

負のポアソン比を有するメタマテリアル トポロジー最適化の初期値依存性に関する基礎的検討

Fundamental Study on Initial Value Dependency
for Meta-Material Topology Optimization with Negative Poisson's Ratio

島田知明¹⁾干場大也²⁾奥田裕也³⁾西口浩司⁴⁾加藤準治⁵⁾

Tomoaki Shimada, Hiroya Hoshida, Yuya Okuda, Koji Nishiguchi and Junji Kato

¹⁾名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail:
shimada.tomoaki.a9@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

²⁾名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 助教 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: hiroyahoshiba@nagoya-u.jp)

³⁾ヤマハ発動機(株) (〒 438-8501 静岡県磐田市新貝 2500, E-mail: okudayu@yamaha-motor.co.jp)

⁴⁾名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 准教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail:
kojinishiguchi@nagoya-u.ac.jp)

⁵⁾名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: junjikato@civil.nagoya-u.ac.jp)

Metamaterials are artificial materials that behave in ways not found in natural materials. Negative Poisson's ratio is a typical example, and is expected to be applied in various fields due to its excellent impact resistance. In order to realize such performance, design support by topology optimization is effective, and many studies have been reported. However, there is a problem that Poisson's ratio does not move to negative values depending on the parameters initially set for optimization. The purpose of this study is to investigate the cause of the initial value dependence of the current method by visualizing the correlation between the initial material configuration, material parameters, and the target value of the homogenized elastic stiffness coefficient in graph form.

Key Words : Metamaterial, Negative Poisson's ratio, Topology optimization, Initial value dependence

1. はじめに

メタマテリアルとは、自然界にはない振る舞いをする人工物質であり、その代表格として負のポアソン比の発現が挙げられる。負のポアソン比を発現する材料は、耐衝撃性等に優れることから様々な分野での応用が期待されている[1, 2]。また、軽量化やエネルギー吸収性能などを兼ね備えたメタマテリアルは、機械、航空宇宙、材料分野においてそれらの実証実験が進んでいる[3]~[7]。さらに近年のメタマテリアル生産技術の進歩により、今後も様々なメタマテリアルの開発ならびに実用化が進むと思われる[8]~[10]。しかし、従来のメタマテリアル設計法は技術者の経験則に強く依存しており、材料の大幅な性能向上は期待できない。このような背景から、数値解析技術の発達に伴い、コンピュータを利用した高度な材料設計法が注目されている。特に力学に基づいて材料の最適構造（最適形状）を決定するトポロジー最適化は有効な設計ツールである。メタマテリアルの設計に関しては、Panagiotis ら[11], Radman ら[12], Nikos ら[13]など、有限要素法を基本としたトポロジー最適化と均質化理論を用いて、材料の最適微視構造（ミクロ構造）を決定するための手法について多くの研究報告がある。負のポアソン比の発現を目的としたトポロジー最適化の手順は、まず微視構造を構成する材料を線形弾性体と仮定し、その微視構造の形状と均質化理論に従って計算できる巨視的（平均的）

な材料特性（均質化弾性係数行列）を求める。次に、その均質化弾性係数行列と、目標として掲げる、負のポアソン比と弾性係数から計算された等方性の弾性係数行列が等しくなるように、微視構造のトポロジーを繰り返し更新しながらその最適微視構造を見い出す。また、近年では、加藤ら[14]によって、負のポアソン比が異なる、異方性を考慮したメタマテリアル材料設計法の開発も行われている。このように、目標とする負のポアソン比を発現する材料微視構造を見い出すための手法開発は概ね完成されているように思われる。しかし、実際には初期条件として設定する材料パラメータや使用材料体積量によっては、目標とする負のポアソン比、ひいては目標とする弾性係数行列に安定的に近づけることができない場合も多い。この負のポアソン比に対する初期値依存性問題については、いまなお原因究明には至っておらず、それを調査した研究報告も存在しない。本研究では以上の背景を踏まえ、線形弾性体で構築されるメタマテリアルを対象に、負のポアソン比を発現するためのトポロジー最適設計法に関する初期値依存性について調査し、その改善方法の検討を行うことを目的とする。具体的な検討方法は、トポロジー最適化を実施するに際し、初期の材料配置を種々変化させてその傾向を分析する方法と、微視構造の目標ヤング率および目標ポアソン比、材料体積比という3つのパラメータを変化させてトポロジー最適化

