

荷重変位関係を目的関数とするトポロジー最適化

Topology Optimization for Target Load-displacement Relationship

鈴木琢也¹⁾

Takuya Suzuki

1) 博士(工学) 竹中工務店 (〒270-1395 千葉県印西市大塚1-5-1, E-mail: suzuki.takuya@takeaka.co.jp)

In this study, we propose and verify a noble topology optimization method for a shape meeting with the target load displacement relationship. First, we explain the proposed method. Then, we verify its effectiveness through a simple beam problem. As a result, we confirm that the proposed method is effective for topology optimization considering target load-displacement relationship.

Key Words : Optimization, Inverse analysis, Load-displacement relationship

1. はじめに

構造物等の形状設計において、性能を最大限に高める最適な形状を得ることは重要である。形状探索の一つとして、「トポロジー最適化」(例えば, [1]~[3])がある。この方法は、幅などの部材の寸法自体を設計変数とする「寸法最適化」や部材の外形線を設計変数とする「形状最適化」とは異なり、設計対象とする空間における分布を設計変数とする自由度の高い最適化手法である。分布そのものを探索するため、部材の中に穴や空隙を設けるといった形状も探索可能となり、部材の軽量化などに多く利用されている。

一方で、トポロジー最適化の目的関数は、剛性の最大化や材料効率の最大化など単一の目標値であることが多い。これらは、部材が弾性範囲内であることを前提にした最適化といえる。しかしながら、建築分野における制振ダンパーなどの塑性化を許容した部材設計においては、単なる剛性だけではなく、荷重変位関係についても設計的な要求がある。そのため、これらの要求を満たした上での効率的な形状探索が必要となるが、そのようなトポロジー最適化の事例は存在しない。このような新しい最適化技術と、近年発展が著しい3Dプリンタ等の造形技術を融合させることができれば、これまでになく新しい部材の開発に繋がることを期待できる。

そこで、本研究においては、目標とする荷重変位関係を満足するトポロジー探索手法を提案し、その効果を検証することを目的とする。まず、提案手法について説明し、つづいて簡単な単純梁の事例を通して、目標荷重変位関係を満足する形状探索が可能かどうかを検証する。

2. 提案する最適化手法

(1) 提案手法の特徴

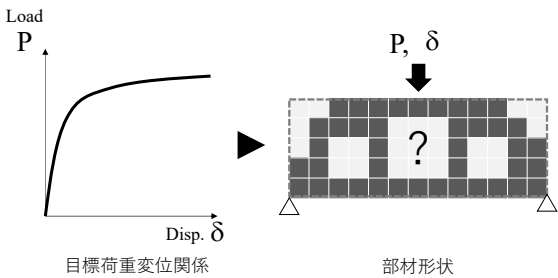


図-1 荷重変位関係を目的とするトポロジー最適化

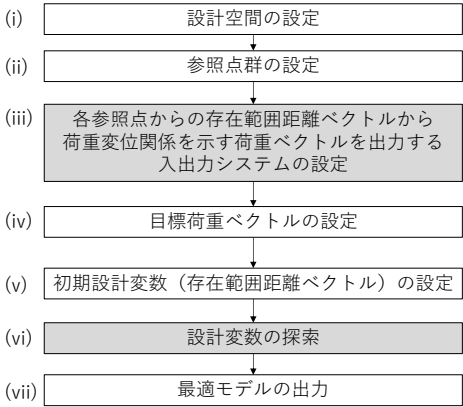


図-2 探索手順

図-1には、提案手法で実現するトポロジー最適化のイメージを示す。目標荷重変位関係を満足するトポロジーを探索するための本提案手法の特徴は以下である。

- ・設計変数を、「設計空間内に複数設定した参照点からの要素の存在範囲距離ベクトル」とする。
- ・目的関数を、目標とする荷重変位関係に対応する「荷重ベクトル」とする。
- ・設計変数を入力、目的関数を出力とする入出力システムを構築する。この入出力システムに対する逆解析を

