

# 人体内部の電気特性再構成逆問題：境界値仮定を必要としない直接解法

Reconstruction of electrical properties inside the human body : direct method without an assumption on the boundary values of the electrical properties

奈良高明<sup>1)</sup> 中井透子<sup>2)</sup>  
Takaaki Nara and Toko Nakai

<sup>1)</sup>博(工) 東京大学 教授 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1 E-mail: takaakinara@g.ecc.u-tokyo.ac.jp)

<sup>2)</sup>修(情報理工) 東京大学 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1, E-mail: nakai-toko820@g.ecc.u-tokyo.ac.jp)

Electrical properties (EPs) inside the human body provides useful information for diagnoses of locations and conditions of lesions, since cancerous tissues are known to have EPs different from those of healthy tissues. In Magnetic Resonance Electrical Properties Tomography (MREPT), EPs are inversely reconstructed from the radio-frequency magnetic field measured using MRI. The issues of the conventional methods for MREPT are (i) boundary artifacts caused by neglecting heterogeneity of EPs and (ii) sensitivity against noise caused by using the second-order derivative of the measurement. To overcome these problems, we proposed a method using the electric field as an intermediate variable. However, EPs should be given *a priori* on the boundary of a region of interest. In this paper, using a boundary integral equation for the electric field, we propose a novel method that reconstruct EPs without its boundary value or computing the second-order derivative of the measurement. The validity of the proposed method is confirmed by numerical simulations and phantom experiments. The proposed method can achieve the same accuracy of reconstruction without the boundary values of EPs as the conventional method.

**Key Words** : inverse problem, magnetic resonance imaging, electrical properties tomography, integral equation

## 1. はじめに

電気特性は組織の健全性の指標となることが知られている。例えば、脳梗塞では脳の導電率が大きく変わることが報告されており [1]、がんについても、健全組織とがん組織とで電気特性の値が変化することが示されている [2]。したがって人体内部の三次元的な電気特性分布を *in vivo* で画像化できれば新たな病理診断手法として用いることができる。電気特性画像化手法として、体表面に電流を印加し、体表面で電位を計測して電気特性を再構成する Electrical Impedance Tomography (EIT) [3] や、交流電流を印加し、体外に配置したコイルに生ずる誘導起電力を計測する Magnetic Induction Tomography (MIT) [4] がある。これらはいずれも、簡便で安価な装置で計測できる点が長所だが、計測が体表面に限定されるゆえに電気特性の再構成が低解像度となる点が短所である。

そこでより高解像度に再構成を行うために、MRI を用いて人体内部で磁場分布を計測し、導電率と誘導起電力を再構成する Magnetic Resonance Electrical Properties Tomography (MREPT) [5] が注目されている。この逆問題の支配方程式は、ラーモア周波数の時間調和 Maxwell 方程式である。標準法とされる逆問題解法 [6] では、電気特性が局所的に一様であるという仮定の下、MRI で計測した高周波磁場とそのラプラシアン<sup>1)</sup>の比から、体内各点ごとに電気特性を再構成する。しかし、電気特性が大きく変化する異常部位と正常部位の境界におい

て誤差が生じる上、観測量のラプラシアンを数値微分により計算する際、観測ノイズが拡大され、不安定になるという問題があった。局所的一様性の仮定を取り除くため、時間調和 Maxwell 方程式から電気特性に関する移流拡散方程式を導出し、有限要素法によりこれを解く手法も提案されている [10]。しなしながら、その係数になお観測量のラプラシアンを含み、不安定性の問題は解消されていない。そこで我々は、中間変量として体内の電場をまず計算することで、観測量のラプラシアンを計算することなく、電気特性を観測量から直接再構成する手法を提案している [11]。ただし、その代償として、関心領域の境界における電気特性の値を先験情報として与える必要があるという課題があった。この手法は、観測画像に基づき、「異常部位を含みつつ境界では正常であることがわかっているような関心領域」が設定できるならば有効であるとは言え、やはり電気特性境界値は未知として再構成可能な手法の確立が望まれる。

本論文では、体内電場に関する境界積分方程式を用いて、電気特性の境界値を未知のまま、関心領域内の電気特性を直接再構成する手法を提案する。

## 2. MREPT の従来法

### (1) 支配方程式と従来法の問題点

MRI 装置で RF パルスを加えている間、電場と磁場の複素振幅  $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)^T$ ,  $\mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z)^T$  は、

時間調和な Maxwell 方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega_0\mu_0\mathbf{H} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \gamma\mathbf{E} \quad (2)$$

