

界面不連続性を有する流体-構造連成問題に適した 陰的オイラー型有限体積法

Implicit Eulerian finite volume method
for fluid-structure interaction problems with interface discontinuity

西口浩司¹⁾近藤景斗²⁾嶋田宗将³⁾干場大也⁴⁾加藤準治⁵⁾

Koji Nishiguchi, Keito Kondo, Tokimasa Shimada, Hiroya Hoshiba, Junji Kato

¹⁾博(工)名古屋大学 大学院工学研究科 准教授, (〒 464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町,

E-mail: kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp)

²⁾名古屋大学 大学院工学研究科 博士前期課程学生, E-mail: kondo.keito.n9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

³⁾博(工)理化学研究所計算科学研究センター 特別研究員, E-mail: tokimasa.shimada@riken.jp

⁴⁾博(工)名古屋大学 大学院工学研究科 助教, E-mail: hiroyahoshiba@nagoya-u.jp

⁵⁾Dr.-Ing. 名古屋大学 大学院工学研究科 教授, E-mail: junjikato@civil.nagoya-u.ac.jp

We propose an implicit Eulerian finite volume method for fluid-structure interaction (FSI) problems with interface discontinuity to relax the limitation of time increment stemming from solid stress waves. The reference map method is used to compute solid deformation stably for interface discontinuity of velocity gradient. Moreover, we linearize a solid stress term using a fourth-order Jacobian tensor related to the left Cauchy-Green deformation tensor. To validate the proposed approach, we compute several FSI problems.

Key Words : Eulerian method, Fluid-structure interaction, Interface discontinuity

1. 緒言

変形を伴う固体と流体の連成 (fluid-structure interaction; FSI) 問題に対する数値解法は、境界適合メッシュを用いる方法と境界非適合メッシュを用いる方法に大別される。境界適合メッシュを用いる手法として、Arbitrary Lagrangian Eulerian(ALE) 法 [1,2,3,4], Deforming-Spatial-Domain/Stabilized Space-Time(DSD/SST) 法 [5, 6,7,8,9,10] などが代表的な手法として挙げられる。これらの方では、変形する固体界面を高精度に追跡でき、経路依存性のある固体の構成則を容易かつ高精度に計算できる利点がある。ただし、幾何学的に複雑な構造のメッシュ生成に多大な時間と労力が必要になる場合がある [11]。また、固体の大変形問題ではメッシュ破綻を回避するためにリメッシングが必要である。

一方、境界非適合メッシュを用いる手法は、mixed Lagrangian-Eulerian 法、ラグランジュ型解法、オイラー型解法に大別される。Mixed Lagrangian-Eulerian 法としては、immersed boundary 法 [12,13,14,15], immersed finite element 法 [16,17], immersed continuum 法 [18,19], immersed interface 法 [20] が挙げられる。これらの方法では、固体をラグランジュメッシュ、流体をオイラーメッシュでそれぞれ計算する。つまり、境界適合メッシュを用いる方法と同様に、幾何学的に複雑な構造のメッシュ生成に多大な時間と労力が必要になる場合がある [11]。また、固体の大変形問題ではメッシュ破綻を回避するためにリメッシングが必要である。ラグランジュ型解法としては、particle finite element method(PFEM)[21,22,23] が挙げられる。PFEMにおいては、空間上を移動する粒子を流体領域と固体領域の有限要素の節点とするため

メッシュ破綻は生じない。類似の手法として、material point method(MPM)[24] を用いた一体型 FSI 解法 [25,26] があり、この方法においても固体と流体の双方を粒子で表す。ただし、上記の PFEM および MPM では、流体領域に配置された粒子の空間的局所化を回避するため、粒子の再配置が必要である。粒子の再配置が不用な手法として、固体を MPM、流体をオイラーメッシュで別々に解く分離型 FSI 解法 [27,28,29] も提案されている。

