

トポロジカルフォノニック結晶導波路の トポロジー最適化に関する研究

TOPOLOGY OPTIMIZATION OF WAVEGUIDE
BASED ON TOPOLOGICAL PHONONIC CRYSTALS

野田一輝¹⁾, 松木優一郎²⁾, 鶴田健二³⁾, 竹澤晃弘⁴⁾
Kazuki Noda, Yuichiro Matsuki, Kenji Tsuruta, Akihiro Takezawa

1) 早稲田大学理工学術院基幹理工学研究科 機械科学・航空宇宙専攻 (〒169-8555)

東京都新宿区大久保3-4-1, E-mail: n.kazuki-1999414@akane.waseda.jp)

2) 広島大学大学院先進理工系科学研究科 輸送・環境システムプログラム (〒739-8527)

東広島市鏡山1丁目4-1, E-mail: m206538@hiroshima-u.ac.jp)

3) 岡山大学工学部 電気通信系学科 (〒700-8530)

岡山県岡山市北区津島中3-1-1, E-mail: tsuruta@okayama-u.ac.jp)

4) 早稲田大学理工学術院基幹理工学研究科 機械科学・航空宇宙専攻 (〒169-8555)

東京都新宿区大久保3-4-1, E-mail: atakezawa@waseda.jp)

Phononic crystals consist of a periodic structure, and by designing the structure of the unit cell, it is possible to control the propagation of acoustic/elastic waves within the crystal. Among them, topologically protected edge modes have been observed to appear within the band gap in acoustic valley-hall insulators with zigzag interface configurations under specific conditions. The challenge in the design aspect for device implementation is the limited band structure design method to intentionally induce edge modes at desired frequencies or modes. The objective of this study is to establish a band structure design method that induces edge modes at specific frequency bands or modes by introducing a structural optimization algorithm to the design of topological phononic crystals. In this study, we demonstrated the effectiveness of the designed acoustic waveguide by maximizing the unit cell bandgap through topology optimization.

Key Words : phononic crystal, acoustic valley-hall insulators, edge modes, topology optimization

1. 導入

本研究では、任意の周波数帯の音響波を伝送するバレーホール由来のトポロジカルフォノニック結晶導波路を、トポロジー最適化を用いて逆設計する手法を提案する。フォノニック結晶は周期構造からなり、その単位セルの構造設計によって結晶中を伝搬する弾性振動や超音波の輸送を制御することができる。その中でも、トポロジカル物性を利用したトポロジカルフォノニック結晶の特徴は、特定の条件下でバンドギャップ中にエッジモードが生じる構造のペアが存在することである。トポロジー最適化を中心とした構造最適化を用いたトポロジカルフォノニック結晶導波路の逆設計手法は、スピンドル効果

由来の構造で提案されている[1,2]。一方で、バレーホール効果由来の設計手法の研究は少ない[3]。バレーホール効果由来のトポロジカルフォノニック結晶導波路はユニットセルの形状がC₃結晶対称性を持つフォノニック結晶と、その構造を上下に反転するのみのフォノニック結晶の組み合わせによって、エッジモードが発現することが保証されている[4,5]。そこで、C₃結晶対称性を持つユニットセルを最適化モデルとして、バンドギャップを操作するトポロジー最適化による、高効率伝搬が可能なデバイスの設計手法を提案する。さらに、最適化によって得られた構造を用いて導波路を設計、音響伝搬性能評価することで設計手法の妥当性を検証した。

2. バレーホールトポロジカルフォノニック結晶

(1) C_3 結晶対称性

エッジモードの発現を前提条件として利用するため、最適化過程において C_3 結晶対称性を保持させる必要がある。本研究では設計変数の更新時に、図-1に示す領域Iをベース領域として回転させた領域II、領域IIIにコピーする操作を行うことで、空間対称性を定義した。

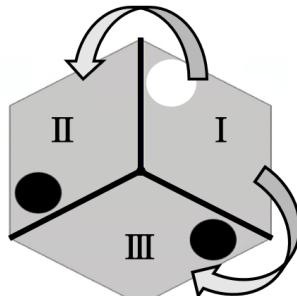


図-1 C_3 結晶対称性

(2) 初期構造

本研究では水中にステンレス鋼の構造を埋め込むことで音響導波路を作成した。初期構造として[4]で提案されたステンレス鋼の円ロッド3つを用いた構造を採用した。格子定数 $a = 2.2 \times 10^{-3} [m]$ 、ロッド半径 $r = 3.5 \times 10^{-4} [m]$ も同様である。解析で用いるそれぞれの材料の物性値、音速と質量密度は、[4]で用いられた水 $1490 [m/s]$ 、 $1000 [kg/m^3]$ 、ステンレス鋼 $5780 [m/s]$ 、 $7800 [kg/m^3]$ を採用した。