を満たす。ここで、 $\omega_0$  はラーモア角周波数、 $\mu_0$  は真空の透磁率を表す。 $\gamma$  は導電率  $\sigma$  と誘電率  $\varepsilon$  を用いて  $\gamma := \sigma + i\omega_0\varepsilon$  と定義される複素導電率であり、電気特性を表す。MREPT は、式 (1), (2) を支配方程式として、観測量である水平磁場の正方向回転成分  $H^+ := \frac{1}{2}(H_x + iH_y)$  から電気特性を表す未知量  $\gamma$  を再構成する逆問題である。ただし、 $z$  軸は MRI の静磁場印加方向を表す。式 (1), (2) から電場  $\mathbf{E}$  を消去した上で、MRI の鳥籠状の直交励振バードケージコイル内で成り立つ  $H_z \approx 0$  の仮定を用いると、

$$2 \begin{pmatrix} \partial H^+ \\ i\partial H^+ \\ \partial_z H^+ \end{pmatrix} \cdot \frac{\nabla \gamma}{\gamma} + i\omega_0\mu_0 H^+ \gamma = \Delta H^+ \quad (3)$$

が導かれる。ただし、 $\partial := \frac{1}{2}(\partial_x - i\partial_y)$  である。式 (3) は  $\gamma$  に関する非線形の偏微分方程式となっており解くことは容易ではないが、観測量  $H^+$  と未知量  $\gamma$  の関係を表した式となっている。

Haacke ら [6] は電気特性の局所的一様性、つまり  $\nabla \gamma \approx 0$  を仮定して、式 (3) を

$$\gamma = \frac{\Delta H^+}{i\omega_0\mu_0 H^+} \quad (4)$$

と変形し、 $\gamma$  を再構成する手法を提案した。これは MREPT の標準的方法とされているが、 $\nabla \gamma \approx 0$  の仮定が成立しない電気特性の不連続境界でアーチファクトが発生することが指摘されている。また、計測量の二階微分  $\Delta H^+$  のノイズ脆弱性も問題である [7]。上記の手法のノイズ脆弱性に対処した手法として、微分型の Maxwell 方程式 (1), (2) の代わりに積分型の Maxwell 方程式を用いる Katscher らの手法 [8] や、式 (4) を局所領域で積分した式を用いる Voigt らの手法 [9] がある。これらは計測量  $H^+$  の二階微分を使用しないことでノイズ脆弱性を改善しているが、依然電気特性の局所的一様性を仮定するため、電気特性の不連続境界における推定誤差の問題が残る。

Hafalir ら [10] は電気特性の逆数  $\lambda := \frac{1}{\gamma}$  を導入し、式 (3) を線形微分方程式

$$\begin{aligned} (\partial_x H^+ - i\partial_y H^+) \partial_x \lambda + (i\partial_x H^+ + \partial_y H^+) \partial_y \lambda \\ + \Delta H^+ \lambda - i\omega_0\mu_0 H^+ = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

に変換し、これを有限要素法により解く手法を提案した。ただし、式 (5) は電気特性の体軸方向変化は小さい ( $\partial_z \gamma \approx 0$ ) という仮定を置いている。この手法についても、電気特性の不連続境界におけるアーチファクトの問題は解消されているものの、計測量の二階微分  $\Delta H^+$  を計算することによるノイズ脆弱性が課題である。

## (2) 二階微分計算の不要な手法

二階微分計算のノイズ脆弱性を解決するため、我々は電場を消去した式 (3) ではなく、元となる時間調和

な Maxwell 方程式 (1), (2) に戻り、電場を中間量として求める直接再構成手法を提案した [11]。この手法は電気特性の体軸方向変化は小さい ( $\partial_z \gamma \approx 0$ ) と仮定した二次元問題に対する手法だが、その仮定を排除して三次元再構成に対応した手法も提案している [12]。以下、本稿では二次元問題で議論する。二次元仮定に基づく近似  $\partial_z H^+ \approx 0$  とバードケージコイル内で成り立つ  $H_z \approx 0$  を用いると、時間調和な Maxwell 方程式 (1), (2) と  $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$  から

$$4\partial H^+ = i\gamma E_z, \quad (6)$$

$$\bar{\partial} E_z = \omega_0\mu_0 H^+ \quad (7)$$

が導かれる。ただし、 $\partial := \frac{1}{2}(\partial_x - i\partial_y)$  (D 作用素)、 $\bar{\partial} := \frac{1}{2}(\partial_x + i\partial_y)$  (Dbar 作用素) である。式 (6) より  $E_z \neq 0$  であれば

$$\gamma = \frac{4\partial H^+}{iE_z} \quad (8)$$

が得られる。この式 (8) における  $\partial H^+$  は計測量から求められるため、あとは中間量  $E_z$  を計測量から計算できれば未知量  $\gamma$  を各点ごとに再構成できることが分かる。