オイラー型解法 [30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41, 42] は、固体と流体の双方を空間固定のオイラーメッシュ上で数値的に解く手法である。特に直交メッシュを用いた場合、複雑形状のメッシュ生成が容易かつ高速であり、超並列環境で高い並列化効率を得やすいという利点がある [43,40]。従来のオイラー型解法では、物質界面および固体内部変数の移流方程式を計算する必要がある。高精度な移流スキームを用いたとしても、解析が進むにつれて生じる物質界面および固体内部変数の数値拡散を回避することは原理的に不可能である。そこで、物質界面および固体内部変数の数値拡散を回避するために、固体領域を陽的に表現するマーカー粒子を新たに導入し、そのマーカー粒子に固体内部変数を保持させることで数値拡散を回避する方法が提案されている [44,45,11,46]。ただし、マーカー粒子を用いたオイラー型 FSI 解法 [45,46] では、固体の弾性率が上昇するにつれて、固体と流体の界面近傍における速度勾配の不連続になり、不自然な応力振動が生じる問題がある。また、固体応力波に起因する時間増分が制約が厳しくなり、タイムステップ数が増大する問題がある。前者の

問題を解決するため、著者らは reference map 法 [47,41] を用いたオイラー型 FSI 解法を提案した [48]。一方、後者の問題は残されたままである。

以上より本研究では、固体応力波に起因する時間増分制約を緩和するため、Reference map 法と陰的時間積分法を用いたオイラー型流体-構造連成解析法を提案する。そして、複数のベンチマーク問題において、提案手法の妥当性と有用性を検証する。

2. 基礎方程式

(1) 基礎方程式の空間平均化・混合化

オイラー型 FSI 解法では、一つの計算セルに複数の物質が存在し得る。これを扱うため、本研究では非圧縮の仮定の下、空間平均化・混合化した基礎方程式を用いる [39,40]。

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_{\text{mix}} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{\text{mix}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_{\text{mix}}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\text{mix}} \cdot \nabla) \mathbf{v}_{\text{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} + \rho_{\text{mix}} \mathbf{b} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{v}_{mix} 、 ρ_{mix} 、 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}}$ はそれぞれ次のように表される物理量である。

$$\mathbf{v}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\mathbf{v}}_i, \quad \rho_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \rho_i, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \quad (3)$$

検査体積において体積平均化を行った連続の式(1)と連続体の運動方程式(2)を支配方程式として用いることによって、各物質が混合体として扱われる所以、複数種類の物質に対する個々の支配方程式を個別に解く必要がなくなり、統一的な解析が可能となる。そのため、複数種類の物質に関する連成問題の取り扱いが容易になる。

(2) 構成方程式

本研究では、固体の構成方程式として、粘性応力を付加した非圧縮性 neo-Hooke 体を仮定する [20]

$$\boldsymbol{\sigma} = G(\mathbf{B} - \mathbf{I}) + 2\mu \mathbf{D} - p\mathbf{I} \quad (4)$$

ここで、 G はせん断弾性係数、 \mathbf{B} は左コーシー・グリーン変形テンソル、 μ は粘性係数、 \mathbf{D} は流体の変形速度テンソル、 p は圧力、 \mathbf{I} は単位テンソルである。本研究では、Reference map 法 [47] に基づき、変形勾配テンソル \mathbf{F} の逆テンソルから変形勾配テンソルを求ることで、固体変形を評価する。

$$\mathbf{F} = \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{x}} \right)^{-1}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T \quad (5)$$

既往のオイラー型解法では固体ひずみ評価において速度勾配テンソルが用いられてきたが [39,40,46,48]、界面で速度勾配が不連続な問題では数値不安定を生じる。一方、Reference map 法では、変形勾配テンソルの逆テンソルを用いることで、速度に依存しない変形評価が可能である [48]。なお、本研究ではマーカー粒子を介して固体内部変数を計算するため、従来のオイラー型固体解析において必要であった移流方程式を計算する必