(3) スーパーセル

バレーホール効果ベースのトポロジカルフォノニック結晶ではZigzag界面で、垂直な入力に対して高効率に伝搬することが確認されている。初期構造を用いたZigzag界面でのスーパーセルバンドとエッジモードを図-3に示す。導波路として利用できる周波数はバンドギャップ内でエッジモードが励起されている周波数帯である。

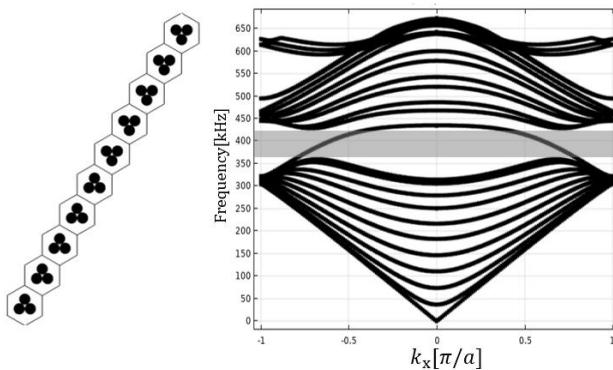


図-2 初期構造のスーパーセル

3. 定式化

(1) 目的関数と最適化問題

初期構造において、ユニットセルの1次と2次の固有周波数間のバンドギャップを目的関数として、最大化を行った。

$$\max: f = \min_{i=1}^{n_k} \lambda_2(k_i) - \max_{i=1}^{n_k} \lambda_1(k_i) \quad (1)$$

材料密度 ρ を、体積弾性率を B とすると、フォノニック結晶中の音波の伝搬特性を記述するための波動方程式は式(2)と表される。定常状態の場合、Helmholtz方程式は式(3)となり、周波数領域で表現できる。

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(r)} \nabla p(r, t) \right) + \frac{1}{B(r)} \frac{\partial^2 p(r, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(r)} \nabla P(r, \omega) \right) + \frac{\omega^2}{B(r)} P(r, \omega) = 0 \quad (3)$$

FEMによる離散化を行うと、一般化された固有方程式は式(4)と表される。体積制約は 0.5 として、最大許容体積 V_{allow} を用いて、式(5)のように与える。設計変数 $\varphi(x)$ は各要素における水とステンレス鋼の材料分布を表し、 $\varphi(x) = 0$ は水を、 $\varphi(x) = 1$ はステンレス鋼を表す。

Subject to

$$[K(k) - \omega^2 M] P = 0 \quad (4)$$

$$\frac{V(\varphi(x))}{V_{allow}} \leq 0.5 \quad (5)$$

$$0 \leq \varphi_i \leq 1 \quad \text{for } i = 1, \dots, n \quad (6)$$

本研究では物性値の補間式としてSIMP法(Solid Isotropic Material with Penalization)を採用した。各要素において、質量密度と材料音速を式(7)(8)のように設計変数の関数として表される。ペナルティ係数は $p = 3$ とした。

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{1}{\rho_1} + \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \varphi(x)^p \quad (7)$$

$$\frac{1}{B(x)} = \frac{1}{B_1} + \left(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1} \right) \varphi(x)^p \quad (8)$$

(2) 感度解析

目的関数の感度は次式で算出し、MMA(The method of moving asymptotes)を用いてトポロジー最適化を行う。

$$p_i^T \left(\frac{\partial K_e}{\partial \varphi_e} - \lambda_i \frac{\partial M_e}{\partial \varphi_e} \right) p_i = p_i^T \frac{\partial K_e}{\partial \varphi_e} p_i - \omega^2 p_i^T \frac{\partial M_e}{\partial \varphi_e} p_i \quad (9)$$

4. 最適化結果

(1) 最適構造

目的関数であるバンドギャップと構造の変化を図-3に示す。初期構造と得られた最適構造のユニットセルバンド図の比較を図-4に示す。バンドギャップは初期構造46.9 [kHz]の約6.4倍である301.6 [kHz]まで拡大することができた。次に最適構造のスーパーセルバンドとエッジモードを図-5に示す。ユニットセルのバンドギャップを拡大したことによって、バルクモードに埋まっていたエッジモードが機能し、導波路として利用可能な周波数帯域幅は143.3 [kHz]となり、初期構造68.3 [kHz]の約2.1倍の拡大を実現した。

