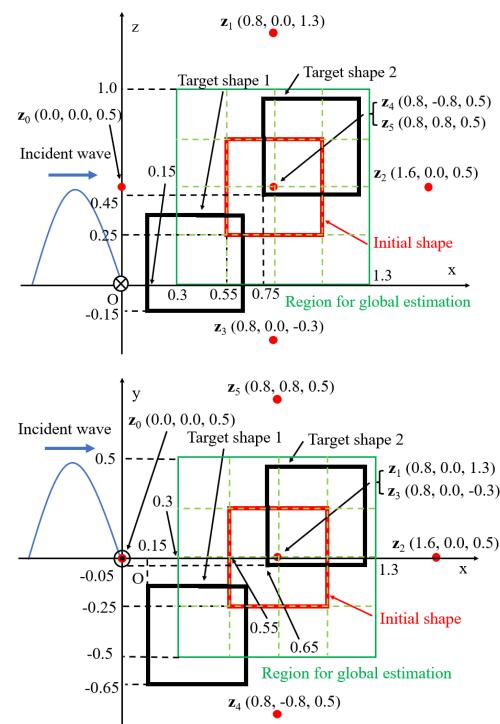


図-2 位置推定における問題設定

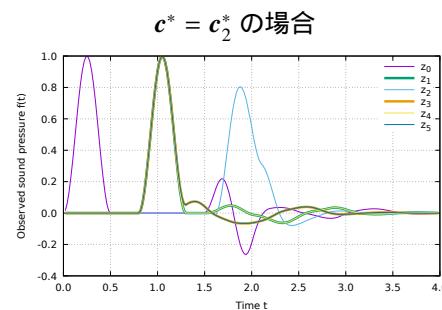
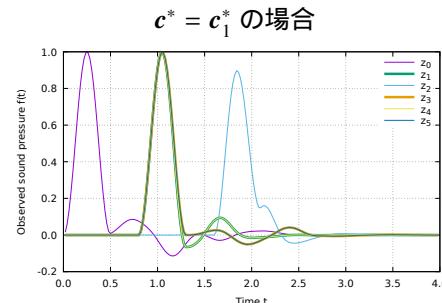


図-3 位置推定における観測波形 f

局所推定において、最適化手法としては NLOpt パッケージ [5] の逐次最小二乗法 (SLSQP) を用了。収束判定については目的関数 \mathcal{J} の絶対値が 10^{-7} 以下とした。また、設計変数である制御点のいずれの座標の初期座標からの変動量も上限を 0.2、下限を -0.2 とした。

TDBEM の設定としては、時間ステップ幅 Δt は 0.02、時間ステップ数は 200（このとき、最終時刻 $T = 3.98$ ）とし、高速 TDBEM [3,4] の精度パラメータである空間と時間の補間点数は共に 8 とした。上記の立方体状散

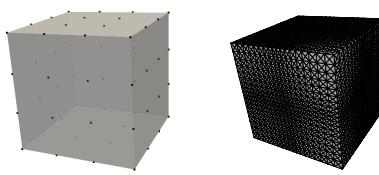
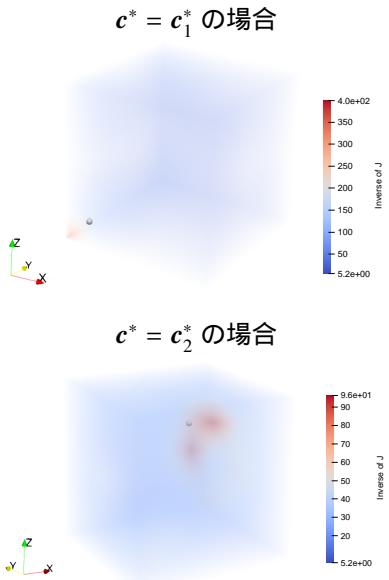