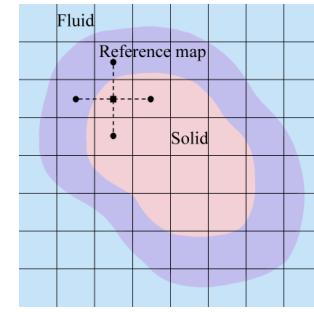


図-1 Reference map の補間

要はなく、Reference map である X の移流による数値不安定は原理的に発生しない。

一方、流体の構成方程式として非圧縮性 Newton 流体の構成方程式を仮定する。

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \mathbf{D} - p\mathbf{I} \quad (6)$$

3. 数値解法

本手法では、空間固定されたオイラーメッシュ上において基礎方程式および空間微分量について解き、固体領域（固体物質点）を表すマーカー粒子において固体の構成方程式を計算する。オイラーメッシュ上では、フラクショナルステップ法により連続の式および運動方程式を速度場と圧力場に分離し、セル中心有限体積法により空間離散化を施す。

4. Reference map の補間

固体の初期位置ベクトルである Reference map はマーカー粒子が保持し、これをオイラーメッシュに補間することで変形勾配テンソルを求める [48]。なお、オイラーメッシュで Reference map の空間微分、すなわち変形勾配テンソルの逆テンソルを計算するため、図に示すように、固体領域外にも Reference map を補間する。

5. 固体応力項の線形化

ここでは、フラクショナル・ステップ法により圧力場を分離した運動方程式の移流項、応力項の時間積分法について述べる。移流項については、固体応力波に起因する時間増分制約を受けないため、陽解法である 2 次精度のアダムス・バッシュフォース法を用いる。一方、応力項については、固体応力波に起因する時間増分制約を緩和するため、半陰解法である 2 次精度のクランク・ニコルソン法を用いる。移流項にアダムス・バッシュフォース法、応力項にクランク・ニコルソン法を適用した運動方程式を次式に示す。

$$\rho_{\text{mix}} \frac{\mathbf{v}^* - \mathbf{v}^n}{\Delta t} + \frac{3}{2} (\mathbf{v}^n \cdot \nabla) \mathbf{v}^n - \frac{1}{2} (\mathbf{v}^{n-1} \cdot \nabla) \mathbf{v}^{n-1} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}}^* + \rho_{\text{mix}} \mathbf{b} \quad (7)$$

中間速度 $\mathbf{v}_{\text{mix}}^*$ を求めるには、 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}}^*$ を未知数 $\mathbf{v}_{\text{mix}}^*$ の関数として定式化する必要がある。解析領域に存在する

物質が固体と流体の2物質の場合、 σ_{mix}^* は

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{mix}}^{*\prime} &= \sigma_s^{*\prime} \phi_s^* + \sigma_f^{*\prime} (1 - \phi_s^*) \\ &= G(\mathbf{B}^* - \mathbf{I}) \phi_s^* + 2\mu \mathbf{D} (1 - \phi_s^*) \\ &= G(\mathbf{B}^* - \mathbf{I}) \phi_s^* + \mu (\nabla v^* + \nabla v^{*T}) (1 - \phi_s^*)\end{aligned}\quad (8)$$

と表せる。ここで、以下の線形化を仮定することで、固体の偏差応力項 σ_{mix}^* と中間速度 v_{mix}^* の関係式を定義する。

$$\begin{aligned}\sigma_s^{*\prime} &\simeq \sigma_s^n + \frac{\partial \sigma_s}{\partial \mathbf{B}} : \nabla \mathbf{B}^n \\ &= \sigma_s^n + \frac{\partial \sigma_s}{\partial \mathbf{B}} : (\mathbf{B}^* - \mathbf{B}^n)\end{aligned}\quad (9)$$