式 (7) は Dbar 方程式と呼ばれ、解は一般化 Cauchy の公式 [13] により得られる。すなわち関心領域 (ROI) を  $\Omega$ 、その境界を  $\Gamma$  とすると、ROI 内部の点  $w$  における  $E_z$  は

$$E_z(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{E_z^{bnd}(\zeta)}{\zeta - w} d\zeta - \frac{1}{\pi} \iint_{\Omega} \frac{\bar{\partial} E_z(\zeta)}{\zeta - w} d\xi d\eta \quad (9)$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{E_z^{bnd}(\zeta)}{\zeta - w} d\zeta - \frac{\omega_0\mu_0}{\pi} \iint_{\Omega} \frac{H^+(\zeta)}{\zeta - w} d\xi d\eta \quad (10)$$

と表せる。式 (9) から式 (10) への変形で式 (7) を用いた。式 (10) は、ROI 内部の任意の  $E_z$  が境界上の  $E_z (= E_z^{bnd})$  と計測量  $H^+$  から算出できることを表している。

そこで、 $E_z^{bnd}$  を求めるために境界上の電気特性  $\gamma (= \gamma^{bnd})$  を既知であると仮定すると、式 (8) より

$$E_z^{bnd}(\zeta) = \frac{4\partial H^+(\zeta)}{i\gamma^{bnd}(\zeta)} \quad (\zeta \in \Gamma) \quad (11)$$

が得られ、 $E_z^{bnd}$  を求めることができる。式 (11) を式 (9) に代入すれば  $E_z$  を計測量と既知量から計算したことになり、従って式 (8) から未知量である電気特性  $\gamma$  を再構成することができる。すなわち、式 (11) を式 (9) に代入し、それをさらに式 (8) に代入して

$$\gamma(w) = \frac{-4i\partial H^+(w)}{\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{4\partial H^+(\zeta)}{i\gamma^{bnd}(\zeta)} d\zeta - \frac{\omega_0\mu_0}{\pi} \iint_{\Omega} \frac{H^+(\zeta)}{\zeta - w} d\xi d\eta} \quad (12)$$

を得る。これが  $\gamma$  の直接再構成公式である。

電場を中間量とする本手法は、電気特性の局所的一様性仮定を置かないため電気特性の不連続境界におけるアーチファクトを抑えられ、計測量の二階微分  $\Delta H^+$  も使用しないためノイズにも頑強である。また、線形な計算のみで電気特性の解を陽に表現できるため計算コストも少ない。しかし、 $E_z$  を計算するために境界上の電気特性  $\gamma^{bnd}$  を全て既知と仮定する必要があり、 $\gamma^{bnd}$  が本来未知量であることに注意すると、この仮定の実現性には限界がある。

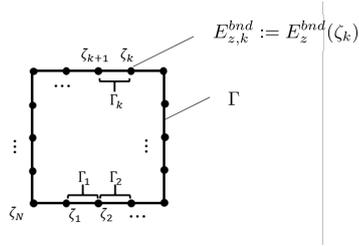


図-1 ROI 境界 Γ の分割

### 3. 境界積分方程式に基づく電場の境界値推定

本節では、電場に関する境界積分方程式から電場の境界値を推定することで、電気特性の境界値を必要としない新たな直接解法を提案する。

#### (1) $E_z$ に関する境界積分方程式

式 (10) において ROI 内部の点  $w$  を境界  $\Gamma$  上の点  $\zeta'$  に近づけ  $w \rightarrow \zeta'$  の極限をとると、境界積分方程式

$$c(\zeta')E_z^{bnd}(\zeta') = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{E_z^{bnd}(\zeta)}{\zeta - \zeta'} d\zeta - \frac{\omega_0 \mu_0}{\pi} \iint_{\Omega} \frac{\bar{\partial} H^+(\zeta)}{\zeta - \zeta'} d\xi d\eta \quad (13)$$

が得られる。ただし、 $c$  は境界  $\Gamma$  の形状で決まる係数であり、特異積分については主値積分を用いる。次に、図 1 のように境界  $\Gamma$  を  $N$  個の境界要素  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$  に分割し、その節点を  $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N$  とする。また、節点  $\zeta_k$  における  $E_z^{bnd}$  を  $E_{z,k}^{bnd} := E_z^{bnd}(\zeta_k)$  と表すことにし、境界要素  $\Gamma_i$  上の  $E_z^{bnd}$  を

$$E_z^{bnd}(\zeta) = \frac{\zeta_{i+1} - \zeta}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} E_{z,i}^{bnd} + \frac{\zeta - \zeta_i}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} E_{z,i+1}^{bnd} \quad (\zeta \in \Gamma_i) \quad (14)$$