実施して、設計変数を探索する。

- ・逆解析手法には、ノイズの混入を防ぎつつ、多入力-多出力の入出力システムの逆解析が可能となるモーダル反復誤差修正法^[4]を用いる。

図-2には、入出力システムの設定を含めた本提案手法による探索を行う全体のフローを示す。以降では、本提案手法の特徴である(iii)で設定する入出力システム、および(vi)の探索に用いる逆解析手法のそれぞれの詳細について説明する。

(2) 想定する入出力システム

図-3には、提案手法で想定する入出力システムを示す。提案手法では、設計空間上に設定された参照点から要素が存在する範囲を示す「存在範囲距離」を設計変数（すなわち入力）とする。設計空間内に参照点を複数設定し、そのそれぞれが存在範囲距離 L_i （存在範囲距離ベクトル $\{L_i\}$ ）を有する。その存在範囲距離内に要素が存在するとして解析モデルが生成される。図-4には、解析の要素メッシュを格子とし、要素中心が範囲距離内にある要素（図中灰色）をモデル化する場合の例を示す。簡単のため、2次元の場合を示すが、3次元モデルにも拡張可能である。また、要素メッシュが格子である必要もなく、オートメッシュ機能により存在距離に応じて要素メッシュを再生成しても良い。

つづいて、存在範囲距離ベクトルに応じて、作成されたモデルに対して応力解析が実施され、荷重変位関係が得られる。荷重変位関係は、予め指定された変位群に対応する荷重ベクトル $\{P\}$ として出力される。

以上のように、要素の存在範囲に対応する存在範囲距離ベクトル $\{L_i\}$ から荷重変位関係に対応する荷重ベクトル $\{P\}$ を算出する処理が、本提案手法において逆解析の対象となる入出力システムである。この入出力システムに対して、目標とする出力（荷重変位関係）を得るような、入力（存在範囲距離、すなわちモデル）が手順(vi)において探索される。

(3) モーダル反復誤差修正法の概要

文献[4]で提案されたモーダル反復誤差修正法は、出力誤差ベクトル $\{r\}$ の入力ベクトル $\{x\}$ の各成分に対する偏微分で構成されるマトリクス（ヤコビアンマトリクス）の特異値分解結果から主要なモードと不要なモードを抽出し、前者を誤差ベクトルの減少に、後者を入力ベクトルに含まれる不要な成分の除去に利用して、反復的に入力ベクトルを修正していく手法である。偏微分マトリクスの算出には、解析微分、数値微分のいずれを用いてもよい。全体的なフローは一般化ニュートン法と同一であるが、偏微分マトリクスの逆行列を主要なモードのみで再構築する点、不要なモードを除去する処理が追加されている点に特徴を有する。主要なモードと不要なモードは特異値分解の結果から得られる特異値で判断する。主要なモードを用いて誤差を修正することで、効率的な誤差ベクトルの縮小が可能になる。また、入力ベクトルに含まれる

