

# 有限要素法による風速の影響を考慮した音場解析

## Sound Field Analysis considering the Effect of Wind Velocity using Finite Element Method

宮内暖季<sup>1)</sup> 深澤一志<sup>2)</sup> 桜山和男<sup>3)</sup>

Haruki MIYAUCHI, Kazushi FUKAZAWA and Kazuo KASHIYAMA

<sup>1)</sup>修士 中央大学大学院 理工学研究科都市人間環境学専攻 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27, E-mail: a19.65sn@g.chuo-u.ac.jp)

<sup>2)</sup>修士 中央大学大学院 理工学研究科都市人間環境学専攻 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27, E-mail: a17.kfgc@g.chuo-u.ac.jp)

<sup>3)</sup>工博 中央大学 理工学部 教授 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27, E-mail: kaz@civil.chuo-u.ac.jp)

This paper presents a finite element method for sound field analysis considering the effect of wind velocity. In order to examine the validity of the method, a spherical wave model is performed as a benchmark analysis. As an application example, the present method is applied to the constriction noise problem.

**Key Words :** Finite Element Method, Wind Velocity, Wave Equation

### 1. はじめに

著者らの既往の研究では、任意形状への適合性に優れる有限要素法を用いた大規模音場解析 [1] を行ってきた。しかし、風の影響の考慮はなされていなかった。

そこで本研究では、有限要素法を用いた風の影響を考慮した音場解析を行い、その妥当性の検証と応用例への適用を行った。

### 2. 数値解析手法

#### (1) 支配方程式と条件式

風速の影響を考慮した波動方程式 [2] を以下に示す。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2u_i \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial t} + u_i u_j \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

ここで、 $p$  は音圧、 $c$  は音速、 $u_i$  は各成分における風速、 $\Omega$  は解析領域を示す。

次に、初期条件は無音状態とし、以下の式で与える。

$$p = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

また、本研究で用いる Nenmann 境界条件は以下のように表せる。

$$q_n = -\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \Gamma_q \quad (3)$$

$$q_n = -\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{1}{c \pm u_i} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \text{on } \Gamma_q \quad (4)$$

ここで、 $n$  は解析境界からの外向き法線ベクトル、 $\Gamma_q$  は Neumann 境界条件が考慮される境界である。式(3)は完全反射の反射境界条件である。式(4)は Mur の吸収境界条件であり、右辺項において風速成分が境界から外向きの場合は正号を、内向きの場合は負号を用い、開空間処理として扱う [3]。

#### (2) 有限要素法に基づく数値解析

式(1)に対して Galerkin 法に基づく重み付き残差法を適用し、Green-Gauss の定理を用いると、以下の弱形式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} p^* \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d\Omega + 2u_i \int_{\Omega_e} \frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial t} d\Omega \\ & - u_i u_j \int_{\Omega_e} \frac{\partial p^*}{\partial x_j} \frac{\partial p}{\partial x_i} d\Omega + c^2 \int_{\Omega_e} \frac{\partial p^*}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial x_i} d\Omega \\ & = (u_i u_j - c^2) \int_{\Gamma_q} p^* q_n d\Gamma \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $p^*$  は音圧  $p$  の重み関数である。 $\Omega_e$  は要素の領域である。

有限要素として四面体 1 次要素を用いると、各要素における時間に関する常微分方程式は以下のようになる。

$$\mathbf{M}_e \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \mathbf{D}_e \frac{\partial p}{\partial t} - \mathbf{K}_{ve} p + \mathbf{K}_e p = \mathbf{F}_e \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{M}_e$ 、 $\mathbf{D}_e$ 、 $\mathbf{K}_{ve}$ 、 $\mathbf{K}_e$ 、 $\mathbf{F}_e$  はそれぞれ各要素の質量行列、式(5)における左辺第 2 項によって生じる行列、左辺第 3 項によって生じる行列、拡散行列、境界積分項を表す。

時間方向の離散化には差分法を用い、各時間の微分項に対して中心差分を施し、反復法の一種である BiCGStab 法により未知数である音圧を求める。

### 3. 数値解析例

#### (1) 解析条件

ベンチマーク問題として、風速が音の伝播に与える影響と解析精度に与える影響についての比較を行う。解析モデルを図-1 に示す。解析モデルの中心を音源位置とし、音源位置から 250Hz の cos 波 1 波長を入力させる。