を行い、最適化に成功したケースをベースにそれらの相関関係を調査する方法に分けて研究を行う。

2. 負のポアソン比を発現するトポロジー最適設計法

(1) 目標弾性係数行列の概要

本節では、目標とするポアソン比を用いたときの目標弾性係数行列を紹介する。ここでは、等方性の目標弾性係数行列について記述するが誌面のスペースの関係上、2次元問題の場合のみを説明する。

a) 等方性の目標弾性係数行列

平面応力を仮定した等方性材料の応力-ひずみ関係より、垂直ひずみ成分 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 、せん断ひずみ γ_{12} は、それぞれ以下のように表される。

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 = -\nu \frac{\sigma_1}{E} + \frac{\sigma_2}{E} \quad (2)$$

$$\gamma_{12} = \frac{2 + (1 + \nu)}{E} \tau_{12} \quad (3)$$

ただし、 σ_1, σ_2 は垂直応力、 τ_{12} はせん断応力、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{C}^* \boldsymbol{\sigma}$ から、加藤ら [14] の手法では、目標とするポアソン比を $\hat{\nu}$ 、ヤング率を \hat{E} とおき、目標弾性係数行列は以下のように定めている。

$$\mathbb{C}^* = \frac{\hat{E}}{1 - \hat{\nu}^2} \begin{pmatrix} 1 & \hat{\nu} & 0 \\ \text{sym.} & 1 & 0 \\ & & \text{free} \end{pmatrix} \quad (4)$$

(2) 最適化問題の設定

ここでは最適化問題の設定を行う。目的関数 f は目標弾性係数行列 \mathbb{C}^* と均質化弾性係数行列 \mathbb{C}^H との差をとり、それを最小化する。制約条件 g は、使用材料の体積量が最適化の過程において常にある値以下であるという不等式制約条件である。この場合の最適化問題は以下のように表すことができる。

$$\min \quad f(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \omega_{ij} (\mathbb{C}_{ij}^H(s) - \mathbb{C}_{ij}^*)^2 \quad (5)$$

$$\text{s. t.} \quad g(\mathbf{s}) = \int_Y s_p d\Omega - V_0 \leq 0 \quad (6)$$

$$0 \leq s_p \leq 1, p = 1, \dots, N \quad (7)$$

ここで、 V_0 は初期の材料体積量、 s_p は、 p 番目の要素の材料密度、 N はユニットセル内の有限要素の総数である。 ω_{ij} は行列成分の誤差の二乗をスカラーに変換するための重み係数で式(8)のように設定した。

$$\omega_{ij} = \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

ω_{ij} において値が 1.0 の成分は、最適化計算において式(5)の値に関与するため、目標弾性係数行列の値と均質化弾性係数行列が一致するように制約が課される。一方で、値が 0.0 の成分は式(5)の値に影響しなくなるた

め制約を課していない。このように、本手法ではいくつかの成分には制約を課さない、すなわち条件緩和の操作を行っている。この操作の背景には、すべての成分に制約を課すと最適化問題としての条件が厳しくなり過ぎ、意図しない局所最適解に停留してしまうことを回避するためである。そのため、本手法では力学的に重要となる成分に対して優先的に制約を課すこととした。しかし一方で、この緩和により、後述する最適化計算の収束性に影響を及ぼすことになる。

(3) 感度解析

a) 目的関数の感度の導出

本研究では、勾配法を基本として最適解の探索を行うため、目的関数と等式制約条件も設計変数 s_p に関する勾配（感度）をそれぞれ求める必要がある。ここでは、随伴法を用いた目的関数の設計変数 s_p に関する感度の定式化を示す。

$$\frac{\partial f}{\partial s_p} = \sum_{i,j=1}^n \omega_{ij} (\mathbb{C}_{ij}^H(p) - \mathbb{C}_{ij}^*) \frac{\partial \mathbb{C}_{ij}^H}{\partial s_p} \quad (9)$$