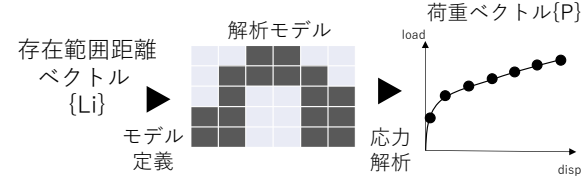


図-3 入出力システム

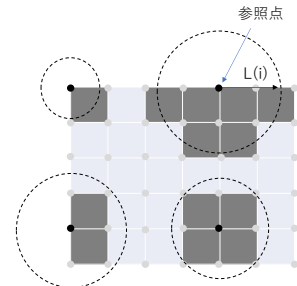


図-4 存在範囲距離によるモデル生成の一例

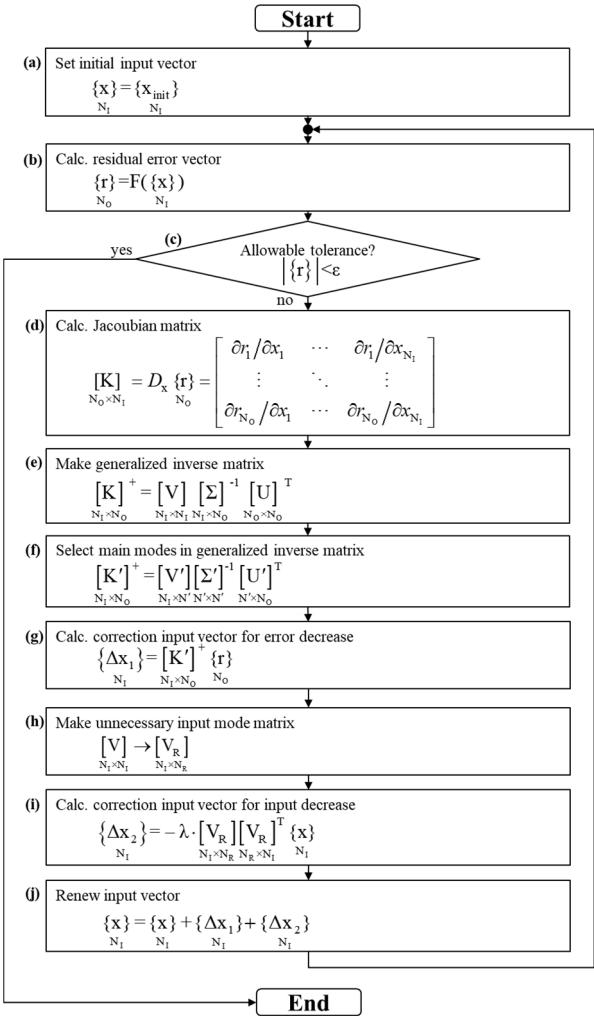


図-5 モーダル反復誤差修正法の演算手順^[6]

不要なモードを予め定めた削減率の分だけ削除する処理を行うことで、誤差に影響を与えないノイズ成分の排除と安定的な解の探索を可能にしている。

これまでに、模擬地震動のスペクトル多価フィッティング^[5]のほか、目標荷重変位を再現するダンパーの形状探

索^[6], 解析モデルのパラメータ同定^[7], 関数の係数同定^[8]などにおいて適用性が確認されている。図-5には文献[6]に示された演算手順を示す。

3. 例題による効果の検証

(1) 例題概要

図-6には今回例題とする最適化問題を示す。例題とする構造は、両端ピン支持の梁とする。この梁の上部中央に集中荷重が載荷される。このときの鉛直荷重と鉛直変位の関係がこの最適化問題で目標とする荷重変位関係となる。図中、破線で囲んだ区間が設計空間であり、与えられた目標荷重変位関係を実現するための、設計空間内の要素の配置の分布状態（すなわち形状）が探索される。

(2) 解析条件

まず、荷重変位関係を算定する順解析条件について説明する。応力解析は2次元問題とし、非線形の平面応力要素を用いる。材料は鋼材を想定し、ヤング率205GPa、ポアソン比0.3を用いる。Misesの非線形モデルを適用し、降伏強度は400MPa、二次剛性比は初期剛性の1/1000とする。メッシュは固定として、鉛直方向50分割、水平100分割とする。メッシュは全て20mmの正方形となる。

要素の生成を判定するための参照点の位置を図-7に示す。参照点は121個存在する。対称性を考慮して、変数の数を減らしている。参照点ごとに設定された影響距離の範囲内に要素中心が存在するメッシュがモデルとして顕在化する。なお、探索の安定性向上のため、範囲外にある要素については、剛性1/100000の線形要素を配置する。

以上の手順で生成されたモデルに対して、中央部に鉛直下方20mmの強制変位を作用させて、荷重変位関係を出力する。荷重は変位0.2mm毎に出力し、それぞれの荷重値が順解析における出力ベクトル（100元）となる。

つづいて、逆解析条件について説明する。図-8には目標とする荷重変位関係を灰実線で示す。比較のため、全要素が存在する場合の荷重変位関係を黒破線で併せて示す。目標とする荷重変位関係は、剛性200kN/mm、降伏荷重600kN、降伏後の二次剛性比1/100のバイリニアとする。設計変数は、各参照点からの影響範囲距離 L_i として、初期値は80mmとする。この初期値では設計空間の全てに要素が生成される。