と台形近似する。式 (14) を用いて  $\zeta' = \zeta_k$  における境界積分方程式 (13) を離散化し整理すると

$$c_k E_{z,k}^{bnd} = \left( \sum_{i=1}^N -a_{k,i} E_{z,i}^{bnd} \right) + b_k \quad (15)$$

を得る。ただし、

$$a_{k,i} = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi i} \log \left| \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_k}{\zeta_{i-1} - \zeta_k} \right| & (i = k), \\ -\frac{1}{2\pi i} \frac{\zeta_k - \zeta_{i-1}}{\zeta_k - \zeta_i} \log \frac{\zeta_i - \zeta_k}{\zeta_{i-1} - \zeta_k} & (i = k-1), \\ \frac{1}{2\pi i} \frac{\zeta_k - \zeta_{i+1}}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} \log \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_k}{\zeta_i - \zeta_k} & (i = k+1), \\ -\frac{1}{2\pi i} \frac{\zeta_k - \zeta_{i-1}}{\zeta_{i-1} - \zeta_i} \log \frac{\zeta_i - \zeta_k}{\zeta_{i-1} - \zeta_k} + \frac{1}{2\pi i} \frac{\zeta_k - \zeta_{i+1}}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} \log \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_k}{\zeta_i - \zeta_k} & (\text{else}) \end{cases} \quad (16)$$

$$b_k = -\frac{\omega_0 \mu_0}{\pi} \iint_{\Omega} \frac{H^+(\zeta)}{\zeta - \zeta_k} d\xi d\eta \quad (17)$$

である。離散化した境界積分方程式 (15) を  $k = 1, 2, \dots, N$  について連立すると、

$$M \mathbf{f}^{bnd} = \mathbf{b} \quad (18)$$

が得られる。ただし、

$$M := \begin{pmatrix} c_1 + a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,N} \\ a_{2,1} & c_2 + a_{2,2} & \cdots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \cdots & c_N + a_{N,N} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{E}_z^{bnd} := (E_{z,1}^{bnd} \ E_{z,2}^{bnd} \ \cdots \ E_{z,N}^{bnd})^T, \quad (20)$$

$$\mathbf{b} := (b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_N)^T \quad (21)$$

である。ここで、 $M$  は境界  $\Gamma$  の形状と分割の仕方によって決まる行列であり、 $E_z$  に依らない。

#### (2) 正則関数の不定性

式 (18) より、 $M$  が逆行列を持つならば、推定したい電場の境界値は  $\mathbf{E}_z^{bnd} = M^{-1} \mathbf{b}$  により求められる。しかし、実際には  $M$  は逆行列を持たない。これは以下で示す正則関数の不定性から説明される。

ROI 上で正則な関数  $\phi (\neq 0)$  を考える。前節と同様に、正則関数  $\phi$  について境界積分方程式を導き、それを離散化することで連立方程式を得ると

$$M \boldsymbol{\phi}^{bnd} = \mathbf{0} \quad (22)$$

となる。ただし、 $\phi$  の節点上の境界値を  $\phi_k^{bnd}$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) とし、 $\boldsymbol{\phi}^{bnd} := (\phi_1^{bnd}, \phi_2^{bnd}, \dots, \phi_N^{bnd})^T$  とした。式 (22) の右辺が零ベクトルになるのは、正則関数  $\phi$  の Dbar 方程式が Cauchy-Riemann の関係式より

$$\bar{\partial} \phi = 0 \quad (23)$$

となるからである。式 (22) は正則関数に関する Cauchy の積分公式を離散化して表現したものとみえる。

式 (22) は、正則関数の境界値ベクトル  $\boldsymbol{\phi}^{bnd} (\neq \mathbf{0})$  が行列  $M$  のカーネルに含まれることを意味している。従って、 $M$  は逆行列を持たず、連立方程式 (18) だけでは正則関数の不定性により電場の境界値ベクトル  $\mathbf{E}_z^{bnd}$  を一意に求めることができない。

#### (3) 電気特性境界値に関する正則化項の導入

そこで、境界に沿う電気特性勾配に関する正則化を加えることにより  $\mathbf{E}_z^{bnd}$  を求める。まず、式 (8) より

$$\boldsymbol{\kappa}_1^{bnd} = H_1 \mathbf{E}_z^{bnd} \quad (24)$$

が導かれる。ここで、

$$\boldsymbol{\kappa}_1^{bnd} := \left( \frac{1}{\gamma^{bnd}(\zeta_1)} \ \frac{1}{\gamma^{bnd}(\zeta_2)} \ \cdots \ \frac{1}{\gamma^{bnd}(\zeta_N)} \right)^T, \quad (25)$$

$$H_1 := \begin{pmatrix} \frac{i}{4\theta H^+(\zeta_1)} & & & \\ & \frac{i}{4\theta H^+(\zeta_2)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \frac{i}{4\theta H^+(\zeta_N)} \end{pmatrix} \quad (26)$$