なお、均質化弾性係数行列の解析的感度については、谷地ら [15] が定式化しているため、ここでは最終的な感度式のみを記述する。ただし、次式では式の導出し易さを考慮して、テンソル表記で示している。

$$\frac{\partial \mathbb{C}_{ijkl}^H}{\partial s_p} = \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial s_p} : \boldsymbol{\varepsilon}^{(ij)} : \boldsymbol{\varepsilon}^{(kl)} dY \quad (10)$$

ここで、 \mathbb{C}_{ijkl}^H は、ユニットセルに 6 方向のマクロひずみを個別に与え、それぞれに数値材料試験を実施した際に得られるマクロ材料剛性テンソルである。 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はミクロひずみ、 Y は周期的なミクロ構造領域、 \mathbf{c} はミクロ構造内に分布する材料の線形弾性係数である。また、上付き指標の () 内は、数値材料試験においてユニットセルに与えるひずみの方向を表しており、下付き指標はそのときの各成分を表している。最適化に用いたアルゴリズムは、すべてのケースにおいて数理計画法のひとつである移動漸近法 [16] (Method of Moving Asymptotes: MMA) を用いた。

3. 初期値依存性問題の検証

第2章で説明した手法は、実際のところ常に安定して目標ヤング率 \hat{E} や目標ボアソン比 $\hat{\nu}$ に収束する訳ではなく、初期の条件設定に依存して収束精度が悪化することも少なくない。そこで、本節では種々のパラメータスタディを行い、最適化に関する収束性やその傾向を調査する。さらに調査結果をもとに当該最適化問題を安定的に解くための初期値の設定方法について言及する。初期値については、初期材料配置に着目し、それを様々なパターンで変化させる方法と、目標とするパラメータを数ケース用意し、それごとに最適化を行って負のポアソン比構造が発現できたものをグラフにプロットし、相関関係を調査する方法の 2 つの方針に基づき検証を行う。

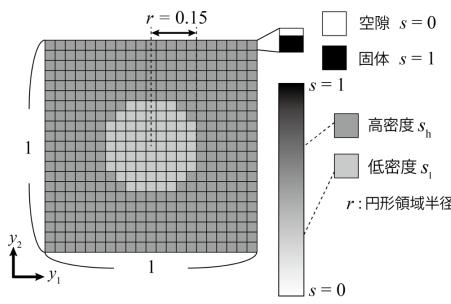


図-1: 本手法の初期材料配置

(1) 初期材料配置に関するパラメータスタディ

本手法は図-1のような一辺の長さ 1 のユニットセルの中心から半径 r の円形領域の設計変数を s_l , それ以外の領域の設計変数を s_h として材料配置がされている。ここで, s_l は有限要素毎の密度が低いことを, s_h は密度が高いことを表し, 以降ではそれぞれ低密度変数, 高密度変数と呼ぶ。これらは初期設計変数 s_0 をそれぞれ以下の式 (11), (12) に代入することで算出される。領域間で密度の差をつけるのは, 本手法が式 (9) に表される要素毎の感度の差を生じさせてることで最適化時の最終的な材料配置をある程度制御出来るためである。ここで, ΔH は高密度を与えるために, 初期にパラメータとして指定する固定値である。ここで, ΔL は ΔH , r に加え, 2 次元解析においてはユニットセルの面積 S を用いて式 (13) で表される。なお, 本手法では $r = 0.15$, $\Delta H = 0.20$ としている。

$$s_h = (1 + \Delta H)s_0 \quad (11)$$

$$s_l = (1 - \Delta L)s_0 \quad (12)$$

$$\Delta L = \frac{\pi r^2 \Delta H}{S - \pi r^2} \quad (13)$$

a) 初期材料配置の設定方法

初期材料配置のパラメータスタディを実施するために, その材料配置を以下の 4 つのパターンで設定し, それぞれに対して最適化計算を行う。

- ・ **パターン (A)** 全設計領域の設計変数を乱数を用いてランダムに振り分ける。
- ・ **パターン (B)** 初期の低密度変数領域の半径を変化させる。
- ・ **パターン (C)** 初期の低密度変数と高密度変数を入れ替える。
- ・ **パターン (D)** 初期の低密度変数領域と高密度変数領域の設計変数の差を変化させる。

