

# アルゴリズム支援による 大規模要因実験計画法の活用

Practical Application of Large-scale Factorial Experiments Supported by  
Algorithm and CAE Software

宮田 悟志

Satoshi Miyata

博(工) ダッソー・システムズ (株) (〒141-6020 東京都品川区大崎2-1-1 ThinkPark Tower, E-mail:  
satoshi.miyata@3ds.com)

Effectiveness of large-scale fractional factorial experiments (FFE) are argued. FFEs can have both of accuracy of factor effects captured and smaller number of experiments required. They can be controlled by resolution and defining relations. In that purpose, however, size of FFEs has crucial impact on the efficacy. CAE-based experiments ease the limitation and allow fine FFEs analyses.

**Key Words :** Design of Experiments, Fractional Factorial Experiments, Resolution IV, Resolution V

## 1. はじめに

複数の処理や材料の組み合わせ効果を評価する方法として、要因実験計画や一部実施要因実験計画等の実験計画法が産業界で広く使われている。実験計画法は今日のCAEの普及以前に確立・普及した方法論であるが、CAEを使用した設計検討においても注目されている。リードタイム、製品開発コストについての今日の厳しい要求下では、物理実験をシミュレーション実験で代替することは必須の実務プラクティスであり、CAEベースでの実験計画法の普及は自然な帰結と言える。

CAEベースの実験計画法の利用には、複数の異なる方向性が存在する。(i) 要因計画系の方法による設計パラメータの感度・寄与度の評価、(ii) 準乱数や空間点過程による実験点を基底関数やニューラルネットで補間して利用するサロゲートモデル、(iii) タグチのパラメータ設計法のようなロバスト設計、(iv) 変数スクリーニングを目的とした過飽和計画系のアプローチ、(v) ベイズ推定と組み合わせた適応的最適計画、等が代表的と思われる。

本論ではこれらの内、“(i) 要因計画系の方法”について論じる。この実験計画法のカテゴリは、実験計画法成立の最初期から研究されていて、今日では「過去の手法」と見做されることも多い。しかし、設計現場へのコンピュータ普及の萌芽期・移行期であった1960～1990年代と、コンピュータ使用が常態化した今日では、要因計画系の方法の設計への有効性は全く異なる。この点を明らかにすると共に、1990～2000年代のこの分野の知見を加え、CAEベースの実験計画法が、強力な問題解決のツールとなることを論じることが本論の目的である。

## 2. 要因計画とその一部実施

要因計画 (full factorial experiments) は、検討対象である

複数の因子 (= 設計パラメータ) について、その水準組み合わせの全てを実験する。よってある実験計画における実験 (= CAE解析の実行) の総数は、因子の水準数の冪となる。たとえば、2水準の  $m$  個の因子の場合  $2^m$  回、3水準の  $n$  個の因子の場合  $3^n$  回の実験を行う。2水準8因子で256回、3水準5因子で243回である。よって多因子の場合、実験実施の負荷は非常に高い。しかし因子の組み合わせ効果は完全に捕捉できるので、重要な因子間の相互作用 (交互作用) が多数存在すると考えられる場合には、高い実施負荷をおして敢えてこの計画が使用される。

しかしそれでも、因子数が増えるに従い実施の困難さは急激に上がるので、一般には、水準組み合わせの一部のみを実施する一部実施要因計画 (fractional factorial experiments) が使用される。国内で広く使用される「直交表 (orthogonal arrays)」はその典型で、2水準因子の256回の実験を行う直交表としては  $L_{256}(2^{255})$ 、3水準因子の243回の実験を行う直交表としては  $L_{243}(2^{121})$  が存在している。表名における下添え字は実験回数 (直交表の行数)、上添え字は扱い可能な最大因子数 (直交表の列数) を表している。要因実験の場合は、それぞれ8個、5個の因子しか扱うことができないから、直交表 (今の場合、 $L_{256}(2^{255})$  と  $L_{243}(2^{121})$ ) は、格段に優れた実験計画であるかのように見える。しかし、この非常に多数の取り扱い可能因子数には、重要な付帯条件が存在している。実験計画法の分野で、計画の Resolution と呼ばれる特性値である。

Resolution は、その計画の実施により得られる要因効果の解像度 (過誤なく判別できる要因効果の最小値) を示す指標で、一般に III が最小で、IV, V, VI, ... と数値が上がるにしたがって、要因効果の判別精度が上がって行く。その概要を表1に示す。表においては、因子をアルファベット小文字の1文字で表示していて、語が交互作用を表して

いる。長さ2の語は2因子間交互作用、長さ3の語は3因子間交互作用であり、長い語ほど多数の因子間の交互作用であることを表している。

表-1 Resolutionの概要

Resolution	Word	Clear effects
III	abc	NA
IV	abcd	main effects
V	abcde	main effects & 2 factor interactions
VI	abcdef	main effects & 2 factor interactions