図-4 制御点の配置（左）と境界要素メッシュ（右）

乱体は計 7776 個の三角形要素によって分割した（図-4 右）。

b) 結果と考察

大域推定において \mathcal{J} が最小となる中心は、 c_1^* の場合には $(0.3, -0.5, 0.0)$ 、 c_2^* の場合には $(1.05, 0.25, 0.5)$ となった。これらは正解である c_1^* と c_2^* にそれぞれ近接している。全 125 点における \mathcal{J} の逆数の分布を示す図-5 からもそれが確認できる。

図-5 位置の大域推定における目的関数 \mathcal{J} の逆数の分布：小球は c^* を表す

局所推定については、図-6 に示すように、 c_1^* の場合には 13 回、 c_2^* の場合には 8 回の反復で収束した。推定された中心座標は、 c_1^* と c_2^* とほとんど相違なかった。このような高精度な推定結果となった理由は、初期形状が目的形状と全く同じ形状であると仮定した上で平行移動のみによって最適解を探索したからであり、初期形状が目的形状が異なる形状であればその限りではないと思われる。

さらに、大域推定を行わずに、初期形状として一辺が 0.5、中心が $(0.8, 0.0, 0.5)$ の立方体を仮定した上で、一辺が 0.5、中心が $c_2^* = (1.0, 0.2, 0.7)$ の立方体を目的形状とする場合について局所推定を実行した。その \mathcal{J} の推移を図-7 に示す。目的関数値は徐々に降下するものの、反復回数の上限として設定した 200 ステップ以内では収束しなかった。その最適解（最終ステップにおける中心座標）は $(0.51, -0.35, 0.15)$ であり、正解である c_2^* との隔たりは大きい。この結果は大域推定の有

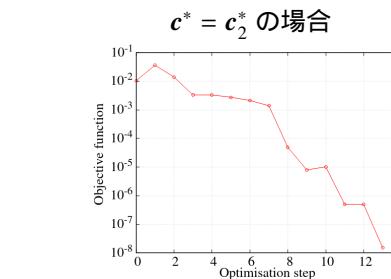
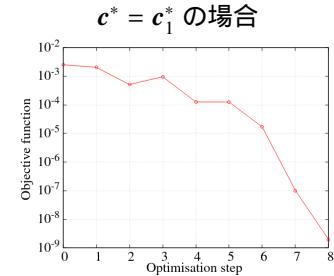


図-6 位置の局所推定における目的関数の推移

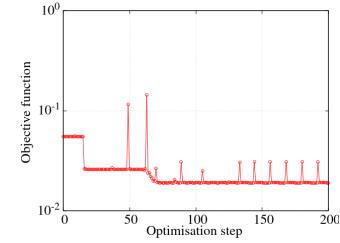


図-7 位置の大域推定を行わずに局所推定のみ行った場合の目的関数の推移

効力を示している。

(2) 形状推定

a) 問題設定

目的形状は、中心 c^* が $(0.8, 0.0, 0.5)$ の立方体として、一辺の長さ L^* は 0.3 あるいは 0.8 の二通りを考える。初期形状は立方体³とし、その中心は目的形状と同じく c^* ⁴、一辺の長さは 0.5 とする（図-8）。

入射波、観測点、TDBEM の設定は前節の位置推定と同じとする。他方、SLSQP 法の収束判定においては、目的関数の絶対値が 10^{-3} 以下であるとした。

b) 結果と考察

図-9 に目的関数 \mathcal{J} の推移を示す。また、得られた最適形状を図-10 に示す。図-10 の $L^* = 0.8$ の場合、左正面側（解析における $-x$ 側に対応）の形状は比較的精度よく推定できている。これは、 $-x$ 側の面が入射波と向かい合う面であることから、発生した反射波がその面の情報を観測点に伝えやすいからと思われる。また、 $L^* = 0.3$ よりも $L^* = 0.8$ の方が形状の再現性が高いことがわかるが、これは目的形状が大きい程に反射波としての情報量が多いと言う直感に合う。