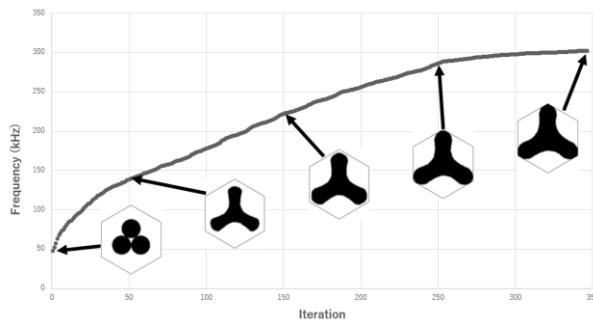


図-3 目的関数と構造変化

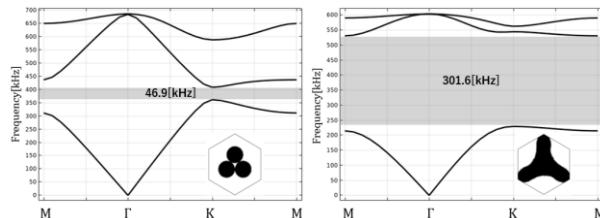


図-4 初期構造(左)と最適構造(右)の比較

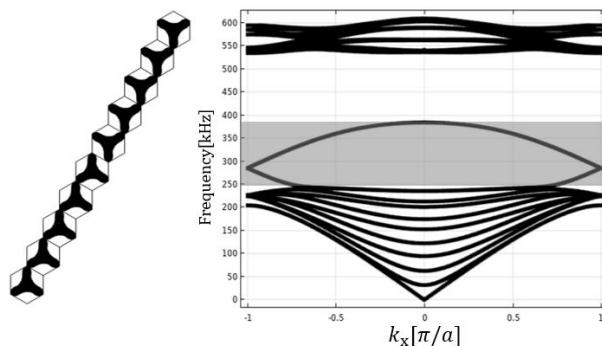


図-5 最適構造のスーパーセル

(2) 導波路評価

曲がり角での減衰を確認するため、Z型の導波路で導波路としての機能を検証した。初期構造と最適構造で導波路として機能する共通の帯域幅である370 [kHz]の音圧を与えた伝搬様子として、各構造の音圧場のカラーマッ

プを図-6に示す。初期構造では道の途中で波が逃げているが、最適構造ではほとんど波が逃げていない。これは最適構造では堅牢性が上がり、高効率な伝搬が可能になったことを示す。

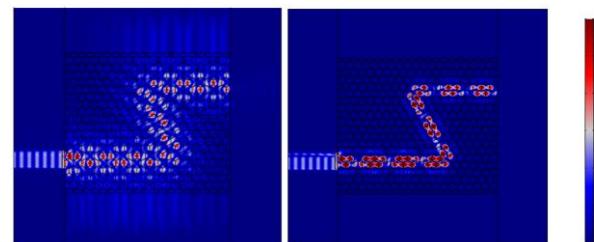


図-6 初期構造(左)と最適構造(右)のZ型導波路伝搬

5. 結言

本研究では、ユニットセルのバンドギャップ最大化を目的関数としたトポロジー最適化によって、高効率に伝搬するバレーホール効果由来のトポロジカルフォノニク結晶導波路の設計手法を提案した。さらに、最適構造を用いて導波路を設計、音響伝搬性能を評価することで、本手法の妥当性を検証した。

謝辞

本研究成果の一部は、JSPS科研費21H05020の支援を受けた。

参考文献

- [1] Rasmus E. Christiansen, Fengwen Wang, and Ole Sigmund. Topological Insulators by Topology Optimization. *Phys. Rev. Lett.* 122, 234502, 2019.
- [2] Y. Chen, F. Meng, X. Huang. Creating acoustic topological insulators through topology optimization. *Mech. Syst. Sig. Process.* 146, 107054, 2021.
- [3] Z. Du, H. Chen, G. Huang. Optimal quantum valley Hall insulators by rationally engineering Berry curvature and band structure. *J. Mech. Phys. Solids*, 135, 103784, 2020.
- [4] Kenshi Okuno and Kenji Tsuruta. Topologically robust sound wave transport in two-dimensional phononic crystal with a circular rod arrangement in water. *Jpn. J. Appl. Phys.* 59 SKKA05, 2020.
- [5] Jiuyang Lu, Chunyin Qiu, Liping Ye, Xiying Fan, Manzhu Ke, Fan Zhang & Zhengyou Liu. Observation of topological valley transport of sound in sonic crystals. *Nature Physics* volume 13, p369–374, 2017.