以上の 4 つのパターンの材料配置に基づき最適化を行い, 発現するトポロジーと最終ステップにおける均質化弾性係数行列にどのような影響を及ぼすかを調査する。本検証では誌面のスペースと計算時間の短縮の都合上, 40×40 の 8 節点四変形要素で構成される 2 次元等方性構造で検証を行う。また, 本検証では等方性的メタマテリアルのみを対象とする。なお, 解析条件は微視構造を構成する材料のヤング率 $E = 100$ GPa, ポ

アソン比 $\nu = 0.3$, 目標ヤング率 $\hat{E} = 6.0$ GPa, 目標ボアソン比 $\hat{\nu} = -0.2$, 材料体積量を 30% ($s=0.3$) 以下とする。このときの目標弾性係数行列は式 (14) のようになる。

$$\mathbb{C}^* = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & 0.000 \\ & 6.250 & 0.000 \\ sym. & & free \end{pmatrix} \quad (14)$$

パターン (A) は 3 ケース, パターン (C) は 1 ケース, パターン (B), (D) は 8 ケースの最適化計算を行った。

b) 最適化計算結果

本節では, 前述のパターン (A) から (D) の初期の材料配置を用いて最適化した結果を示す。ただし, 最適化結果のトポロジーの中には材料同士が繋がらず一見力学的に不要な構造が現れることがある。これは本手法がグレースケールをある程度許容していることが原因で, 可視化ソフトにより指定された値以上の設計変数を持つ要素のみを表示しているためである。以降の最適化結果では基本として $s = 0.5$ 以上の要素を表示するが, 必要に応じてその閾値を変更して表示する。ただし, その際には変更した s の閾値を記すこととした。

・パターン (A)

パターン (A) では乱数を用いて設計変数の初期値に変化を加えたものであるが, それを個別に 3 回行い, それぞれの初期配置で最適化を行った。代表して 1 回目の初期配置を用いて最適化した場合の均質化弾性係数行列の値を以下に記す。また, その際に得られた最適化結果を図-2 に示す。

$$\mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.429 & -1.071 & -0.358 \\ & 6.428 & 0.334 \\ sym. & & 0.100 \end{pmatrix}$$

これを見ると, 非対称のトポロジーが現れ, 得られた均質化弾性係数行列は, 負のボアソン比を発現するものの (1,2) 成分は -0.107 程度で停留し, さらに (1,3) 成分や (2,3) 成分のようなせん断に関する成分も 0 に近づかず大きな値となった。これは式 (8) において (1,3) 成分や (2,3) 成分に制約をかけていないことに起因する。本来, 等方性構造とは, 材料の物性が任意の方向に依存しない性質を言うが, 得られた最適化結果を見ると明らかに異方性を示すトポロジーとなっていることがわかる。よって, パターン (A) のように乱数で全領域に初期材料配置をする方法は意図せぬ局所解に陥り, 異方性のミクロ構造が発現することがわかった。

・パターン (B)

パターン (B) では初期の低密度変数領域の半径を $r = 0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45$ の 8 通りに