とした。さらに、 $\boldsymbol{\kappa}_1^{bnd}$  の第  $i$  成分を第  $i+1$  成分にもつ (第  $N$  成分は第 1 成分にもつ) ベクトルを  $\boldsymbol{\kappa}_2^{bnd}$ ,  $H_1$  の

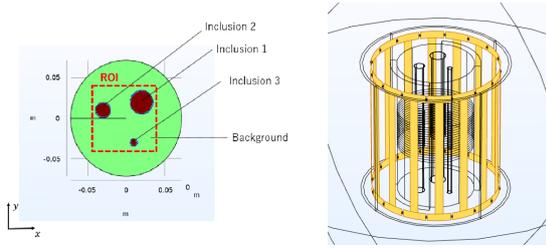


図-2 (左) 電気特性再構成用モデル. (右) MRI バードケージコイルのモデル

第  $(i, i)$  成分を第  $(i+1, i)$  成分にもつ (第  $(N, N)$  成分は第  $(1, N)$  成分にもつ) 行列を  $H_2$  と定義しておく. ここで, 境界上で電気特性勾配が小さい, すなわち隣り合う節点上の電気特性の差は小さいと仮定すると,

$$\kappa_1^{bnd} - \kappa_2^{bnd} = (H_1 - H_2)E_z^{bnd} \approx \mathbf{0} \quad (27)$$

が成り立つ. そこで,  $S := H_1 - H_2$  として連立方程式 (18) に以下の正則化を加え, 評価関数

$$\|ME_z^{bnd} - \mathbf{b}\|^2 + \lambda \|SE_z^{bnd}\|^2 \quad (28)$$

を最小化することで  $E_z^{bnd}$  を求める. ただし,  $\lambda$  は正則化パラメータである. 式 (11) の代わりに式 (28) により  $E_z^{bnd}$  を求め, それを式 (9) に代入して  $E_z$  を計算し, それをさらに式 (8) に代入することで電気特性  $\gamma$  を再構成するのが提案手法である.

#### 4. 数値シミュレーション

**解析条件.** 提案手法を数値シミュレーションで検証する. 図 2 左に示すように, 胴体を模した直径 140 mm の円筒内 (導電率 0.5 S/m, 比誘電率 80) に, 導電率異常部として直径 28 mm, 18 mm, 8 mm の 3 つの円筒 (導電率 1 S/m, 比誘電率 50) を配置した. 異常部の境界には厚み 1mm, 導電率 0 S/m, 比誘電率 3.5 の境界層を設けた. 円筒の高さは 270 mm である. この三円筒モデルを図 2 右に示すように 16 脚バードケージコイルの中央に配置して, 周波数 123.2 MHz の回転磁場を発生させたときの電磁場をシミュレーションした. 16 脚バードケージコイルの直径は 240 mm, 高さは 270 mm, 上下の円周部分とそれらを結ぶ柵部分の幅はすべて 15 mm であり, 容量は 49.4 pF, 電源電圧は 100 V とした [14]. 以上の順問題に関わる計算には有限要素法ソフトウェア COMSOL (COMSOL AB) を用いた.

88.2 mm × 88.2 mm の正方形領域を ROI とし, 分解能 1.4 mm × 1.4 mm × 5 mm で磁場を計算した. 式 (9) における境界積分と領域積分の計算は, 高速化のため FFT を用いて畳み込み演算により行なった. また, 式 (17) の計算では特異点を回避するため内部のみ (境界を含まない) で領域積分を行なった. ROI 境界を  $N = 248$  点に分割し, 左下から反時計回りに節点インデックスをつけた. 正則化パラメータ  $\lambda$  は  $10^6$  で固定した. 逆問題に関わる計算には数値計算ソフトウェア MATLAB R2021a (Mathworks) を用いた.

**結果.** まず, 電場境界値推定の結果を図 3 に示す. 電気特性境界値を与えることなく, 精度良く推定できていることがわかる.

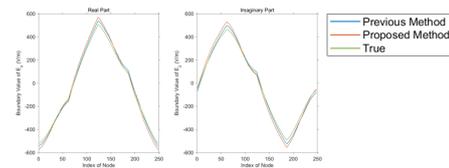


図-3 電場境界値  $E_z^{bnd}$  の推定結果. (左) 実部, (右) 虚部.

次に電気特性再構成の結果を示す. 導電率  $\sigma$  と比誘電率  $\epsilon_r$  について, 真値, 従来手法, 提案手法による再構成結果をそれぞれ示したものが図 4, 5 である. ただし従来法では, 境界上の電気特性の真値をすべて既知と仮定した. 導電率の平均自乗誤差平方根は, 従来法, 提案法に関してそれぞれ 0.120, 0.124 であり, 電気特性境界値を未知とした提案法でも従来法と同程度の精度で再構成できていることがわかる. 比誘電率に関して同様に, 従来法, 提案法の誤差は殆ど同程度であった.