誤差を減らすための主要なモードは、「誤差ベクトルのノルム比」^[9]によって選定する。判定に用いるノルム比は先行研究^[8]にならって、0.2とした。なお、第1特異値の 10^{-4} 倍以下の特異値となるモードは除いた。不要な入力成分を除去する処理において縮退するモードを選択する際に特異値が十分小さいと判断する特異値の閾値は、第1特異値の 10^{-2} 倍未満とし、モードの削減率 λ は0.10とする。

反復計算の繰返し回数は100回で打ち切りとし、偏微分マトリクスを構成するための各設計変数に対する偏微分は数値微分を用いて算定する。具体的には、当該設計変数のみを0と80に変更した場合のそれぞれの応力計算を実

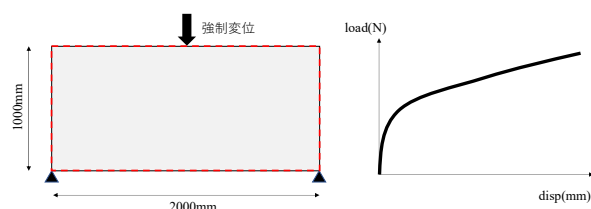


図-6 例題とする最適化問題

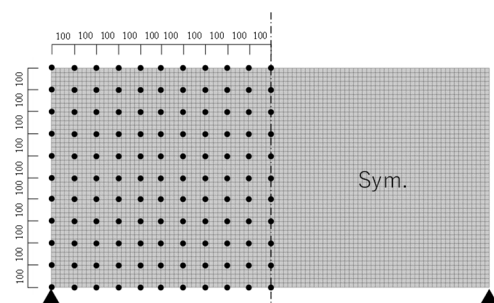


図-7 参照点の配置

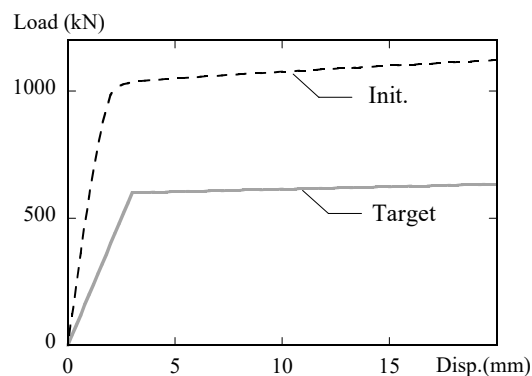


図-8 目標とする荷重変位関係

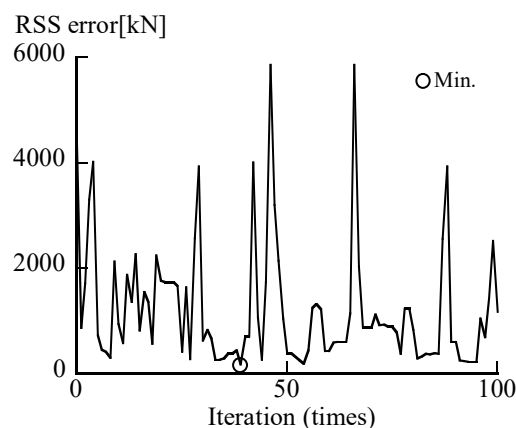


図-9 誤差縮小の様子

施して、当該変数に対する偏微分を計算する。

(3) 解析結果

図-9には、誤差ベクトルのノルム（残差二乗和平方根）の収束の様子を示す。図中丸印は、最も誤差が小さくなった点である。図より、初期に4000kN程度あった誤差は、やや大きい振動を繰り返すものの、39回の収斂計算で最小の174kNまで減少した。

図-10には、収斂回数39回での荷重変位関係を、図-11には解析モデルの形状を示す。図より、荷重変位関係は目標とする荷重変位関係とよく整合していることが分かる。バイリニアの折点の部分で差異が見られるが、これの急激な変化はどのような形状でも実現できない厳しい目標であったためと考えられる。

また、探索された形状は、載荷点と支持点を結ぶトラス形状となっており、不要な箇所には要素が配置されない合理的な形状が探索されている。トラスの幅が変化しているがこれにより目標とする荷重変位関係を実現していると推察される。

以上のように、提案手法によって、目標荷重変位関係を満足するトポロジー最適形状が探索できることが確認できた。

4. まとめ

本研究においては、目標とする荷重変位関係を満足するトポロジー探索手法を提案し、その効果を検証することを目的とする。まず、提案手法について説明し、つづいて簡単な片持ち梁の事例を通して、提案手法の効果を検証した。得られた知見を以下に示す。