Resolution III における語  $abc$  は、一部実施計画では  $abc=I$  を意味していて ( $I$ は乗法の単位元)，この等式を「定義関係 (defining relation)」と呼ぶ。定義関係  $abc=I$  は、3因子  $abc$  の積は変量として意味をもたない (= 定数 1) となることを表示している。このとき積として意味を持つのは2因子までで、 $abc=I$  は、 $ab=c, bc=a, ca=b$  と読み替えられる。1つ目の等式  $ab=c$  は「因子aと因子bの2因子間交互作用は、因子cの主効果と同一視される」ことを意味する。第2，第3の式の意味も同様である。

先に挙げた  $L_{256}(2^{255})$  と  $L_{243}(2^{121})$  における，非常に多数の取り扱い可能因子数は，全ての因子をResolution IIIで扱うことを前提としたものである。Resolution IIIでは，主効果すら，別名関係により正確な評価はできない。よって，要因効果の推定を目的として直交表を使う場合には，可能な最大因子数まで使い切ることは避け，重要な因子についてはResolution IVが確保できるように，より少数の因子数で実験計画を立てる必要がある。直交表実験計画法の成書が説明に多くの紙面を割くところである。

また要因実験を指向する場合，通常は，主効果だけではなく，2因子間交互作用の一部についても正確に知りたい場合が多い。よって，Resolution IVやResolution Vの計画が重要になるが，これを既成の直交表で行うことは容易ではない。先に例として挙げた  $ab=c, bc=a, ca=b$  等の「別名関係」が，実験計画中の因子全体にどの程度波及しているか知る為には，多数の代数計算が必須であり，これを手計算で網羅することは困難だからである。結果として，「(有名な) 直交表を使って実験をしてみたが，解釈に困る分析結果しか得られなかった」という事態が起こる。CAEベースの実験計画法において，直交表の利用が進まない理由の一つである。

3. 定義関係による一部実施

別名関係の完全な把握に主眼を置いて構成されている実験計画が，定義関係を使った一部実施要因計画である[1]。定義関係は因子間の制約であるから，定義関係を計画に導入することは，その計画における独立因子の数を

減らすことになる。例として7つの2水準因子  $a, b, c, d, e, f, g$  の計画を考える。この要因計画は  $2^7=128$  で，128回の実験を要する。この計画に定義関係  $I=abcf$  を一つ導入すると， $f=abc$  であるから，因子fの水準は，因子  $a, b, c$  の3因子間交互作用の水準と同一になる。すなわち因子fの水準値は，因子  $a, b, c$  の水準値を決めれば自動的に決まり，実験の独立自由度ではなくなる。よって，要因計画から独立自由度が一つ消去され，実験回数は  $2^{7-1}=64$  となる。更にもう一つ定義関係  $I=abdeg$  を加えると，独立自由度はまた一つ消去され，実験回数は  $2^{7-2}=32$  となる。定義関係を2つ加えることで，見かけ上の因子数は7つのままで，実験回数は 1/4 に減少したことになる。計画の Resolution は次のように考える。定義関係が一つの場合は，その定義関係の語の長さがそのまま計画の Resolution となる。定義関係が複数存在する場合は，定義関係間の積を全ての組み合わせについて考える。2水準因子で  $p$  個の定義関係の場合，その組み合わせ総数は  $2^p-1$  個存在する。上記の例の場合， $abcf, abdeg, abcf \times abdeg=cdefg$  の3つである (乗法の定義については参考文献[1]の第4章を参照)。これを「定義対比部分群 (defining contrast subgroup)」と呼ぶ。この定義対比部分群に含まれる語の最小長が，その計画の Resolution となる。上記の場合，語  $abcf$  の長さが4で最小であるから，この一部実施計画の Resolution はIVとなる。定義対比部分群は，第2章の最後の段落で触れた「別名関係が，実験計画中の因子全体にどの程度波及しているか」を計算する為の基本情報であり，その一部実施計画の特徴や良否を論じる基礎となる。 $p$  値が大きい場合，定義対比部分群の全てを列挙することは困難なので，通常は，語長の一覧を表示する。上の場合の表示は  $(0, 1, 2, 0)$  で，語長4の定義関係が1つ，語長5の定義関係が2つ，語長3と語長6の定義関係はゼロであることを示している。この表示を word length pattern (WLP) と呼ぶ。因子数や定義関係の数がより多い場合，語長もより長くなるが，ここでは語長6までを表示している。