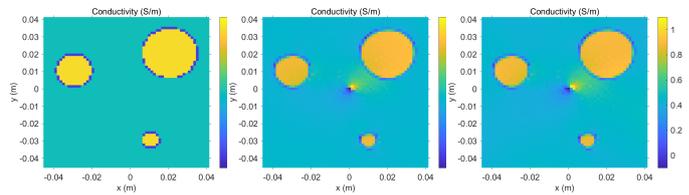


図-4 導電率  $\sigma$  再構成の結果. (左) 真値, (中央) 従来法, (右) 提案法.

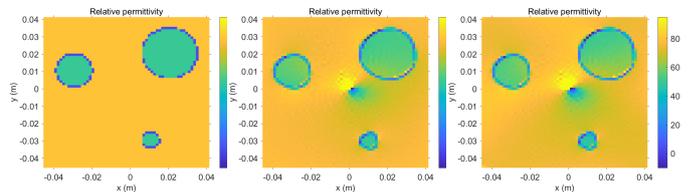


図-5 比誘電率  $\epsilon_r$  再構成の結果. (左) 真値, (中央) 従来法, (右) 提案法.

**考察.** 式 (18) の線形逆問題において, 正則関数分の不定性があるにも関わらず, 境界電場が精度良く推定された. まず, 式 (28) における正則化項には ROI 境界上の  $\partial H^+$  に関する情報が含まれており, この正則化項を使用することは ROI 境界上の電場がアンペールの法則を満たすという先験情報を電場境界値推定において利用することを意味する. この物理的制約に加え, 境界に沿う電気特性勾配が大きくないという先験情報を与えることで, 連立方程式 (18) では一意に定まらない正則関数を制限し, 高い推定精度を実現したと言える. 今回は ROI 境界で電気特性が変化しない場合のシミュレーションを行ったが, 境界上でも変化する場合, 正則化項のノルムを  $L_2$  ノルムから  $L_1$  ノルムにすることで対応可能と考えられる.

電場  $E_z$  が精度良く復元できた理由を, 式 (18) の係数行列の特異値, 特異ベクトルから検討する. まず  $M$  の特異値分布を図 6(左) に示す. 2 つだけ,  $10^{-15}$ ,  $10^{-16}$

オーダーの極端に小さい特異値が存在することがわかる。またここで特異ベクトルの意味を検討するため円形 ROI を導入する。円周上に等間隔に  $N = 1000$  個の節点を配置したときの係数行列を  $M_{circle}$  とした場合、特異値分布は図 6 とほぼ同様の曲線を描き、999, 1000 番目の特異値だけ非常に小さくなる。このとき、右特異ベクトルの振幅、位相を図示すると、 $n = 500$  までは  $n$  が大きくなるほど周波数が高くなり、反対に  $n = 501$  からは周波数が折り返して減少していくこと、および  $n = 500$  までは成分インデックスが増加するほど位相が遅れ、反対に  $n = 501$  からは成分インデックスが増加するほど位相が進むことが分かる (図 7, 8)。ただし、 $n$  は  $M_{circle}$  の特異値を大きいものから順に並べたときの特異値インデックスである。 $n = 1, \dots, 500$  に対応する右特異ベクトルは、円周上の非正則関数  $\bar{z}^n = e^{-in\theta}$  ( $n = 1, \dots, 500$ ) を離散化したもの、 $n = 501, \dots, 1000$  に対応する右特異ベクトルは、円周上の正則関数  $z^n = e^{in\theta}$  ( $n = 501, \dots, 1000$ ) を離散化したもの、と解釈できる。

そこで三円筒モデルの中央を中心とした半径 48 mm の円形 ROI における電場境界値ベクトル  $E_z^{bnd}$  について、 $M_{circle}$  の右特異ベクトル  $v_n$  ( $n = 1, 2, \dots, 1000$ ) を基底として展開したときの係数分布を図 6(右) に示す。この結果から、電場境界値ベクトル  $E_z^{bnd}$  は非正則関数の低周波基底ベクトルではられる成分が支配的であることがわかる。実際、電場  $E_z$  の分布 (図 9) を見ると、同心円状に広がる振幅  $|E_z|$  と右回りに遅れていく位相  $\angle E_z$  を持つことが分かる。つまり、

$$E_z(z) \approx a r e^{-\theta + \alpha} = a' \bar{z} \quad (29)$$

となっており、 $E_z$  が主に非正則関数の一次の成分で構成されている ( $a, \alpha, a'$  はいずれも定数)。これは MRI において左回り回転磁界  $H^+$  を発生させることに起因する。以上より、MRI で発生される  $E_z$  は主に非正則関数の低周波基底で表され、その成分は式 (18) の係数行列の大きい特異値に対応するため、正則化をかけて式 (18) を解くことによりよく復元できたことがわかる。