- (1)設計空間上に設定した複数の参照点からの影響範囲距離を設計変数として、目的関数である荷重変位関係を満足する影響範囲距離を探索するトポロジー最適化手法を提案した。具体的には、影響範囲距離ベクトルからモデル作成、解析実施、結果処理までの一連の流れを順解析とみなして、この逆問題を解くことで、目標を満足する影響範囲距離ベクトルの探索を行う。探索には、ノイズ除去機能を有するモーダル反復誤差修正法を用いることで、不要な空間に要素を配置しない形状の探索を可能にしている。
- (2)片持ち梁の荷重変位関係を例題として、提案する形状探索手法の適用性を確認した。制振ダンパー等への適用を想定し、目標荷重変位関係は大きく非線形領域に入るものを用いた。その結果、提案手法によって、目標荷重変位関係を満足するトポロジー最適化が可能になることが確認できた。

参考文献

- [1] Bendsøe, Martin Philip, Kikuchi, Noboru: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 71, Issue 2, pp.197-224, 1988
- [2] Bendsøe, Martin Philip: Optimal shape design as a material distribution problem; Structural Optimization, Vol.1, No.4, pp.193-202, 1989
- [3] J. A. Sethian, A. Wiegmann: Structural boundary design via level-set and immersed interface methods; Journal of Computational Physics, Vol.163, No.2, pp.489-528, 2000

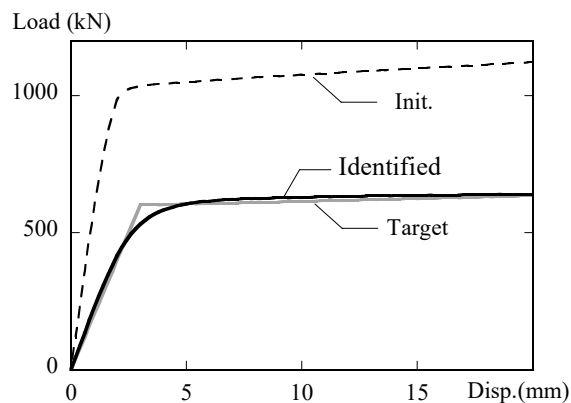


図-10 探索された形状の荷重変位関係 (iter.=39)

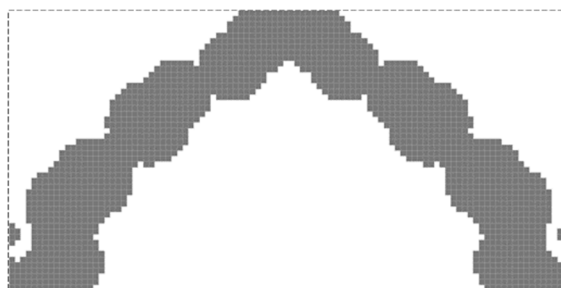


図-11 探索された形状 (iter.=39)

- [4] Suzuki, T.: Input Motion Inversion in Elasto-plastic Soil Model by Using Modal Iterative Error Correction Method, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.83, No.749, pp.1021-1029, 2018.7
- [5] Suzuki, T.: Generation of Simulated Earthquake Motions Considering Actual Earthquake Phase and Multi Target Response Spectrums, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.84, No.760, pp.811-818, 2019.6
- [6] Suzuki, T. et al: Shape optimization of Hourglass-shaped damper using Fe-Mn-Si-Based alloy considering target Load-displacement relationship and target fatigue characteristics, Construction and Building Materials, Vol.366, 130091, 2023
- [7] Suzuki, T.: Input Motion Inversion in Elasto-plastic Soil Model by Using Modal Iterative Error Correction Method, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.83, No.749, pp.1021-1029, 2018.7
- [8] Suzuki, T.: Equation Discovery using Mode Extraction via Singular Value Decomposition, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.86, No.783, pp.838-847, 2021.5
- [9] Suzuki, T.: Mode selection method in modal iterative error correction for stabilization of convergence, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.84, No.756, pp.195-203, 2019.2