³ 前脚注と同じく、目的形状と初期形状が別の形状でも構わない。

⁴ 目的形状の中心と初期形状の中心は十分に近接している限りは一致していなくても構わない。

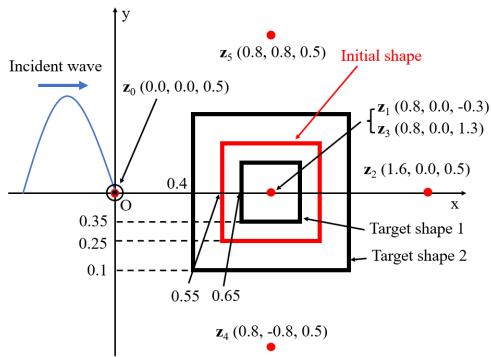


図-8 形状推定における問題設定

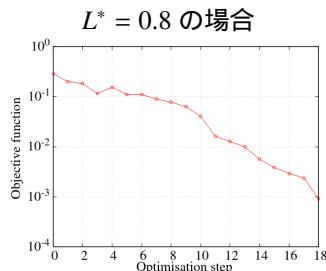
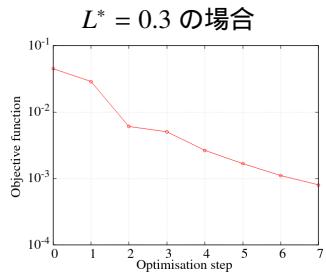


図-9 形状推定における目的関数の推移

7. 結言

本研究は、3次元空間内に存在する音響散乱体の位置と形状を、所定の観測点において取得した波形データから逐次的に推定する手法を提案した。形状推定に関しては、先行研究[2]によって開発された隨伴変数法に基づく形状導関数(勾配)を利用した形状最適化手法を、波形データの観測値と計算値の時間積分を最小化する問題に適用することで実現した。他方、(局所的な)位置推定については、散乱体の平行移動を上記の形状導関数に取り込むことによって、勾配を利用した最小化問題に持ち込むことができた。また、局所最適

$L^* = 0.3$ の場合



$L^* = 0.8$ の場合



図-10 形状推定において得られた最適形状：黒枠は初期形状を表す

解に陥ることを防ぐために、大域的な位置推定を考慮した。本稿では、位置と形状の推定を独立に行うに留まつたが、それぞれの数値結果は良好であった。

今後の課題は、5.節に述べたアルゴリズムに即して位置推定と形状推定を逐次的に実行するための計算プログラムを構築して、目的の逆問題を実現することである。また、散乱体が本当は一つであるのに、複数の散乱体を仮定した場合には、それら散乱体が交差(合体)することが妥当に思える。このような場合についても本フレームワークを拡張することも課題の一つである。この点については、トポロジー最適化[6,7]を用いる場合との長所および短所も念頭に置く必要がある。

謝辞: 本研究の一部は科研費(JP21H03454)の助成による。記して感謝する。

参考文献

- [1] 横野泰和: 非破壊検査の種類と特徴, 溶接学会誌, Vol.59, pp.410-413, 1990.
- [2] T. Takahashi, N. Miyazawa, M. Tanigawa: A three-dimensional shape optimization for transient acoustic scattering problems using the time-domain boundary element method, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.124, pp.482-512, 2023.
- [3] T. Takahashi: An interpolation-based fast-multipole accelerated boundary integral equation method for the three-dimensional wave equation, Journal of Computational Physics, Vol.258, pp.809-832, 2014.
- [4] T. Takahashi, M. Tanigawa, N. Miyazawa: An enhancement of the fast time-domain boundary element method for the three-dimensional wave equation, Computer Physics Communications, Vol.271, 108229, 2022.
- [5] S. Johnson, The NLOpt nonlinear-optimization package: <http://github.com/stevengj/nlopt>.
- [6] G. Allaire, C. Dapogny, F. Jouve: Shape and topology optimization, In “Geometric Partial Differential Equations — Part II”, Chapter 1, 2021.
- [7] 吉川仁, 寺沢龍: 3次元スカラー波動問題における時間域境界積分方程式法を用いたトポロジー最適化による散乱体決定解析, 土木学会論文集A2(応用力学), Vol.71, I71-I75, 2015.