ここで、 $\frac{\partial \sigma_s}{\partial \mathbf{B}}$ は4階のヤコビアンソルであるが、本研究で用いる非圧縮性 neo-Hook 体の構成方程式では、式(4)より $\frac{\partial \sigma_s}{\partial \mathbf{B}}$ の成分は定数になる。

左コーチー・グリーン変形テンソル \mathbf{B}^* については、左コーチー・グリーン変形テンソルの時間発展式の速度項にクランク・ニコルソン法を適用して時間方向に離散化することで、 \mathbf{B}^* と v_{mix}^* の関係式を導出する。左コーチー・グリーン変形テンソルの時間発展式は次式で示される。

$$\frac{D\mathbf{B}}{Dt} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}^T \quad (10)$$

式(10)をクランク・ニコルソン法を用いて時間方向に離散化すると、次式で示される。

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{B}^* - \mathbf{B}^n}{\Delta t} &= \left(\frac{\nabla v^{n+1} + \nabla v^n}{2} \right) \cdot \mathbf{B}^n + \\ \mathbf{B}^n \cdot \left(\frac{\nabla v^{n+1} + \nabla v^n}{2} \right)^T &= \sigma_s^n + \frac{\partial \sigma_s}{\partial \mathbf{B}} : (\mathbf{B}^* - \mathbf{B}^n)\end{aligned}\quad (11)$$

式(5.)を \mathbf{B}^* と v_{mix}^* を用いて分離すると、以下の式を得る。

$$\mathbf{B}^* - \mathbf{B}^n = \frac{\Delta t}{2} (\nabla v^* + \nabla v^n) \cdot \mathbf{B}^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{B}^n (\nabla v^* + \nabla v^n)^T \quad (12)$$

$$\mathbf{B}^* - \mathbf{B}^n = \frac{\Delta t}{2} (\nabla v^* + \nabla v^n) \cdot \mathbf{B}^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{B}^n (\nabla v^* + \nabla v^n)^T \quad (13)$$

式(9), (12)より、固体の偏差応力項 $\sigma_s^{*\prime}$ は

$$\begin{aligned}\sigma_s^* &= \sigma_s^n + \\ \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial \sigma_s}{\partial \mathbf{B}} : \{ &(\nabla v^* + \nabla v^n) \cdot \mathbf{B}^n + \mathbf{B}^n (\nabla v^* + \nabla v^n)^T \}\end{aligned}\quad (14)$$

となる。本研究では、次式に示す相対誤差が収束判定値未満になるまで運動方程式(5.)の反復計算を行うことにより中間速度 v_{mix}^* を計算する。

6. 数値解析例

提案手法の妥当性と有効性を検証するため、固体と流体の界面で速度勾配が不連続になるキャビティ流れ中に超弾性体を設置した問題[20]の数値計算を行う。問題設定図は図2に示す。領域全体に流体を配置し、 x 座標上面 ($z = 2$) に初期速度場 $v_x = 1$ を設定し、固体領域は $(x, z) = (1.6, 1.5)$ を中心とする半径0.2の円領域である。解析領域上端以外の壁面には滑り境界条件を与える。固体と流体の物性値(無次元量)を、表1に示す。

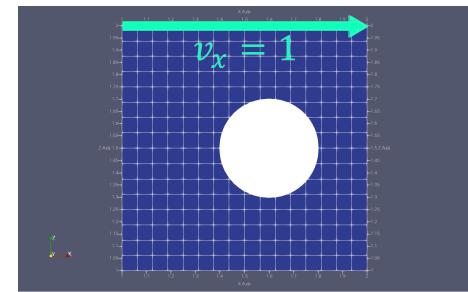


図-2 キャビティ流れ問題における初期配置・速度場

表-1 キャビティ流れ問題における物性値

Solid: Hyperelastic solid	
Mass density ρ_s	1.0
Shear elastic modulus G	10, 20, 30
Viscosity μ_s	1.0×10^{-2}
Fluid: incompressible Newtonian fluid	
Mass density ρ_f	1.0
Viscosity μ_f	1.0×10^{-2}