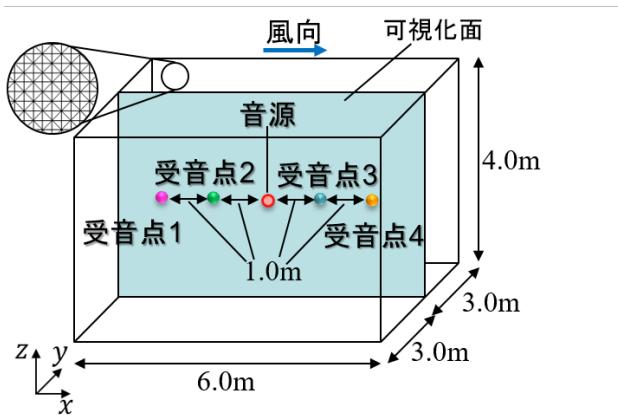


図-1 解析モデル

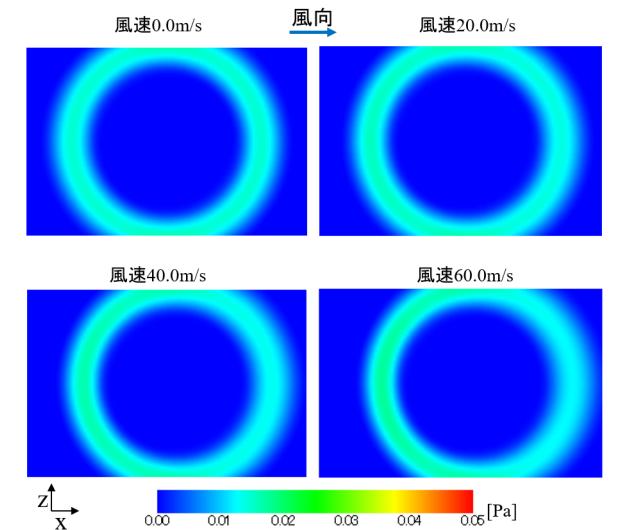
図-2 各風速での可視化結果 ( $t = 0.0080[\text{s}]$ )

表-1 解析結果から算出した見かけの音速

風速	0.0m/s	20.0m/s	40.0m/s	60.0m/s
風下側 見かけの音速[m/s]	340.1	359.7	381.7	401.6
風上側 見かけの音速[m/s]	340.1	320.5	301.2	279.3

風速は一定とし、解析モデルに示す向きに 0.0, 20.0, 40.0, 60.0m/s として、4通りの解析を行う。また、音速は 340.0m/s、時間増分量は 0.01ms、要素分割幅は 1 波長を約 27 分割した 0.05m としている。境界条件は、すべての境界で Mur の吸収境界条件としている。なお、自由度は 1,185,921 である。

## (2) 解析結果

図-2 に各風速での可視化結果、図-3 に受音点 1, 4 における音圧値の比較図を示す。風速の影響により伝播波の到達に差が生じることを確認した。表-1 に解析結果から算出した見かけの音速を示す。見かけの音速  $c'$

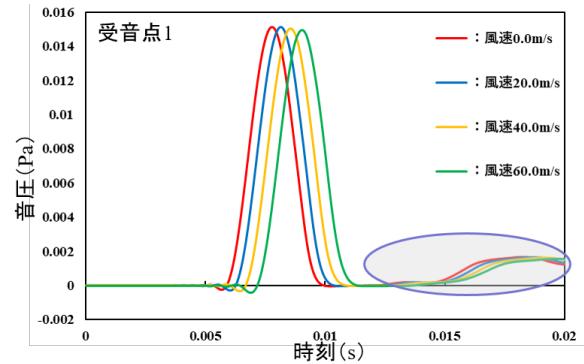


図-3 各風速での受音点 1, 4 における時刻歴波形

の算出方法は以下に示す通りである。

$$c' = \frac{|\text{音源から受音点 } 1, 2(3, 4) \text{ までの距離の差}|}{|\text{受音点 } 1, 2(3, 4) \text{ での最大音圧値の到達時刻の差}|}$$

風下側では音速に風速を足した値、風上側では音速から風速を引いた値が見かけの音速の厳密解であり、各風速で良い一致を示していることを確認した。ただし、図-3 中の円部分に示すように開境界で音が吸収しきれず、反射が発生している。開境界処理については今後の課題としたい。応用例への適用については講演時に示す。

## 4. おわりに

本研究では、有限要素法による風速の影響を考慮した音場解析を行った。結論を以下に示す。

- 風速の影響により、伝播波の到達速度に差が生じることを確認した。
- 解析結果による見かけの音速が厳密解と良い一致を示し、定量的な妥当性を確認した。

今後は、開空間処理方法の検討、遮音壁の内部構造を考慮した解析を予定している。

## 参考文献

- [1] 深澤一志、櫻山和男、吉川仁：インパルス応答解析に基づく有限要素法を用いた音場解析手法の構築、計算工学講演会論文集、計算工学会、Vol.27, E-10-03, 2022.
- [2] Pierce. A. D.: *Acoustics*, the Acoustical Society of America, 1991.
- [3] 野村卓史、高木耕平：気象要因の影響を考慮した音の伝播に関する有限要素解析法、応用力学論文集、土木学会、Vol.9, pp.221-230, 2006.