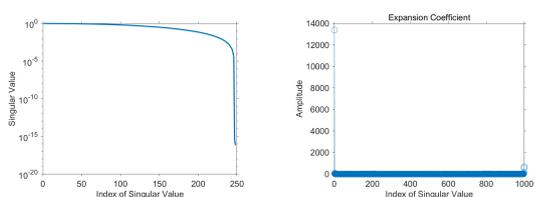


図-6 (左)  $M$  の特異値分布. (右) 電場境界値ベクトル  $E_z^{bnd}$  を  $M_{circle}$  の右特異ベクトル  $v_n$  で展開したときの係数分布

また従来手法と提案手法のどちらでも ROI の中心にアーチファクトが発生した。これは、図 9 で確認できるようにバードケージコイルの中心付近では  $E_z \approx 0$  となるため、電気特性を求める式 (8) の計算が不安定になるからである。電気特性に関する正則化項を加えることでこれを防ぐことができる。

## 5. ファントム実験

最後にファントムを用いた検証実験結果を示す。直径 140 mm の円筒 (導電率 0.38 S/m) に、異常部を模し

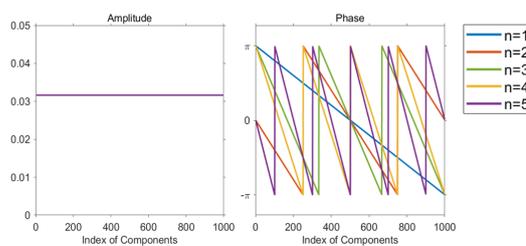


図-7  $M_{circle}$  の右特異ベクトル  $v_n$  の振幅と位相

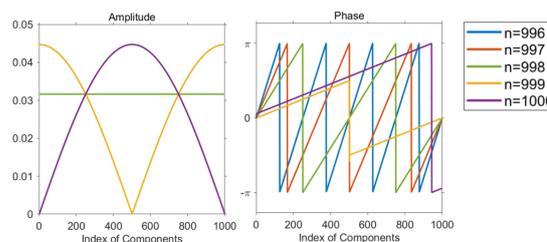


図-8  $M_{circle}$  の右特異ベクトル  $v_n$  の振幅と位相

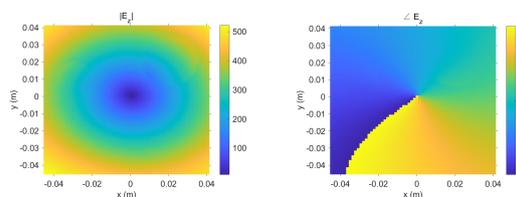


図-9  $E_z$  の振幅 (左) と位相 (右)

た直径 65 mm の円筒 (導電率 0.95 S/m) を挿入した。導電率は導電率メータ (Hanna Instruments, HI 8733) を用いて測定した。また比誘電率は水の比誘電率 80 とした。胴体部と導電率異常部は濃度 2.0 g/L, 6.0 g/L の塩化ナトリウム水溶液を満すことで作成した。また、T1 値を生体に近づけるため硫酸銅 (II) 五水和物を 1.5 g/L となるように加えた。



図-10 電気特性再構成用ファントムの外観

3T MRI 装置 (SIEMENS, MagnetomPrisma) を使用して計測を 5 回行なった。 $H^+$  の振幅は B1 マッピングの基本的な手法とされている Double Angle Method[15] を用いて、 $60^\circ$  と  $120^\circ$  の 2 つのフリップ角におけるグラディエントエコー像から計算した。 $H^+$  の位相は読み出し位置が反対向きの 2 つのスピンエコー像から送信波と受信波が同位相であるという近似 [8] を用いて計算した。磁場  $H^+$  は分解能  $0.7 \text{ mm} \times 0.7 \text{ mm}$  で取得した。5 回

の計測データの平均を取った上で Savitzky-Golay filter を適用した。ROI は  $84 \text{ mm} \times 84 \text{ mm}$  の正方形領域とし、境界は  $N = 480$  点で離散化した。正則化パラメタは数値実験と同じ値とした。