定義関係による一部実施計画の場合，定義関係をどう選ぶかが実験計画の要となる。しかし，任意の因子数に対して必要なResolutionを満足する定義関係を見出す為には，コンピュータによる大規模な数値サーベイが必要となり，一部の専門家以外には困難である。一般の利用者は，専門家が公表している数表 (実験回数，因子数，定義関係，Resolution, WLP からなる) を利用することになる。この状況は，直交表の利用における，直交表と因子割り付けパターンの選択と似ている。しかし定義関係による一部実施計画の場合，定義関係が分かればそこから定義対比部分群を計算することは簡単なプログラムで実現できるので，利用者は要因効果の間の別名関係を，必要な全てについて知ることができる。この点が直交表の利用の場合との違いである。直交表の場合にも，定義対比部分群やWLPに相当する計画の特性量は当然存在しているのだが，これらに注目することなく，「選点図」等により，注目因子

とその2因子間交互作用の局所的な関係にのみ注目して因子の割り付けを行う。しかし、割り付けた因子の影響は、計画に含まれる全ての要因効果に波及する。波及の悪影響が小さければ問題ないが、そうでなければ、第2章の最後で触れたような事態となる。

ただしこの直交表の利用の状況は、1960～1980年代という方法の普及時期を考えれば、やむを得ない事と言える。実務家は紙面に印刷された数表とその補足解説をもとに実験計画を立てるしかなかった。「コンピュータプログラムを使えば、別名関係は必要なだけ把握できる」というのは、今日だからこそ通用する主張と言える。

#### 4. 大規模計画の意義

直交表による一部実施計画と定義関係による一部実施計画は、互いに等価な構成が可能なので、以下では、特に必要な場合以外は、両者を区別せずに論を進める。

要因計画法と直交表の成立・普及期は、「実験」と言えば物理的な実験が主流であった。この結果として、多数の実験が必要となる計画は敬遠される傾向になる。表2は、要因効果推定を目的とした2水準と3水準の直交表の例である。ただし「コア因子数」列は、別名関係ゼロで実験を行うことが可能な因子数を表す。

表-2 直交表の例

コア因子数	2水準直交表	3水準直交表
3	$L_8(2^7)$	$L_{27}(2^{13})$
4	$L_{16}(2^{15})$	$L_{81}(2^{40})$
5	$L_{32}(2^{31})$	$L_{243}(2^{121})$
6	$L_{64}(2^{63})$	$L_{729}(2^{364})$
7	$L_{128}(2^{127})$	-
8	$L_{256}(2^{255})$	-

100回超の実験を行う直交表も存在するが、物理的実験を前提とした場合、100回を超える実験の実施は考えづらい。実際、田口玄一博士による実験計画法の大著[2]の巻末には直交表の利用に関する多数の付表が掲載されているが、その最大規模は、2水準実験の場合は $L_{64}(2^{63})$ 、3水準実験の場合は $L_{81}(2^{40})$ である（下巻の付表12参照）。

ところが、Resolution IV 以上で計画を考えたいなら、2水準因子の場合は $L_{32}(2^{31})$ 、3水準因子の場合は $L_{81}(2^{40})$ が最低ラインとなる。これよりサイズの小さな直交表では、因子の別名関係が計画全体に強く波及し、Resolution IV 以上で扱える因子数は、要因実験の場合の因子数とあまり差がなくなることによる。この事実は、選点図の状況：2水準の場合の $L_{16}(2^{15})$ と $L_{32}(2^{31})$ の差異（上巻の付表6参照）、3水準の場合の $L_{27}(2^{13})$ と $L_{81}(2^{40})$ （下巻の付表12参照）からも理解できるが、一部実施計画法の定義関係に

ついて網羅的な情報を掲載している文献[1]の table 4A.2, 4A.3, 5A.2, 5A.3 を見れば、より詳細に理解できる。これらの表では、Resolution, 定義関係、クリアな要因効果について情報を網羅している。WLP は直接掲載されていないものの、同一Resolutionの計画において、minimum aberration基準での最良計画と、クリアな要因効果数での最良計画の両方が掲載されており、実用性が高い。

同書には、2水準に関しては、11因子のResolution V計画 $2_V^{11-4}$ 、32因子のResolution IV計画 $2_{IV}^{32-26}$ まで掲載されている。直交表で言えば、 $L_{64}(2^{63})$ と $L_{128}(2^{127})$ に対応する。

Resolution Vで扱える因子数が11と少し少ないが、Resolution IVでは32因子まで情報が掲載されているので、実用上問題にならないと思われる。

一方3水準に関しては、5因子のResolution V計画 $3_V^{5-1}$ 、10因子のResolution IV計画 $3_{IV}^{10-6}$ まで掲載されている。直交表で言えば $L_{81}(2^{40})$ に対応する。2水準の場合に比べて明らかに因子数が少ないことが判る。つまり3水準因子の実験においては、81回の実験は、有効性のある一部実施計画としては最低ラインであることを意味する。多因子による柔軟な計画を考えるなら、243回、729回の実験を想定すべきであると言えよう。この規模になると、製品試作を行っての物理的な実験は殆ど不可能であるから、CAEベースの実験でのみ実現可能な領域となる。