7. 参照解との比較 (G=10)

解析領域は 256×256 に均一に分割したオイラーメッシュを用い、無次元時間 $t = 7.03$ までの計算を行った。時間ステップ数は固体応力のクーラン条件が0.4になるよう設定しており、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ である。また、生成された総粒子数は59776個である。

次に、固体変形を Zhaoら(2008)[20]の参照解と比較した図を図3に示す。Zhaoらの参照解は黒線、提案手法の数値解は緑線で表す。

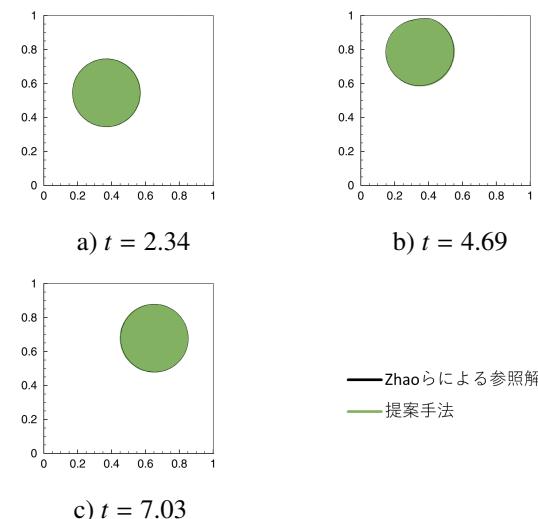


図-3 固体変形比較

図3より、提案手法の固体変形は 256×256 のメッシュにおいて参考解と精度良く一致していることが確認される。

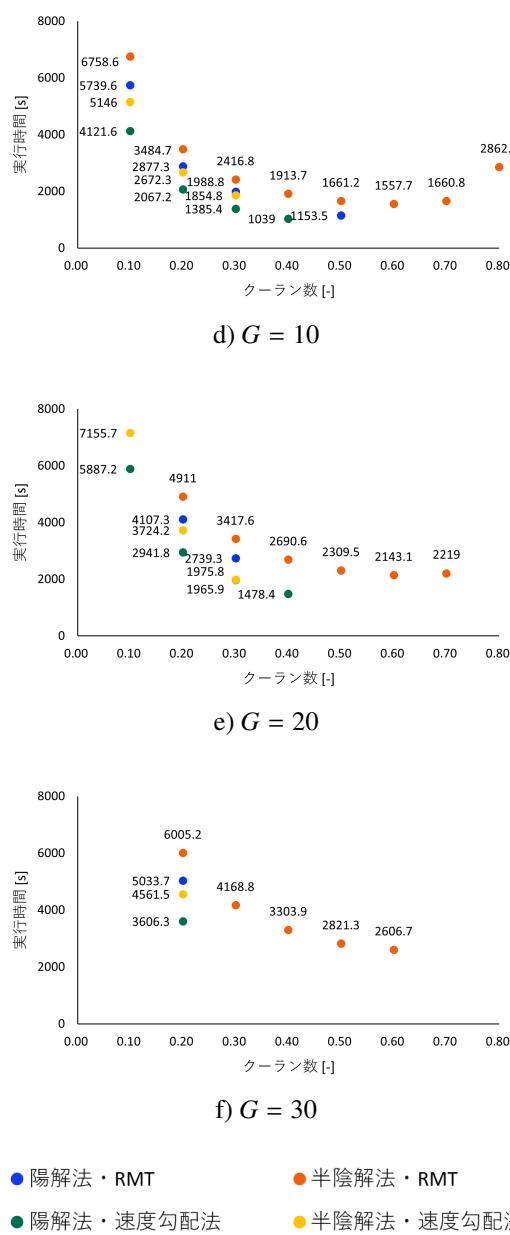


図4 実行時間比較

8. 時間増分制約の緩和による計算高速化効果の検証 ($G=10, 20, 30$)