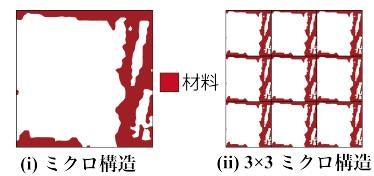


図-2: パターン (A) の最適化結果

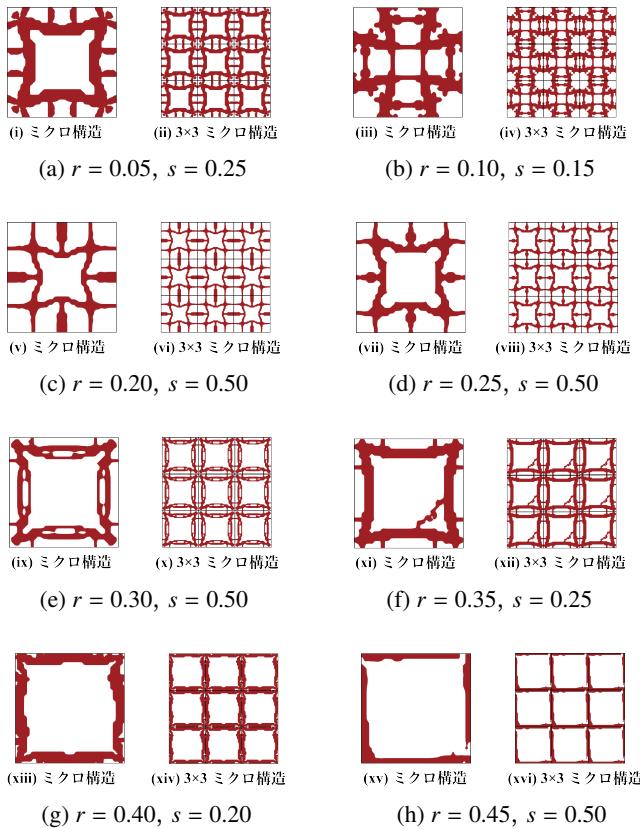


図-3: パターン (B) の最適化結果

変化させて最適化を行った。その際に得られた最適化結果を図-3に示す。なお、ここでは表示する設計変数 s の下限値（閾値）も記している。パターン (B) は、ケース (a) から (d) において y_1 軸および y_2 軸に対して軸対称なトポロジーが得られたが、ケース (e) 以降のケースから非対称なトポロジーの発現が顕著になった。ここでケース (d), (e), (h) 間の違いを比較する。ケース (d), (e), (h) で実際に得られた均質化弾性係数行列は、それぞれ以下であった。

$$\text{ケース (d)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & 0.000 \\ & 6.250 & 0.000 \\ \text{sym.} & & 0.137 \end{pmatrix}$$

$$\text{ケース (e)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.251 & -1.250 & 0.007 \\ & 6.251 & -0.008 \\ \text{sym.} & & 0.054 \end{pmatrix}$$

$$\text{ケース (h)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & 0.230 \\ & 6.250 & -0.306 \\ \text{sym.} & & 0.050 \end{pmatrix}$$

ケース (e), (h) を見ると、(1,1), (1,2), (2,2) 成分は目標値とほぼ一致するものの、ケース (d) と異なり (1,3) 成分、(2,3) 成分などが目標値に一致しておらず、半径が大きくなるにつれて目標値からの乖離も顕著になる。半径を小さくすると材料を無駄なく配置出来るが、半径が大きくなるとその分ユニットセルの縁付近に材料を配置しなくてはならなくなるため、異方性を発現す

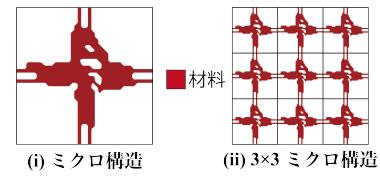


図-4: パターン (C) の最適化結果

る材料配置になり均質化弾性係数行列が目標弾性係数行列と一致しないケースが見られる。よって、低密度変数領域の半径が $0.05 \leq r \leq 0.25$ の範囲であれば妥当な結果が得られることがわかった。

・パターン (C)

パターン (C) では図-1のような初期材料配置とは反対に、初期の低密度変数と高密度変数を入れ替え、最適化を行った。その際に得られた最適化結果を図-4に示し、最適化後の均質化弾性係数行列の値も以下に記した。

$$\mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.165 & -1.147 & -0.001 \\ & 6.197 & -0.004 \\ \text{sym.} & & 0.047 \end{pmatrix}$$

パターン (C) では、非対称のトポロジーが発現した。負のポアソン比には到達するものの(1,1)成分、(1,2)成分、(2,2)成分は、いずれも目標値とは一致せず、(1,3),(2,3)成分も 0 に限りなく近いとみなすことには難しい。よって初期の低密度変数と高密度変数を入れ替えた材料配置では妥当な結果が得られないことがわかった。

・パターン (D)