ところで文献[1]は、この分野の実務家向けのテキストの定番の一つであるが、初版の発行時期が2000年という背景もあり、より大規模な243回、729回の実験についての情報は含まれていない。この規模の計画になると、組み合わせ生成の指数的な増大により、定義対比部分群の計算や計画の相同性判定に多大な計算量を要し、素朴なアルゴリズムでは手に負えない為である。数学的手法を駆使して、 $L_{243}(2^{121})$ と $L_{729}(2^{364})$ まで、Resolution IVとResolution Vを調べた結果が文献[3]に報告されている。同文献のTable 10は、Resolution Vについては $3_V^{11-6}$ までの6計画、Resolution IVについては $3_{IV}^{20-15}$ までの51計画が掲載されている。またtable 11には、 $3_V^{14-8}$ までの、22個のResolution V計画が掲載されている。3水準因子についてはこれでもう十分と思われる。ただし、文献[3]の一部実施計画の表記は、直交表の生成行列における独立成分列（表2において「コア因子」と表記している成分に対応する列）を基準としており、定義関係による表記にはなっていない。著者自身が論文中で書いているように、定義関係を導出するには簡単な計算が必要である。

#### 5. 商用ソフトウェアによる実施例

本章では筆者が所属するダッソー・システムズ(株)が開発・販売を行う Isight [4]における例を示す。Isight は多数の直交表を標準機能として有する一方で、Java言語やPython言語による高い拡張性を特徴としている。文献[1]

の記述にとづき、2水準と3水準の定義関係による一部実施計画をカスタム実装し、3水準11因子のResolution V計画を、有限要素構造解析に適用した結果を示す。

図1、図2、図3は $3_{IV}^{11-6}$ の計画定義の様子を示すGUIのスクリーンショットである。



図-1 水準数と定義関係の指定

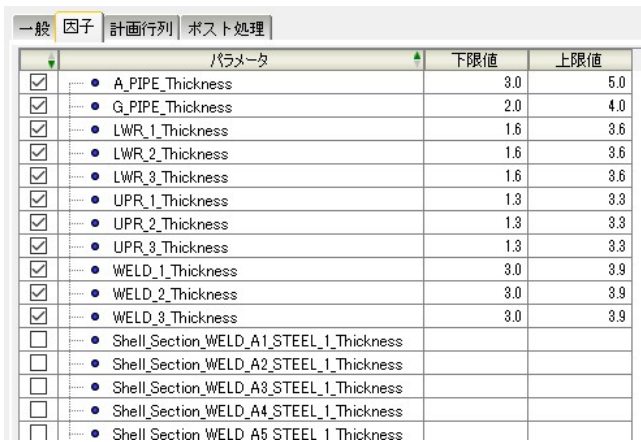


図-2 実験因子の指定

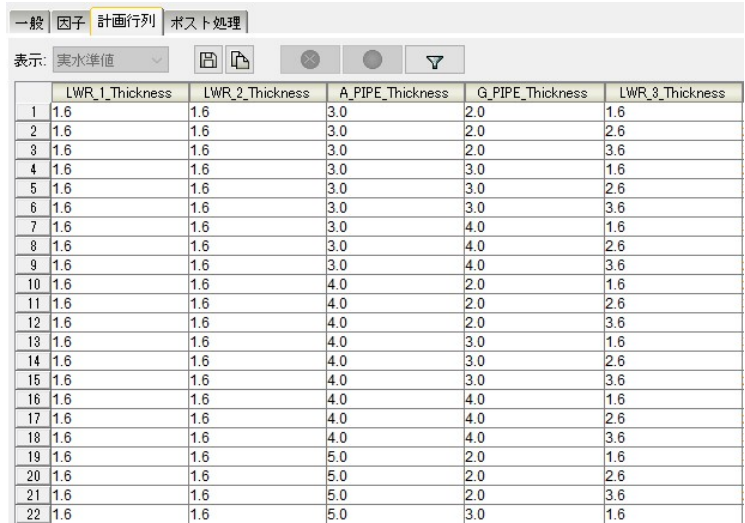


図-3 生成された計画行列（一部抜粋）

図1の“Defining relations”項目において、定義関係を入力している。この箇所以外、計画定義における専門性は存在しない。他は、水準数と実験因子を指定するのみである。図3は、定義関係から生成した実験計画（全243行）の一部抜粋である。Isightは元々、大量のCAE実行とその結果利用を前提にしているソフトウェアなので、243回程度の