次に、提案手法による時間増分制約の緩和の有効性を定量的に検証するため、 $G = 10, 20, 30$ の場合を計算する。なお、粘性係数 μ は 1.0×10^{-3} とし、固体応力項の時間積分法について半陰解法のクランク・ニコルソン法と陽解法のアダムス・バッシュフォース法の2通り、固体ひずみ評価法についてReference map法と速度勾配法の2通り、合計4通りの場合について、実行時間を比較する。その他の計算条件は前節と同一である。なお、固体応力波伝搬速度に対するクーラン数は、0.1から0.8まで0.1刻みで、それぞれの場合を計算しているが、計算が発散した場合は図4にプロットしていない。

図4より、Reference map法では $G = 20, 30$ において提案手法（図4では「半陰解法・RMT」と表記）が優位になり、固体応力項にアダムス・バッシュフォース法と

適用した場合と比較して、計算実行時間が $G = 20$ では約22%， $G = 30$ では約48%短縮化されることが確認できる。また、せん断弾性係数 G の値が大きくなるほど計算可能なクーラン数が減少することが確認できる。

9. 結言

本研究では、Reference map法を用いた陰的オイラー型固体-流体連成解法を提案し、キャビティ流れ問題を用いてその妥当性と有効性を検証した。すなわち、提案手法により時間増分制約が緩和され、弾性率が高い問題では計算実行時間が約48%短縮化されることを示すことができた。今後は、オイラー型解法の特徴を生かして、大規模並列計算が必要な3次元問題に適用することが課題である。

参考文献

- [1] Belytschko, T., Fluid-structure interaction, *Computers & Structures*, **12**-4, 1980, pp. 459–469.
- [2] Nitikitpaiboon, C., and Bathe, K., An arbitrary Lagrangian-Eulerian velocity potential formulation for fluid-structure interaction, *Computers & structures*, **47**-4-5, 1993, pp. 871–891.
- [3] Hu, H. H., Patankar, N. A., and Zhu, M., Direct numerical simulations of fluid–solid systems using the arbitrary Lagrangian–Eulerian technique, *Journal of Computational Physics*, **169**-2, 2001, pp. 427–462.
- [4] Liu, J., A second-order changing-connectivity ALE scheme and its application to FSI with large convection of fluids and near contact of structures, *Journal of Computational Physics*, **304**, 2016, pp. 380–423.
- [5] Tezduyar, T., Behr, M., and Liou, J., A new strategy for finite element computations involving moving boundaries and interfaces—the DSD/ST procedure: I. The concept and the preliminary numerical tests, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **94**-3, 1992, pp. 339–351.
- [6] Tezduyar, T. E., Behr, M., Mittal, S., and Liou, J., A new strategy for finite element computations involving moving boundaries and interfaces—