パターン (D) では初期の低密度変数領域と高密度変数領域の設計変数の差を変化させ、最適化を行った。ここで、 $r = 0.15$ とする、式 (7), (12), (13) から、 $\Delta H < 2.33$ となる。よって、 $\Delta H = 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ の 8 通りに変化させ、その際に得られた最適化結果を図-5に示す。パターン (D) では、ケース (a), (b), (c), (d), (f) は軸対称のトポロジーが発現し、材料も繋がっている。しかし、ケース (e), (g), (h) は力学的意味を持たない浮島のような構造が現れ、さらに異方性が顕著になった。ここでケース (d), (e), (h) 間の違いを比較する。まず、ケース (d), (e), (h) で実際に得られた均質化弾性係数行列を以下に示す。

$$\text{ケース (d)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & -0.000 \\ & 6.250 & 0.000 \\ \text{sym.} & & 0.053 \end{pmatrix}$$

$$\text{ケース (e)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.251 & -1.250 & -0.002 \\ & 6.251 & 0.002 \\ \text{sym.} & & 0.117 \end{pmatrix}$$

$$\text{ケース (h)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & 0.178 \\ & 6.250 & -0.025 \\ \text{sym.} & & 0.175 \end{pmatrix}$$

ケース (e), (h) を見ると、(1,1), (1,2), (2,2) 成分は目標値とほぼ一致するものの、ケース (d) と異なり (1,3) 成分、(2,3) 成分などが目標値に一致しておらず、 ΔH が

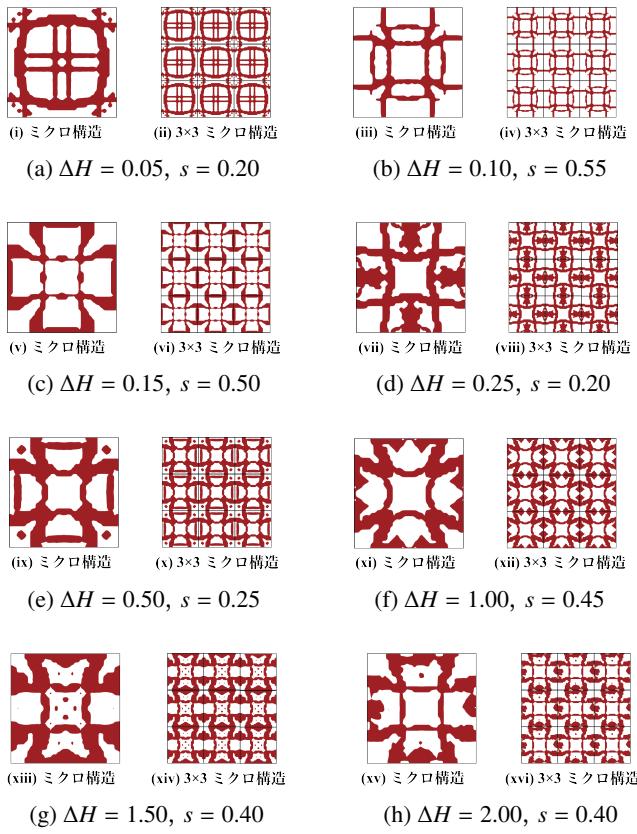


図-5: パターン (D) の最適化結果

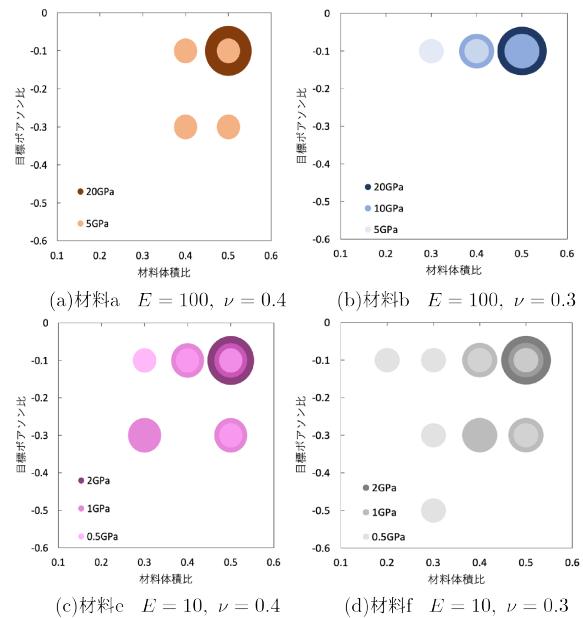
大きくなるにつれ目標値からの乖離も顕著になる。これは式(11), (12), (13)より ΔH が大きくなると s_h が大きくなり、 s_l が小さくなる。その結果、初期段階からグレースケールを許容しないような材料配置になり、設計自由度が低下した中で局所的最適解に陥ったものと考えられる。よって、 ΔH が $0.05 \leq \Delta H \leq 0.25$ の小さい範囲では比較的安定して目標値に収束しやすいことがわかる。以上の結果から、加藤ら [14] によって提案された負のポアソン比構造の最適化手法において、図-1 のように中央に低密度変数領域、それ以外の設計領域を高密度変数とし、そのときの半径を $r = 0.15$ 、 $\Delta H = 0.20$ とする配置が安定して局所的最適解を得やすいことがわかる。また、半径 r や ΔH も小さい範囲であれば比較的に安定した局所的最適解を得やすいことも分かった。