CAE実行は、全く負荷にならない。実験計画の生成と並行して、定義対比部分群、WLP、クリアな要因効果、別名関係の計算が自動的に行われる。これらの情報を自動生成できることが、今日的なCAE実行を前提とした実験計画法の利点と言える。表3にこれらを示す。ただし、紙面の都合上、重要なもののみ掲載した（定義対比部分群の語長は6まで、別名関係は主効果についてののみ4因子間交互作用まで）。第2章では2水準因子の場合について定義対比部分群の概念を示したが、3水準因子の場合はより複雑で、6つの定義関係を導入した場合、定義対比部分群は364個の語からなる。因子名に大文字と小文字の2種類が登場するのも3水準の場合の特徴である。文献[1]では大文字・小文字ではなく、A, B, C, ..., A<sup>2</sup>, B<sup>2</sup>, C<sup>2</sup>, ... の指数表記になっているが、プログラム実装の簡潔さからこちらの記法を選んだ。内容は同一である。

図4に結果分析の一例を示す。構造体の特性値（この例では、ひずみ）についての要因効果を、主効果、2因子間交互作用、3因子間交互作用、4因子間交互作用について表示している（ただし交互作用については、定義関係におけるコア因子 a, b, c, d, e について見ている。これらは5因子要因計画を形成するものである）。図示形態そのものは一般的なものだが、3因子間交互作用、4因子間交互作用についても要因効果グラフを掲載している点がこの分析の特徴である。Resolution Vでの実験なので、3因子間交互作用は2因子間交互作用と、4因子間交互作用は主効果と別名関係なる。一般的なResolution IIIによる直交表の利用で3因子間交互作用と4因子間交互作用を論じる意味はないが、Resolution V実験においては、主効果や2因子間交互作用と対等に検討できる有意な量である。実際、この有限要素解析の場合は興味深い特徴が分析されている。

11因子の内、特に大きな主効果を持つ因子が幾つか存在し、また、2因子間交互作用についても存在していることが判る。ここまではResolution IIIの実験でも判ることが判る。更に、3因子間交互作用と4因子間交互作用のグラフにおいて、大きな効果を示すものが見られる。よってこれらと別名関係にある因子 f, g, h, i, j, k の2因子間交互作用と主効果をチェックする必要がある。この用途の為に、表3に掲載したような一連の情報が必要である。一部実施の結果として生じた別名関係かもしれないが、物理的にその交互作用が存在している可能性もある。後者なら、明らかに設計上の知見である。4因子間交互作用の大きな2つ（abceとbcde）は、主効果よりは小さいものの、2因子間交互作用よりも大きい。よって、「高次交互作用だから無視する」といった定型的な扱いは過誤の原因となる。漏らさず分析を進める必要がある対象である。別名関係のリストを検索することと、abceはdFと、bcdeはaFと別名関係にあることが直ぐに判る。いずれも因子fの2因子間交互作用である。f は定義関係abcdeFにより導入した因子だが、非常に大きな主効果を持っている。この結果として、その2因子間交互作用の一部も大きいと理解できる。このよう

な要因効果分析は、Resolution III実験では応答の解像度が低く分析の範疇外であるだけでなく、紙面に印刷された限定的な数表を頼りにした分析でも不可能である。組み合わせ生成と検索が自然な、ソフトウェア支援環境だからこそ可能な分析と言える。

6. おわりに

今日における要因計画の在り方と有効性について、現在利用される代表的な方法の特徴と得失を示しながら論じた。直交表を使用した一部実施実験にしろ、定義語を使用した一部実施実験にせよ、Resolution IV以上で考えることができれば、要因効果分析の上でメリットが大きい。従

来はこれは困難とされて来たが、今日のソフトウェア支援の設計環境下では自然に実施できるものになっている。大規模・高Resolution 実験の普及が期待される。

参考文献

[1] Wu CFJ, Hamada M: Experiments: planning, analysis and parameter design optimization, Wiley, New York, 2000

[2] 田口玄一: 第3版 実験計画法 [上],[下], 丸善, 1977.

[3] Hongquan Xu: A Catalogue of Three-Level Regular Fractional Factorial Designs, Metrika 62, pp.259-281, 2005

[4] <https://www.3ds.com/ja/products-services/simulia/products/isight-simulia-execution-engine/>