- the deforming-spatial-domain/space-time procedure: II. Computation of free-surface flows, two-liquid flows, and flows with drifting cylinders, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **94**-3, 1992, pp. 353–371.
- [7] Hughes, T. J., and Stewart, J. R., A space-time formulation for multiscale phenomena, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **74**-1-2, 1996, pp. 217–229.
- [8] Mittal, S., and Tezduyar, T. E., Parallel finite element simulation of 3D incompressible flows: Fluid-structure interactions, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **21**-10, 1995, pp. 933–953.
- [9] Tezduyar, T. E., Sathe, S., Keedy, R., and Stein, K., Space-time finite element techniques for computation of fluid–structure interactions, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **195**-17-18, 2006, pp. 2002–2027.
- [10] Takizawa, K., Henicke, B., Puntel, A., Spielman, T., and Tezduyar, T. E., Space-time computational techniques for the aerodynamics of flapping wings, *Journal of Applied Mechanics*, **79**-1, 2012.
- [11] 西口浩司, 嶋田宗将, 大高雅史, 岡澤重信, 坪倉誠, ラグランジュマーカー粒子を用いたオイラー型有限体積法による圧縮性固体解析, 土木学会論文集A2(応用力学), **75**-2, 2019, pp. I.237–I.248.
- [12] Peskin, C. S., Flow patterns around heart valves: a numerical method, *Journal of computational physics*, **10**-2, 1972, pp. 252–271.
- [13] Peskin, C. S., The immersed boundary method, *Acta numerica*, **11**, 2002, pp. 479–517.
- [14] Mori, Y., and Peskin, C. S., Implicit second-order immersed boundary methods with boundary mass, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **197**-25-28, 2008, pp. 2049–2067.
- [15] Huang, W.-X., and Sung, H. J., An immersed boundary method for fluid–flexible structure interaction, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **198**-33-36, 2009, pp. 2650–2661.
- [16] Liu, W. K., Liu, Y., Farrell, D., Zhang, L., Wang, X. S., Fukui, Y., Patankar, N., Zhang, Y., Bajaj, C., Lee, J., and others, , Immersed finite element method and its applications to biological systems, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **195**-13-16, 2006, pp. 1722–1749.
- [17] Liu, W. K., Tang, S., and others, , Mathematical foundations of the immersed finite element method, *Computational Mechanics*, **39**-3, 2007, pp. 211–222.
- [18] Wang, X. S., From immersed boundary method to immersed continuum methods, *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, **4**-1, 2006.
- [19] Wang, X. S., An iterative matrix-free method in implicit immersed boundary/continuum methods, *Computers & structures*, **85**-11-14, 2007, pp. 739–748.
- [20] Zhao, H., Freund, J. B., and Moser, R. D., A fixed-mesh method for incompressible flow–structure systems with finite solid deformations, *Journal of Computational Physics*, **227**-6, 2008, pp. 3114–3140.
- [21] Idelsohn, S. R., Martí, J., Limache, A., and Oñate, E., Unified Lagrangian formulation for elastic solids and incompressible fluids: application to fluid–structure interaction problems via the PFEM, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**-19-20, 2008, pp. 1762–1776.
- [22] Becker, P., Idelsohn, S. R., and Oñate, E., A unified monolithic approach for multi-fluid flows and fluid–structure interaction using the particle finite element method with fixed mesh, *Computational Mechanics*, **55**-6, 2015, pp. 1091–1104.
- [23] Cremonesi, M., Franci, A., Idelsohn, S., and Oñate, E., A state of the art review of the particle finite element method (PFEM), *Archives of Computational Methods in Engineering*, **27**-5, 2020, pp. 1709–1735.
- [24] Sulsky, D., Chen, Z., and Schreyer, H. L., A particle method for history-dependent materials, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **118**-1-2, 1994, pp. 179–196.
- [25] York, A. R., Sulsky, D., and Schreyer, H. L., The material point method for simulation of thin membranes, *International journal for numerical methods in engineering*, **44**-10, 1999, pp. 1429–1456.
- [26] York, A. R., Sulsky, D., and Schreyer, H. L., Fluid–membrane interaction based on the material point method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **48**-6, 2000, pp. 901–924.
- [27] Guilkey, J., Harman, T., and Banerjee, B., An Eulerian–Lagrangian approach for simulating explosions of energetic devices, *Computers & structures*, **85**-11-14, 2007, pp. 660–674.
- [28] Gilmanov, A., and Acharya, S., A hybrid immersed boundary and material point method for simulating 3D fluid–structure interaction problems, *International journal for numerical methods in fluids*, **56**-12, 2008, pp. 2151–2177.
- [29] Sun, L., Mathur, S. R., and Murthy, J. Y., An unstructured finite-volume method for incompressible flows with complex immersed boundaries, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, **58**-4, 2010, pp. 217–241.
- [30] Richter, T., and Wick, T., Finite elements for fluid–structure interaction in ALE and fully Eulerian coordinates, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **199**-41-44, 2010, pp. 2633–2642.
- [31] Sugiyama, K., Ii, S., Takeuchi, S., Takagi, S., and Matsumoto, Y., A full Eulerian finite difference approach for solving fluid–structure coupling problems, *Journal of Computational Physics*, **230**-3, 2011, pp. 596–627.
- [32] Ii, S., Sugiyama, K., Takeuchi, S., Takagi, S., and Matsumoto, Y., An implicit full Eulerian method for