(2) 材料パラメータと目標値の相関関係

本節では使用材料によって、目標とするヤング率 \hat{E} 、ポアソン比 $\hat{\nu}$ 、材料体積比 s の 3 つのパラメータ間に相関関係があるかどうかを検証する。なお、ここでいう材料体積比とは、ユニットセルに含まれる材料の総体積量をユニットセルの体積で除したものである。対象となる構造は誌面とスペースの都合上 8 節点四辺形要素で構成される 2 次元等方性のミクロ構造のみとする。検証方法として、表-1 に示すように各パラメータを変化させる。計算を終了した際の均質化弾性係数行列が式(4)に表される目標弾性係数行列に一致したものを探す。

表-1: 検証に使用した材料パラメータ

材料	材料ヤング率 $E[\text{GPa}]$	材料ボアソン比 ν	目標ヤング率 $\hat{E}[\text{GPa}]$	目標ボアソン比 $\hat{\nu}$	材料体積比
a	100	0.4	20.0, 10.0, 5.0		
		0.3			
c	50	0.4	10.0, 5.0, 2.5	-0.1, -0.3, -0.5	0.2, 0.3, 0.4, 0.5
		0.3			
e	10	0.4	2.0, 1.0, 0.5		
		0.3			

図-6: 最適化が成功した際の $\hat{E}, \hat{\nu}, s$

適化成功とみなし、グラフにプロットした。ここで、両者を一致とする基準は、両者の各成分の差の絶対値が全成分において 1.0×10^{-5} 以下となる場合のみとした。

(3) 最適化結果

前節で示した条件で最適化を行った結果を図-6 に示す。ここでは、材料 a, 材料 b, 材料 e, 材料 f を対象に、成功したケースの一覧を図-6 に示している。円の色が濃く、大きいものほど最適化ミクロ構造の目標ヤング率が大きいことを示している。また、円の数は目標値と均質化弾性係数の各成分の値が一致した数を表している。ここで、横軸は材料体積比、縦軸は目標ポアソン比を表している。これを見ると、材料 (a), (b) は 5 ケース、材料 (e) は 9 ケース、材料 (f) は 12 ケースが目標値どおりに発現した。材料のヤング率が等しい場合、材料のポアソン比が小さいほど最適化可能なケース数が増加し、一方で材料ポアソン比が等しい材料では材料ヤング率が小さいほど成功するケースが増加するこ

とがわかる。このことから、材料のヤング率 E とポアソン比 ν が低くなるに連れて最適化に成功するケースが増加することがわかる。本手法では使用材料によって、目標とするヤング率 \hat{E} 、ポアソン比 $\hat{\nu}$ 、材料体積比 s の3つのパラメータ間に相関関係があるかどうかに関して以上のような結論が得られたが、さらに最適化に成功するケースを増やすには、許容する計算ステップ数を増加させる方法が挙げられる。本手法では計算時間の短縮を図るべく、計算が収束せざとも最大で1000ステップ目で止まる仕様になっている。このステップ数をさらに増加させることで収束するまで計算を回し続けることが可能になるため、本検証で最適化に成功しなかったケースにおけるパラメータでも最適化に成功する可能性があると考える。

4. 結論

本研究では、負のポアソン比を発現するミクロ構造の最適化手法の抱える初期値依存性問題に対し、2とおりの方針に基づき検証を行なった。1つ目の検証は、初期材料配置を変更する方法、2つ目は目標値のパラメータ間に相関を調べる方法である。以下に、本研究で得られた結論を示す。