表-3 定義関係にもとづく計画の特性量

<b>Defining words:</b> ['abcdeF', 'aBCdG', 'aBDeH', 'bCDeI', 'abCEJ', 'acDEK']
<b>Complete Defining Relations:</b> n=364 ['aBCdG', 'aBDeH', 'aBEfI', 'aBcfk', 'aBgij', 'aBhJK', 'aCDFi', 'aCtjk', 'aCefh', 'aCgHK', 'aDGJk', 'aDghI', 'aEGHj', 'aEhik', 'abCEJ', 'abDfj', 'abFGh', 'abcHi', 'abdIK', 'abegk', 'acDEK', 'acFgJ', 'acdHj', 'aceGI', 'adEfg', 'adFHK', 'adeiJ', 'aeFjK', 'afGiK', 'afHIJ', 'bCDeI', 'bCGik', 'bCdFH', 'bCghj', 'bDEFk', 'bDGHK', 'bDhiJ', 'bEGHI', 'bEijK', 'bcEfG', 'bcFtj', 'bcdJk', 'bcehK', 'bdFgi', 'bdeGj', 'beFHIJ', 'bfgJK', 'bfhIk', 'cDGij', 'cDHIk', 'cDefJ', 'cEgjk', 'cEhIJ', 'cdFGK', 'cdegH', 'ceFik', 'cfHjK', 'cfghi', 'dEGIk', 'dEHJK', 'deFhI', 'dfGhJ', 'dfijk', 'efGHk', 'efglj', 'gHiJk', 'aBCFhJ', 'aBCeiK', 'aBDFgK', 'aBGHIk', 'aBCdIJ', 'aBCeGh', 'aBdEjk', 'aBdfhi', 'aBefGJ', 'aCDegj', 'aCEFGk', 'aCGhiJ', 'aCdEHI', 'aCdFJK', 'aDEFhJ', 'aDHijK', 'aDefIk', 'aEgIJK', 'abCDhk', 'abCfgl', 'abDEGi', 'abEfHK', 'abFiJk', 'abcGjK', 'abcdeF', 'abdgHJ', 'abehIj', 'acDfGH', 'acEfij', 'acFhIK', 'acdgit', 'aceHJK', 'adFGtj', 'adeGhK', 'aeFgHi', 'afghjk', 'bCDFGJ', 'bCEFhi', 'bCHIJK', 'bCdEgK', 'bCefjk', 'bDefgh', 'bDgJk', 'bEGHk', 'bcDEHj', 'bcdFik', 'bcFgHk', 'bcdGhI', 'bcegiJ', 'bdEfIJ', 'bdFhJK', 'bdeHik', 'beFGIK', 'bfGHij', 'cDEFGtj', 'cDghJK', 'cEGHiK', 'cdEfhk', 'cdFHIj', 'cdeIjK', 'ceFGhj', 'cfGIJk', 'dEghij', 'deFgJk', 'dfgHIK', 'efhiJK']
<b>Word Length Pattern:</b> [0, 0, 66, 66, 0, 165, 55, 0, 12]
<b>Clear Effects:</b> ['a', 'b', 'c', 'd', 'e', 'f', 'g', 'h', 'i', 'j', 'k', 'ab', 'aB', 'ac', 'aC', 'ad', 'aD', 'ae', 'aE', 'af', 'aF', 'ag', 'aG', 'ah', 'aH', 'ai', 'aI', 'aj', 'aJ', 'ak', 'aK', 'bc', 'bC', 'bd', 'bD', 'be', 'bE', 'bf', 'bF', 'bg', 'bG', 'bh', 'bH', 'bi', 'bI', 'bj', 'bJ', 'bk', 'bK', 'cd', 'cD', 'ce', 'cE', 'cf', 'cF', 'cg', 'cG', 'ch', 'cH', 'ci', 'cI', 'cj', 'cJ', 'ck', 'cK', 'de', 'dE', 'df', 'dF', 'dg', 'dG', 'dh', 'dH', 'di', 'dI', 'dj', 'dJ', 'dk', 'dK', 'ef', 'eF', 'eg', 'eG', 'eh', 'eH', 'ei', 'eI', 'ej', 'eJ', 'ek', 'eK', 'fg', 'fG', 'fh', 'fH', 'fi', 'fI', 'fj', 'fJ', 'fk', 'fK', 'gh', 'gH', 'gi', 'gI', 'gj', 'gJ', 'gk', 'gK', 'hi', 'hI', 'hj', 'hJ', 'hk', 'hK', 'ij', 'iJ', 'ik', 'iK', 'jk', 'jK']
<b>Alias [a]</b> min.length=4: ['bcDg', 'bdEh', 'befi', 'bCFK', 'bGIJ', 'bHjk', 'cdfI', 'ciJK', 'cEFH', 'cGhk', 'dgiK', 'dGHI', 'eghJ', 'eHIK', 'bCEJ', 'bdFj', 'bFGh', 'bcHi', 'bdIK', 'begk', 'cDEK', 'cFgJ', 'cdHj', 'ceGI', 'dEfg', 'dFHK', 'deiJ', 'eFjK', 'fGiK', 'fHIJ']