図 11 に電場境界値  $E_z^{bnd}$  の推定結果を示す。提案法は、導電率計の計測値を境界値として与えた従来法と同様の電場境界値が推定できている。

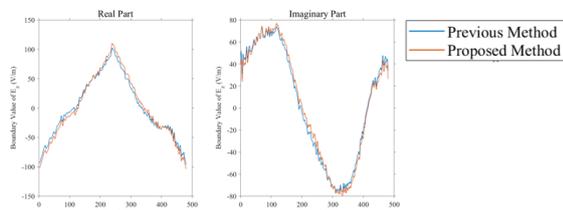


図-11 電場境界値  $E_z^{bnd}$  の結果

次に、導電率  $\sigma$  と比誘電率  $\epsilon_r$  について、測定値、従来法、提案法による再構成結果をそれぞれ示したものが図 12 である。シミュレーション同様、提案法により、電気特性の境界値を与えずとも、導電率が推定可能であることが示された。

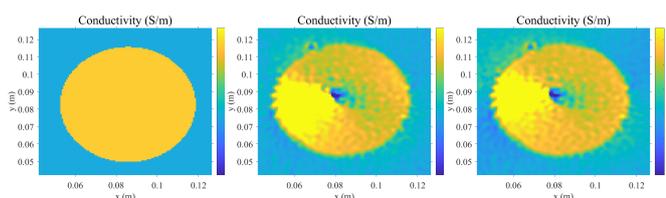


図-12 導電率再構成の結果. (左) 測定値, (中央) 従来法, (右) 提案法.

## 6. 結論

本研究では、MRI で計測した磁場データから人体内部の電気特性を再構成する MREPT を扱った。観測量の二階微分の計算は不要であるものの、ROI 境界における電気特性の値を先験情報として与える必要のあった従来法に対し、電場の境界値に関する境界積分方程式を導入し、境界に沿う電気特性勾配に関する正則化を使用することで電場境界値を推定し、それを用いて電気特性を再構成する手法を提案した。数値シミュレーションとファントム実験による検証の結果、主に非正則関数で構成される電場の境界値が精度良く計算でき、この結果、電気特性の境界値を与えることなく、ROI 内部の電気特性が計算できることが示された。

謝辞: 本研究の一部はセコム科学技術振興財団の支援を受けて行われたものである。

## 参考文献

[1] Liu, L. et al.: A new method of noninvasive brain-edema monitoring in stroke: cerebral electrical impedance measurement, *Neurological Research*, Vol.28, pp.31-37, 2006.

[2] Joines, W.T. et al.: The measured electrical-properties of normal and malignant human tissues from 50 to 900MHz, *Medical physics*, Vol.21, pp.547-550, 1994.

[3] Mueller, J.L. et al.: A reconstruction algorithm for electrical impedance tomography data collected on rectangular electrode arrays, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.46, pp.1379-1386, 1999.

[4] Griffiths, H.: Magnetic induction tomography, *Measurement science and technology*, Vol.12, pp.1126-1131, 2001.

[5] Katscher, U. et al.: Electric properties tomography: Biochemical, physical and technical background, evaluation and clinical applications, *NMR in Biomedicine*, Vol.30, pp.e3729-n/a, 2017.

[6] Haacke, E.M. et al.: Extraction of conductivity and permittivity using magnetic resonance imaging, *Physics in medicine and biology*, Vol.36, pp.723-734, 1991.

[7] Seo, J.K. et al.: Error Analysis of Nonconstant Admittivity for MR-Based Electric Property Imaging, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol.31, pp.430-437, 2012.

[8] Katscher, U. et al.: Determination of Electric Conductivity and Local SAR Via B1 Mapping, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol.28, pp.1365-1374, 2009.

[9] Voigt, T. et al.: Quantitative conductivity and permittivity imaging of the human brain using electric properties tomography, *Magnetic Resonance in Medicine*, Vol.66, pp.456-466, 2011.

[10] Hafalir, F.S. et al.: Convection-Reaction Equation Based Magnetic Resonance Electrical Properties Tomography (cr-MREPT), *IEEE transactions on Medical Imaging*, Vol.33, pp.777-793, 2014.

[11] Nara, T. et al.: An explicit reconstruction method for magnetic resonance electrical property tomography based on the generalized Cauchy formula, *Inverse Problems*, Vol.33, 105005, 2017.

[12] Eda, N. et al.: A Method for Electrical Property Tomography Based on a Three-Dimensional Integral Representation of the Electric Field, *IEEE transactions on Medical Imaging*, Vol.41, pp.1400-1409, 2022.

[13] Ablowitz M.J and Fokas A.S.: *Complex Variables: Introduction and Applications Second Edition*, Cambridge University Press, 2011.

[14] Gurler, N. et al.: Numerical methods and software tools for simulation, design, and resonant mode analysis of radio frequency birdcage coils used in MRI, *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, Vol.45, pp.13-32, 2015.

[15] Insko, E.K. et al.: Mapping of the Radiofrequency Field, *Journal of Magnetic Resonance. Series A*, Vol.103, pp.82-85, 1993.