- ・ 初期材料配置について、加藤ら [14] が提案した配置は安定して局所的最適解を得やすい。また、半径 r や ΔH も比較的小さい範囲であれば比較的に安定した局所的最適解を得やすい。
 - ・ 材料のヤング率とポアソン比が低くなるに連れて最適化に成功するケースが増加することがわかる。
- 今後の課題として、以下の点が挙げられる。
- ・ 2次元異方性構造、3次元構造においても同様の検証を行う。
 - ・ 最適化ステップに応じてフィルター半径を段階的に小さくしていくことで、グレースケールを減らすことの効果について検証する。
 - ・ 最大計算ステップ数を増加させ、本研究と同様の検証を行う。
 - ・ 材料が繋がらずに点在する構造が現れる原因と改善策の検討。

参考文献

- [1] Nia A.A., Razavi S.B., Majzoobi G.H.: Ballistic limit determination of aluminum honeycombs-Experimental study, *Material Science and Engineering A*, Vol.488, pp.273-280, 2008.
- [2] Yungwirth C.J., Wadley H.N., O'Connor J.H., Zakrajsek A.J., Deshpande V.D.: Impact response of sandwich plates with a pyramidal lattice core, *International Journal of Engineering*, Vol.35, pp.920-936, 2008.
- [3] Compton B.G., Lewis J.: A 3D-printing of lightweight cellular composites, *Advanced Materials*, Vol.26, pp.5390-5935, 2014.

- [4] Jiang L., Hu H.: Finite element modeling of multilayer orthogonal auxetic composites under low-velocity impact, *Materials*, Vol.8, pp.908, 2017.
- [5] Duc N.D., Seung-Eock K., Cong P.H., Anh N.T., Khoa N.D.: Dynamic response and vibration of composite double curved shallow shells with negative Poisson's ratio in auxetic honeycombs core layer on elastic foundations subjected to blast and damping loads, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.133, pp.504-512, 2017.
- [6] Wang X.T., Wang B., Wen Z.H., Li M.: Fabrication and mechanical properties of CFRP composite three-dimensional double-arrow-head auxetic structures, *Composites Science and Technology*, Vol.164, pp.92-102, 2018.
- [7] Alderson A., Alderson K.L.: Auxetic materials, *Procedia Engineering*, Vol.72, pp.453-458, 2014.
- [8] Heng L., Wang B., Li M., Zhang Y., Jiang L.: Advances in Fabrication Materials of Honeycomb Structure Films by the Breth-Figure Method, *Materials*, Vol.6, pp.460-482, 2013.
- [9] Bckmann T., Stenger N., Kadic M., Kaschke J., Frlich A., Kennerknecht T., Eberl C., Thiel M., Wegner M.: Tailored 3D mechanical metamaterials made by dip in direct laser writing optical lithography, *Advanced Materials*, Vol.24, pp.2710-2714, 2012.
- [10] Ren X., Das R., Tran P., Ngo T.D., Xie Y.M.: Auxetic metamaterials and structures, *Smart Materials and Structures*, Vol.27, pp.38, 2018
- [11] Panagiotis V., Shikui C., Xiao W., Tiantian L., Lifeng W.: Topology optimization of multi-material negative Poisson's ratio metamaterials using a reconciled level set method, *Computer-Aided Design*, Vol.83, pp.15-32, 2017.
- [12] Radman A., Huang X., Xie Y.M.: Topological optimization for the design of microstructures of isotropic cellular materials, *Engineering Optimization*, Vol.45, pp.1331-1348, 2013.
- [13] Nikos T.K., Georgios A.D., Georgios E.S.: Design and verification of auxetic microstructures using topology optimization and homogenization, Vol.85, pp.1289-1306, 2015.
- [14] 加藤将貴, 加藤準治: トポロジー最適化によるメタマテリアル材料設計法の検討, 修士論文, 東北大大学院工学研究科, 2019.
- [15] 谷地大舜, 加藤準治, 高瀬慎介, 寺田賢二郎, 京谷孝史: マルチスケールトポロジー最適化手法と解析的感度導出法の提案, *Transactions of JSCE*, 2013.
- [16] K, Svanberg.: The method of moving asymptotes - a new method for structural optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.24, pp.359-373, 1997.