<b>Alias [b]</b> min.length=4: ['aCdG', 'aDeH', 'aEfI', 'acfk', 'agij', 'ahJK', 'aCEJ', 'aDfj', 'aFGh', 'acHi', 'adIK', 'aegk', 'cdEi', 'cgIK', 'cDFh', 'cGHJ', 'defK', 'dghk', 'dHIj', 'eGhi', 'eIJK', 'cEFG', 'cFtj', 'cdJk', 'cehK', 'dFgi', 'deGj', 'eFHI', 'fgJK', 'fhIk']
<b>Alias [c]</b> min.length=4: ['aBdG', 'aBfk', 'aDFi', 'aIjk', 'aefh', 'agHK', 'abEJ', 'abHi', 'aDEK', 'aFgJ', 'adhj', 'aeGI', 'bDeI', 'bGik', 'bdFH', 'bghj', 'bEfG', 'bFtj', 'bdJK', 'behK', 'dgIJ', 'dhiK', 'dEFj', 'eGJK', 'eHij', 'dFGK', 'degH', 'eFik', 'fHIJ', 'fghi']
<b>Alias [d]</b> min.length=4: ['aBCG', 'aBeH', 'aCFi', 'aGJK', 'aghI', 'abfj', 'abIK', 'acEK', 'achj', 'aEfg', 'aFhk', 'aeiJ', 'bCeI', 'bCfh', 'bEFk', 'bGHK', 'bhiJ', 'bcJk', 'bFgi', 'beGj', 'cGij', 'cHIK', 'cefJ', 'cFGK', 'cegH', 'egiK', 'ehjk', 'eFhI', 'fGHj', 'fijk']
<b>Alias [e]</b> min.length=4: ['aBDH', 'aBFI', 'aCFh', 'aGHj', 'ahik', 'abCJ', 'abgk', 'acDK', 'acGI', 'adfg', 'adiJ', 'aFjK', 'bCDI', 'bDFk', 'bgHI', 'bijK', 'bcfG', 'bchK', 'bdGj', 'bFHJ', 'cdFtj', 'cgjk', 'chIJ', 'cdgH', 'cFik', 'dGIk', 'dHJK', 'dFhI', 'fGHk', 'fgtj']
<b>Alias [f]</b> min.length=4: ['aBEI', 'aBck', 'aCDi', 'aCeh', 'abDj', 'abGh', 'acgJ', 'adEg', 'adHK', 'aejK', 'aGiK', 'aHIJ', 'bCdH', 'bDEK', 'bcEG', 'bcIj', 'bdgi', 'beHJ', 'bgJK', 'bhlk', 'cDeI', 'cdGK', 'ceik', 'cHjK', 'cghi', 'dehI', 'dGhJ', 'dijk', 'eGHk', 'egtj']
<b>Alias [g]</b> min.length=4: ['aBCd', 'aBij', 'aCHK', 'aDJK', 'aDhI', 'aEHj', 'abFh', 'abek', 'acFJ', 'aceI', 'adEf', 'afiK', 'bCik', 'bChj', 'bDHK', 'bEHI', 'bcEf', 'bdFi', 'bdej', 'bfJK', 'cDij', 'cEjk', 'cdFK', 'cdeH', 'cfhi', 'dEIk', 'dfhJ', 'efHk', 'efIj', 'hIjK']
<b>Alias [h]</b> min.length=4: ['aBDe', 'aBJK', 'aCef', 'aCgK', 'aDgI', 'aEGj', 'aEik', 'abFG', 'abci', 'acdj', 'adFk', 'afIJ', 'bCdF', 'bCgj', 'bDGK', 'bDiJ', 'bEgI', 'bceK', 'beFJ', 'bfIk', 'cDIk', 'cEIJ', 'cdeg', 'cfjK', 'cfgi', 'dEJK', 'deFI', 'dfGJ', 'efGk', 'giJK']
<b>Alias [i]</b> min.length=4: ['aBEF', 'aBgj', 'aCDF', 'aCjk', 'aDgh', 'aEhk', 'abcH', 'abdK', 'aceG', 'adeI', 'afGK', 'afHI', 'bCDe', 'bCGk', 'bDhJ', 'bEGH', 'bEjK', 'bcFj', 'bdFg', 'bfhk', 'cDGj', 'cDHk', 'cEhJ', 'ceFk', 'cfgh', 'dEGK', 'deFh', 'dfjk', 'efgj', 'gHIJ']
<b>Alias [j]</b> min.length=4: ['aBgi', 'aBhK', 'aCIk', 'aDGK', 'aEGH', 'abCE', 'abDf', 'acFg', 'acdH', 'adei', 'aeFK', 'afHI', 'bCgh', 'bDhi', 'bEiK', 'bcFI', 'bedk', 'bdeG', 'beFH', 'bfgK', 'cdGI', 'cDef', 'cEgk', 'cEhI', 'cFHK', 'dEHK', 'dfGh', 'dfik', 'efgI', 'gHIk']
<b>Alias [k]</b> min.length=4: ['aBcf', 'aBhJ', 'aCIj', 'aCGH', 'aDGJ', 'aEhi', 'abdI', 'abeg', 'acDE', 'adFH', 'aeFj', 'afGi', 'bCGi', 'bDEF', 'bDGH', 'bEij', 'bcdJ', 'bceh', 'bfgj', 'bfhI', 'cDHI', 'cEgi', 'cdFG', 'ceFi', 'cfHj', 'dEGI', 'dEHJ', 'dfij', 'efGH', 'gHIJ']