- the fluid–structure interaction problem, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **65**-1-3, 2011, pp. 150–165.
- [33] Takagi, S., Sugiyama, K., Ii, S., and Matsumoto, Y., A Review of Full Eulerian Methods for Fluid Structure Interaction Problems, *Journal of Applied Mechanics*, **79**-1, 2012.
- [34] Laadhari, A., Ruiz-Baier, R., and Quarteroni, A., Fully Eulerian finite element approximation of a fluid–structure interaction problem in cardiac cells, *International journal for numerical methods in engineering*, **96**-11, 2013, pp. 712–738.
- [35] Sun, P., Xu, J., and Zhang, L., Full Eulerian finite element method of a phase field model for fluid–structure interaction problem, *Computers & Fluids*, **90**, 2014, pp. 1–8.
- [36] Valkov, B., Rycroft, C. H., and Kamrin, K., Eulerian method for multiphase interactions of soft solid bodies in fluids, *Journal of Applied Mechanics*, **82**-4, 2015, p. 041011.
- [37] Sugiyama, K., Ii, S., Shimizu, K., Noda, S., and Takagi, S., A full Eulerian method for fluid–structure interaction problems, *Procedia Iutam*, **20**, 2017, pp. 159–166.
- [38] Pironneau, O., Handling contacts in an Eulerian frame: a finite element approach for fluid structures with contacts, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, **32**-2-3, 2018, pp. 121–130.
- [39] Nishiguchi, K., Okazawa, S., and Tsubokura, M., Multimaterial Eulerian finite element formulation for pressure-sensitive adhesives, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **114**-13, 2018, pp. 1368–1388.
- [40] Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S., and Tsubokura, M., Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **117**-2, 2019, pp. 221–248.
- [41] Jain, S. S., Kamrin, K., and Mani, A., A conservative and non-dissipative Eulerian formulation for the simulation of soft solids in fluids, *Journal of Computational Physics*, **399**, 2019, p. 108922.
- [42] Shin, S., Chergui, J., and Juric, D., Interaction of a deformable solid with two-phase flows: An Eulerian-based numerical model for fluid–structure interaction using the level contour reconstruction method, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **92**-11, 2020, pp. 1478–1505.
- [43] 西口浩司, 岡澤重信, 坪倉誠, 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), **73**-2, 2017, pp. 153–163.
- [44] Sugiyama, K., Nagano, N., Takeuchi, S., Ii, S., Takagi, S., and Matsumoto, Y., Particle-in-cell method for fluid–structure interaction simulations of neo-Hookean tube flows, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, **59**, 2011, pp. 245–256.
- [45] 西口浩司, バレラフール, 岡澤重信, 坪倉誠, 非圧縮性固体-流体連成解析のための陰的 Particle-in-cell 法, 土木学会論文集 A2 (応用力学), **74**-2, 2018, pp. I-253–I-263.
- [46] Shimada, T., Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S., and Tsubokura, M., Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid–structure interaction problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Accepted, 2021.
- [47] Kamrin, K., Rycroft, C. H., and Nave, J.-C., Reference map technique for finite-strain elasticity and fluid–solid interaction, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **60**-11, 2012, pp. 1952–1969.
- [48] 宗将嶋田, 浩司西口, Christian, P., 重信岡澤, 誠坪倉, Reference map 法を用いたマーカー粒子によるオイラー型流体-構造連成解析, 日本計算工学会論文集, **2022**, 2022, pp. 20220002–20220002.