図 2 中の変数名と計画定義中のアルファベットの対応は次の通り：

'a': 'LWR\_1\_Thickness', 'b': 'LWR\_2\_Thickness', 'c': 'A\_PIPE\_Thickness', 'd': 'G\_PIPE\_Thickness', 'e': 'LWR\_3\_Thickness', 'f': 'UPR\_1\_Thickness', 'g': 'UPR\_2\_Thickness', 'h': 'UPR\_3\_Thickness', 'i': 'Shell\_Section\_WELD\_1\_STEEL\_1\_Thickness', 'j': 'Shell\_Section\_WELD\_2\_STEEL\_1\_Thickness', 'k': 'Shell\_Section\_WELD\_3\_STEEL\_1\_Thickness'

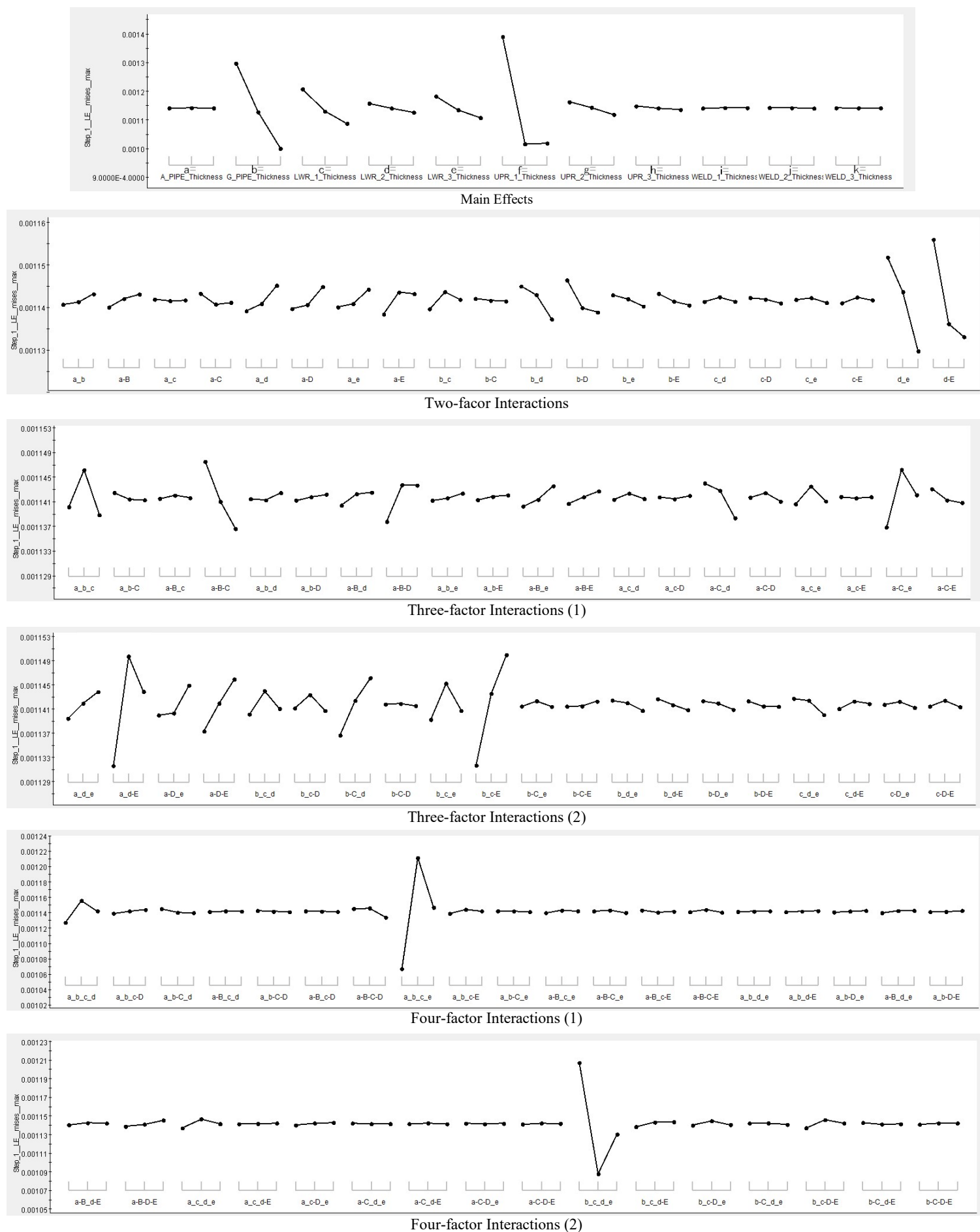


図-4 Resolution V 計画の為の要因効果図